

РЕНТГЕНОВСКИЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ В СВЕРХРЕШЕТКЕ

А.В.Виноградов, И.В.Кожевников

Показана возможность существования в сверхрешетках поверхностных электромагнитных волн (ПЭВ) с длиной волны меньшей периода сверхрешетки.

1. В последнее время появился интерес к исследованию ПЭВ на поверхности сложных структур. Так, в работе ¹ показано, что рентгеновская ПЭВ может существовать в совершенных кристаллах и давать информацию о свойствах их поверхности. В работе ² рассмотрена ПЭВ в сверхрешетках (СР), т.е. в искусственных периодических структурах, состоящих из чередующихся слоев двух веществ толщиной от десятков до сотен Å (см. рис. 1). Рассмотренная в ² волна является аналогом обычной ПЭВ в том смысле, что она требует выполнения условий существования ПЭВ на границе раздела любых двух слоев СР ³ :

$$\epsilon_1 \epsilon_2 < 0; \quad \epsilon_1 + \epsilon_2 < 0 \quad (1)$$

так же, как если бы эта граница разделяла однородные полубесконечные среды с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 . Покажем, что помимо этого на поверхности СР возможны ПЭВ принципиально иного типа, не связанные с условиями (1), которые обычно ограничивают область существования ПЭВ ИК и ближним ИК диапазонами.

2. Электромагнитная волна, распространяющаяся вдоль поверхности СР, существует как проявление двух эффектов: полного внутреннего отражения волн, падающих на границу из глубины СР, и брэгговского отражения волн, падающих на границу со стороны вакуума. Чтобы описать одновременно оба этих эффекта, представим поле ПЭВ в виде

$$E_y(x, z, t) = W(x) \exp(ikz - i\omega t),$$

где волновое число k подлежит определению, а $W(x)$ удовлетворяет волновому уравнению с диэлектрической проницаемостью $\epsilon(x)$, равной единице при $x < x_0$ и равной $\epsilon_0(x)$ при $x > x_0$, причем $\epsilon_0(x)$ без ограничения общности можно считать четной кусочнонепрерывной функцией (рис. 1). Решение, затухающее в вакууме вдали от границы, имеет, очевидно, вид:

$$W(x) \sim \exp(\sqrt{k^2 - k^2 x}), \quad x < x_0, \quad k = \omega/c = 2\pi/\lambda. \quad (2)$$

Для нахождения решения, затухающего вглубь СР, представим приближенно при $x > x_0$ поле $W(x)$ в виде суперпозиции двух волн, резонансно взаимодействующих с СР ⁴ :

$$W(x) \sim (\cos qnx + \alpha_n \sin qnx) e^{-S_n x}, \quad x > x_0, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$S_n = \frac{k^2}{2nq} \sqrt{\frac{B_n^2}{4} - b_n^2}; \quad b_n = \frac{n^2 q^2 + \kappa^2}{k^2} - \mu \quad (3)$$

$$\alpha_n = \text{sign}(B_n) \sqrt{\frac{B_n - 2b_n}{B_n + 2b_n}}; \quad q = \pi/l,$$

где l — период СР, μ и B_n — коэффициенты разложения $\epsilon_0(x)$ в ряд Фурье:

$$\epsilon_0(x) = \mu + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos 2qn x.$$

Для случая $\epsilon_0(x)$, изображенного на рис. 1, имеем:

$$\mu = \epsilon_2 + \beta(\epsilon_1 - \epsilon_2); \quad B_n = 2(\epsilon_1 - \epsilon_2) \frac{\sin \pi n \beta}{\pi n}, \quad n = 1, 2, \dots$$

Выражение (3) справедливо при $|B_n| \ll 2q^2 n^2 k^{-2}$.

Решения (2) и (3) описывают поле, затухающее по обе стороны от границы СР, если

$$\kappa > k \quad \text{и} \quad \mu - \frac{n^2 q^2}{k^2} - \frac{|B_n|}{2} < \frac{\kappa^2}{k^2} < \mu - \frac{n^2 q^2}{k^2} + \frac{|B_n|}{2}. \quad (4)$$

Далее удобно ввести вспомогательный параметр $\phi_n = \arctg \alpha_n$. Тогда дисперсионное уравнение, получающееся из сшивки решений (2) и (3) на границе СР, вместе с дополнительными условиями (4) можно представить в виде

$$\cos^2(\phi_n - \pi n \beta_0) \left[1 + \frac{B_n}{2(\mu - 1)} \cos 2\phi_n \right] = \frac{\pi^2 n^2}{k^2 l^2 (\mu - 1)}; \quad \text{tg}(\phi_n - \pi n \beta_0) > 0, \quad (5)$$

где $\beta_0 = x_0/l$ (см. рис. 1).

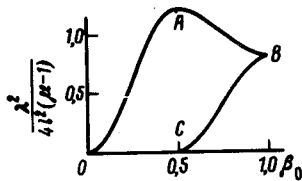
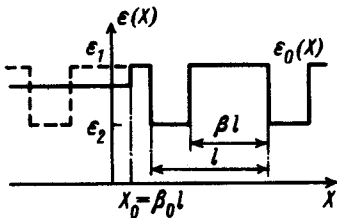


Рис. 1. Диэлектрическая проницаемость $\epsilon(x)$ (сплошная кривая) и основные параметры СР

Рис. 2. Кривая $OABCO$ ограничивает область существования первой поверхностной моды ($n=1$) для случая $B_1/[2(\mu-1)] = -0,2$

Волновое число κ с помощью решения уравнения (5) выражается через частоту ПЭВ ω и физические параметры СР: ϵ_1 , ϵ_2 , l , β , β_0 следующим образом:

$$\left(\frac{\kappa}{k} \right)^2 = \mu - \left(\frac{\pi n}{kl} \right)^2 + \frac{B_n}{2} \cos 2\phi_n. \quad (6)$$

Можно показать, что дисперсионное уравнение (5) при каждом n имеет не более одного решения, условие существования которого при $B_n < 0$ записываются в виде неравенств:

$$\frac{n^2 \lambda^2}{4l^2 (\mu - 1)} < \left[1 - \frac{B_n}{2(\mu - 1)} \right] \sin^2 \pi n \beta_0 \quad \text{при} \quad \text{tg} \pi n \beta_0 > 0, \quad (7)$$

$$\left[1 + \frac{B_n}{2(\mu - 1)} \right] \cos^2 \pi n \beta_0 < \frac{n^2 \lambda^2}{4l^2 (\mu - 1)} < 1 + \frac{B_n}{2(\mu - 1)} \cos 2\pi n \beta_0 \quad \text{при} \quad \text{tg} \pi n \beta_0 < 0.$$

В (7) $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi c}{\omega}$. Область существования изображена на рис. 2.

Отметим, что все полученные выше соотношения не зависят от конкретного вида периодического распределения диэлектрической проницаемости.

3. Остановимся теперь на основных свойствах ПЭВ на границе СР, следующих из выражений (5) – (7).

1. Существует минимальное значение периода СР

$$l_{min} \cong \frac{\lambda}{2} (\mu - 1)^{-1/2} \quad (8)$$

такое, что при $l < l_{min}$ ПЭВ не может возникнуть.

2. При $l > l_{min}$ существование ПЭВ определяется величиной β_0 или, иначе говоря, толщиной самого верхнего слоя СР.

3. В случае слабопоглощающей СР ($\text{Im } \mu \ll |\text{Re } B_n|$) затухание ПЭВ вдоль границы СР можно представить в виде

$$\text{Im } \kappa \cong \frac{k}{2} \text{Im} \left(\mu + \frac{B_n}{2} \cos 2\phi_n \right) \text{tg} (\phi_n - \pi n \beta_0) \left[\text{tg} (\phi_n - \pi n \beta_0) + \frac{2l^2}{n^2 \lambda^2} \text{Re } B_n \sin 2\phi_n \cdot \cos^2 (\phi_n - \pi n \beta_0) \right]^{-1}. \quad (9)$$

Если параметры СР лежат вблизи границы АВ области существования ПЭВ (рис. 2), то $\phi_n \cong \pi n \beta_0$ и затухание ПЭВ вдоль границы может быть малым.

4. Из (5) и (4) следует необходимое для существования ПЭВ условие на величину диэлектрической проницаемости: $\mu > 1$, которое значительно менее жесткое, чем условие (1) для обычной ПЭВ и может быть выполнено в широком диапазоне длин волн, вплоть до мягкого рентгеновского.

5. Электромагнитное поле ПЭВ (3) охватывает большое число слоев СР и не имеет аналога среди обычных ПЭВ. Последнее видно также из того, что рассмотренная нами ПЭВ в СР является Е-волной, в то время как обычные ПЭВ при наличии одной границы раздела однородных сред могут быть волнами только Н-типа³. Очевидно, что рентгеновские ПЭВ Н-типа, вообще говоря, также существующие на поверхности СР, при $|\epsilon_1 - \epsilon_2| \rightarrow 0$ исчезают поскольку в рентгеновском диапазоне средняя диэлектрическая проницаемость $\mu > -1$.

Приведем пример. В случае СР, состоящей из слоев углерода и алюминия с параметрами $l = 440 \text{ \AA}$, $\beta = 0,15$, $\beta_0 = 0,75$ в полосе длин волн $(\lambda - \lambda_{кр}) / \lambda_{кр} \sim 10^{-3} \div 10^{-4}$ (где $\lambda_{кр} \approx 170 \text{ \AA}$ определяется уравнением (8)) согласно формуле (9) для длины пробега ПЭВ имеем: $L = (\text{Im } \kappa)^{-1} > 1 - 10 \text{ мм}$.

Авторы благодарны Г.Н.Жижину за обсуждение работы.

Литература

1. Андреев А.В., Козьев Э.К., Матвеев Ю.А., Пономарев Ю.В. Письма в ЖЭТФ, 1982, 35, 412.
2. Camley R.E., Mills D.L. Phys. Rev. B, 1984, 29, 1695.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
4. Vinogradov A. V., Zeldovich B. Ya. Appl. Opt., 1977, 16, 89.