Письма в ЖЭТФ, том 40, вып. 9, стр. 380 – 383 10 ноября 1984 г.

МАГНИТОКУЛОНОВСКИЕ УРОВНИ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ С КЕЙНОВСКИМ ЗАКОНОМ ДИСПЕРСИИ

А.А.Жуков

Установлена аналитическая связь между положением магнитокулоновских уровней в полупроводниках с кейновским законом дисперсии и соответствующими уровнями атома водорода. Показано, что для двухуровневой кейновской модели в больших магнитных полях величина γ^* ограничена предельным значением, а энергия всех уровней изменяется $\sim\sqrt{H}$.

Впервые расчет нижних магнитокулоновских уровней для n-InSb в рамках кейновской модели был проведен Ларсеном [1], а наиболее полно такая работа выполнена Завадцким и Власаком [2]. Существенным недостатком всех существующих расчетов по этой проблеме [1-4] является то, что проведены они для определенных значений параметров закона дисперсии InSb и при переходе к новым параметрам или другому соединению необходимо выполнять трудоемкие вариационные расчеты заново.

В настоящей работе предложен другой подход к этой задаче, который позволяет аналитически получить положение магнитокулоновских уровней на основе существующих расчетов для атома водорода. Этот подход основывается на возможности параболического разложения кейновского закона дисперсии вблизи дна соответствующей подзоны Ландау. В результате оказывается, что задача о магнитокулоновских уровнях в кейновской модели описывается таким же уравнением Шредингера, что и в квадратичном случае, но с массой электрона зависящей от магнитного поля.

Рассмотрим для упрощения двухуровневое приближение кейновской модели, применимое при большом спин-орбитальном расщеплении валентной зоны Δ по сравнению с энергией запрещенной зоны ϵ_g. В этом случае энергия электрона в магнитном поле, как известно [5], описывается следующим выражением:

$$E_N^s\ (p_z^2) = \frac{\epsilon_g}{2}\sqrt{1 + \frac{4}{\epsilon_g}\left[\left(N + \frac{1}{2} + \frac{s\,g^*}{4}\right)\hbar\omega_c^0 + \frac{p_z^2}{2m^*}\right]}\ , \tag{1}$$

где N – главное квантовое число, номер подзоны Ландау, $s = \pm 1$ – спиновое число, m^* – эффективная масса на дне зоны, $\omega_c^0 = eH/m^*c$ – циклотронная частота, $g^* = \Delta/(\Delta + {}^2/{}_3\epsilon_g)$ – эффективный g-фактор, отсчет энергии здесь и везде далее производится от середины запрещенной зоны при $H=0$, $z \parallel \mathbf{H}$. Для $p_z = 0$ выражение (1) дает положение дна подзоны Ландау с квантовыми числами N и s E_N^s. Положение магнитокулоновского уровня $E_{NM\lambda}^s$ определяется значениями квантовых чисел N, M, λ и s.

Предположим, что абсолютная величина энергии связи $\epsilon_{NM\lambda}^s = E_{NM\lambda}^s - E_N^s$ электрона в этом состоянии значительно меньше соответствующего значения E_N^s, т.е., что связанные состояния мелкие. В этом случае характерные для задачи значения $p_z^2/2m^*$ также будут малы по сравнению с E_N^s и вместо непараболического выражения (1) можно воспользоваться его разложением до первого порядка по p_z^2. В результате уравнение Шредингера для данной задачи может быть записано в виде

$$\left[\hat{H}(\hat{p}_\perp) + \frac{\hat{p}_z^2}{2m_N^s(H)} + V(\mathbf{r})\right]\Phi_{NM\lambda}^s(\mathbf{r}) = E_{NM\lambda}^s\,\Phi_{NM\lambda}^s(\mathbf{r}), \tag{2}$$

где $m_N^s(H) = \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\partial E_N^s(0)}{\partial p_z^2}\right]^{-1} = \dfrac{2E_N^s}{\epsilon_g}m^*$, а $H(\hat{p}_\perp)$ – неквадратичный по $\hat{p}_\perp$ гамильтониан, описывающий двумерную ($p_z = 0$) чисто магнитную задачу для кейновской модели. Собственные функции $\hat{H}(\hat{p}_\perp)$ $\phi_{NM}(\rho, \phi)$, как известно [5], тождественны соответствующим функциям атома водорода. В достаточно сильных полях можно воспользоваться адиабатическим приближением $\Phi^s_{NM\lambda}(\mathbf{r}) = \phi_{NM}(\rho, \phi) f^s_\lambda(z)$ [3] и в результате уравнение (2) сводится к одномерному уравнению Шредингера

$$\left[\frac{1}{2 m^s_N (H)} \frac{d^2}{d z^2} + V_{NM}(z) \right] f^s_\lambda(z) = \epsilon^s_{NM\lambda} f^s_\lambda(z), \tag{3}$$

где
$$V_{NM}(z) = -\frac{e^2}{\kappa} \int \frac{|\phi_{NM}(\rho,\phi)|^2 \rho d\rho d\phi}{(\rho^2 + z^2)^{1/2}}.$$

Это соотношение совпадает с соответствующим уравнением для нахождения магнитокулоновских уровней в параболическом случае [3] и единственное отличие заключается в том, что здесь используется не постоянная масса m^*, а зависящая от H величина $m^s_N(H)$. Таким образом, задача о нахождении магнитокулоновских уровней для кейновского закона дисперсии сводится к известным решениям для атома водорода $\epsilon_{NM\lambda}/\mathrm{Ry} = \widetilde{f}(\gamma)$, причем вместо γ и Ry необходимо использовать перенормированные значения $\gamma^* = \hbar^3 \kappa^2 H / c[m^s_N(H)]^2 e^3$ и $\mathrm{Ry}^* = m^s_N(H) e^4 / 2\hbar^2 \kappa^2$. Следует подчеркнуть, что как будет показано в более развернутой публикации, это утверждение справедливо и в рамках полной трехуровневой кейновской модели для произвольных магнитных полей, хотя зависимость $m^s_N(H)$ в этом случае будет иной.

Следует отметить, что полученные таким простым способом значения энергии связи $\epsilon^s_{NM\lambda}$ для n-InSb в пределах 4% согласуются с результатами сложных вариационных расчетов работы [2].

Рассмотрим подробней двухуровневое приближение кейновской модели. Из характера зависимости $m^s_N(H) = 2E^s_N m^* / \epsilon_g$ следует, что в больших магнитных полях (БМП), таких, что $\hbar\omega^0_c \gg \epsilon_g$, величина γ^* стремится к предельному значению

$$\gamma^*_\infty = \frac{1}{\alpha^2} \frac{1}{3(N + \frac{1}{2} + \frac{s}{4} g^*)}, \tag{4}$$

где $\alpha = e^2/\kappa \hbar K$ – борновский параметр, а K – матричный элемент модели Кейна.

Таким образом, в полупроводниках с двухуровневым кейновским законом дисперсии модельный параметр магнитокулоновской задачи γ^* оказывается ограниченным. Причем значение γ^*_∞ не зависит от ϵ_g. Этот нетривиальный результат приводит к ряду интересных следствий.

Во-первых, величина энергии связи *для всех* магнитокулоновских уровней, удовлетворяющих условию $E^s_N \ll \Delta$, в БМП изменяется как $\sqrt{H}$

$$\epsilon^s_{NM\lambda} = \frac{e^2}{2\kappa\lambda} \frac{1}{\sqrt{\gamma^*_\infty}} \widetilde{f}_{NM\lambda}(\gamma^*_\infty), \tag{5}$$

где $\lambda = \sqrt{c\hbar / eH}$ – магнитная длина.

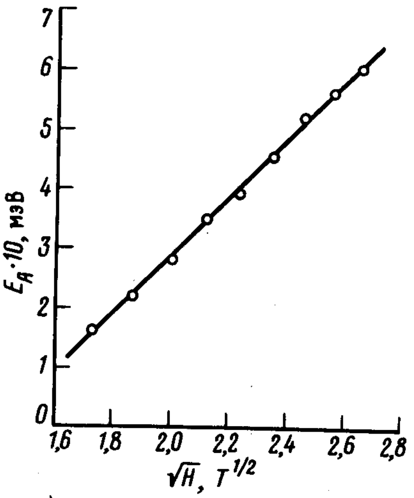
Во-вторых, анизотропия волновой функции связанного состояния также ограничена предельным значением, а характерная длина экспоненциального спада $\Phi^s_{NM\lambda}(\mathbf{r})$ в продольном направлении для БМП описывается выражением

$$(a^*_\parallel)_\infty = \lambda \sqrt{\gamma^*_\infty}\, w_{NM\lambda}(\gamma^*_\infty), \tag{6}$$

где $w_{NM\lambda}(\gamma)$ связывает $a_{\parallel}$ для соответствующей волновой функции $\Phi_{NM\lambda}(\mathbf{r})$ атома водорода с боровским радиусом $a_Б : a_{\parallel} = a_Б w_{NM\lambda}(\gamma)$.

Основное [illegible]шение данного анализа о том, что связанные состояния мелкие, для однозарядных центров в БМП выполняется, когда мал параметр

$$\beta = \left(\frac{|\epsilon^s_{NM\lambda}|}{E^s_N} \right)_\infty = \frac{3}{4} \alpha^2 \tilde{f}_{NM\lambda}(\gamma^*_\infty). \qquad (7)$$



Зависимость энергии активации температурной зависимости сопротивления в области примесной проводимости для $Hg_{0,8}Cd_{0,2}Te$ E_A от $H^{1/2}$ [8]

Наиболее удобным объектом для экспериментальной проверки полученных результатов являются сплавы соединений $A^{II}B^{IV}$ в области прямого спектра вблизи бесщелевого состояния. В частности, сплавы $Hg_{1-x}Cd_xTe$ при $0{,}16 \leqslant x \leqslant 0{,}2$, для которых в настоящее время есть экспериментальные данные.

Для $Hg_{1-x}Cd_xTe$, используя характерные значения $\hbar K = 8{,}4 \cdot 10^{-8}$ эВ · см [6] и $\kappa = 18$ [7] можно получить, что при любых значениях N, M и s параметр $\beta \leqslant 6 \cdot 10^{-2}$. Тогда для основного состояния можно вычислить $\gamma^*_\infty = 150$, а $(a^*_{\parallel}/a^*_{\perp})_\infty = 3{,}6$. Условие $\hbar\omega^0_c = \epsilon_g$ при $x = 0{,}18$ выполняется для $H_* = 8$ кЭ.

На рисунке представлены экспериментальные значения энергий активации E_A, полученных из температурных зависимостей сопротивления в области примесной проводимости для $Hg_{0,8}Cd_{0,2}Te$ [8], как функция $H^{1/2}$. В согласии с выражением (5) эти данные хорошо описываются прямой.

В работе [9] подробно исследован переход металл – изолятор в сильных магнитных полях в n-InSb и установлено, что критическая концентрация доноров N_d связана со значениями $a^*_{\parallel}$ и $a^*_{\perp}$ для основного состояния соотношением аналогичным моттовскому $N_d^{1/3}(a^{*2}_{\perp} a^*_{\parallel})^{1/3} = 0{,}26$. Для $Hg_{1-x}Cd_xTe$ $(0{,}13 \leqslant x \leqslant 0{,}19)$ в работе [10] был предложен необычный критерий такого перехода $N_c^{1/3} \cdot 2\lambda = 0{,}37$, где N_c – концентрация электронов в зоне проводимости. Удивительной особенностью этого соотношения является то, что оно выполняется для образцов с разной величиной x, а, следовательно, ϵ_g. Видимое противоречие в результатах работ [9] и [10] снимается в рамках нашего анализа, так как согласно выражению (6) $(a^*_{\parallel})_\infty \sim \lambda$ и от ϵ_g не зависит. Если использовать известные параметры $Hg_{1-x}Cd_xTe$, то из соотношения работы [9], полученного при $\hbar\omega^0_c \ll \epsilon_g$, в БМП можно получить выражение $N_d \cdot 2\lambda = 0{,}34$.

В заключение автор хотел бы выразить признательность С.Д.Бенеславскому и С.М.Чудинову за полезные дискуссии.

Литература

1. *Larsen D.M.*. J. Phys. Chem. Sol., 1968, 29, 271.
2. *Zawadzki W., Wlasak J.* Theoretical Aspects and New Developments in Magneto-Optics, ed. J.T.Devreese, N.Y., 1980, p. 347.

3. *Ortenberg M.* J. Phys. Chem. Solids, 1973, **34**, 397.
4. *Lin-Chung P.J., Henvis B.W.* Phys. Rev., 1975, **B12**, 630.
5. *Bowers R., Yafet Y.* Phys. Rev., 1959, **115**, 1165.
6. *Бовина Л.А., Брандт Н.Б., Долбанов С.В., Евсеев В.В., Стафеев В.И., Пономарев Я.Г.* ЖЭТФ, 1983, **84**, 1453.
7. *Halbo L.* Phys. Stat. Sol. (b), 1973, **59**, 387.
8. *Vas G., Herlach F.* Proc. Int. Conf. Appl. High Magn. Fields Semicond. Phys., Grenoble,1982, p. 378.
9. *Ishida S., Otsuka E.* J. Phys. Soc. Jap., 1977, **43**, 124.
10. *Алейников А.Б., Баранский П.И., Жидков А.В.* Письма в ЖЭТФ, 1982, **35**, 464.

Московский институт радиотехники,
электроники и автоматики

Поступила в редакцию
17 сентября 1984 г.