

## Двухчастотная корреляция сигналов фотонного эха в условиях возбуждения среды импульсами из малого числа колебаний

Н. В. Знаменский<sup>1)</sup>, С. В. Сазонов<sup>1)</sup>

Российский научный центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 27 февраля 2007 г.

Предсказана двухчастотная корреляция профилей сигналов первичного и долгоживущего (стимулированного) фотонного эха в трехуровневой среде при ее возбуждении комбинированными последовательностями из квазимонохроматических резонансных (кодирующих) сигналов и фемтосекундных импульсов, состоящих из малого (вплоть до одного) числа оптических колебаний. Показано, что профили эхо-откликов обеих частот коррелируют как между собой, так и с профилями кодирующих импульсов, дублируя их, вызывая зеркальные повороты, а также масштабные преобразования по времени в зависимости от способов формирования возбуждающих последовательностей.

PACS: 42.65.Re, 42.65.Sf, 42.65.Yj

Эффект корреляции профилей возбуждающих импульсов и сигналов фотонного эха (ФЭ) возникает в условиях, когда спектры слабых (кодирующих) импульсов значительно уже неоднородной ширины резонансных линий атомов, что приводит к селективному возбуждению последних. При этом другие импульсы (референтные и считывающие) в возбуждающей последовательности являются мощными и своими спектрами накрывают спектральные линии резонансных переходов. Теоретически для первичного ФЭ (ПФЭ) в двухуровневой среде этот эффект был предсказан и всесторонне проанализирован в [1], а затем и для стимулированного эха в [2]. Данная корреляция нашла экспериментальное подтверждение в твердых телах [3, 4] и в газах [5–8]. Заметим также, что обсуждаемая корреляция была зарегистрирована в [9]. Особенности данного эффекта в трехуровневых газовых средах исследовались в [10–12], где отмечались не только воспроизведение форм кодирующих сигналов, но также их масштабные преобразования по времени (растяжение или сжатие).

Одной из тенденций в развитии лазерной физики является создание световых импульсов все более коротких длительностей [13]. Интерес здесь представляют фемтосекундные импульсы, состоящие из малого числа (вплоть до одного) колебаний. В англоязычной литературе такие объекты называются “few-cycle pulses” (FCP) [13].

Поскольку спектральная ширина FCP имеет тот же порядок величины, что и их центральная частота, то при подаче таких импульсов на вещество во взаимодействие с ними способно вовлекаться сра-

зу несколько квантовых переходов. Данное обстоятельство существенным образом влияет на характер эхо-откликов резонансной среды [14]. В такой ситуации перестает быть справедливой стандартная для резонансных квазимонохроматических импульсов (QMI) модель двухуровневой среды. Приближение трехуровневой среды является простейшим обобщением двухуровневой модели. Здесь важным представляется еще и тот факт, что в системе трехуровневых атомов возможно возникновение различных сигналов ФЭ, не способных сформироваться в двухуровневых средах [15]. Не в последнюю очередь это касается долгоживущего фотонного эха (ДФЭ), являющегося разновидностью стимулированного эха, при метастабильном характере среднего квантового состояния, из которого индуцированный переход в основное состояние запрещен, а время его спонтанного распада аномально велико и способно лежать в интервале от нескольких секунд до нескольких часов [16–19].

В предыдущих работах, посвященных отмеченной выше корреляции в ПФЭ и ДФЭ, кодирующие импульсы и эхо-сигналы имели одинаковые несущие частоты.

В силу возможности одновременного захвата спектрами FCP в трехуровневой среде обоих разрешенных переходов эффект корреляции форм объектных импульсов с профилями сигналов ПФЭ и ДФЭ может носить двухчастотный характер. Исследованию данного вопроса и посвящена настоящая работа.

Рассмотрим воздействие оптических импульсов на трехуровневую среду, схема квантовых переходов которой принадлежит к  $\lambda$ -типу. При этом квантовые уровни нумеруются снизу вверх соответственно как

<sup>1)</sup>e-mail: nvz@kiae.ru; sazonov.sergey@gmail.com

$a, b, c$ . Переход  $b \leftrightarrow a$  запрещен в дипольном приближении, то есть уровень  $b$  является метастабильным, а время жизни в этом состоянии, как отмечалось выше, может лежать в различных ситуациях в интервале от нескольких секунд до часов.

Представим элементы матрицы плотности  $\hat{\rho}$  выделенного атома и поле  $E$  оптического импульса соответственно в виде

$$\rho_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} \exp(-i\omega_{\mu\nu}t), \quad E = \chi\{\exp(-i\omega t) + \text{c.c.}\}, \quad (1)$$

где  $\omega_{\mu\nu}$  – частота  $\mu \leftrightarrow \nu$ -перехода, соответствующая центру (что обозначается нижним индексом “0”) спектральной линии ( $\mu, \nu = a, b, c$ ),  $\omega$  – центральная частота спектра импульса, вообще говоря, не совпадающая ни с одной из частот разрешенных квантовых переходов  $c \leftrightarrow a$  и  $c \leftrightarrow b$ .

Особо подчеркнем, что амплитуды  $R_{\mu\nu}$  и  $\psi$  для FCP не являются медленно меняющимися на периоде оптических колебаний.

Пусть частоты разрешенных квантовых переходов  $\omega_{ca}$  и  $\omega_{cb}$  принадлежат видимому диапазону, то есть  $\omega_{cb} \sim \omega_{ca} \sim 3 \div 5 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ , а  $\omega_{ba}$  – ближнему инфракрасному ( $\omega_{ba} \sim 5 \cdot 10^{14} \text{ c}^{-1}$ ), как это имеет место, например, для часто используемых в оптических экспериментах трехвалентных ионов празеодима, имплантированных в кристаллическую матрицу LaF<sub>3</sub> [20]. Тогда для FCP длительностью  $\tau \sim 10$  фс имеем  $\omega_{ba}\tau \sim 1$ , а  $2\omega_{cb}\tau$ ,  $(\omega_{ca} + \omega)\tau$  и  $(\omega_{cb} + \omega)\tau \gg 1$  (в случае же резонансных QMI последнее неравенство выполняется автоматически). В этих условиях можно пренебречь мнимыми экспонентами на суммарных частотах  $\omega_{ca} + \omega$  и  $\omega_{cb} + \omega$  в сравнении с такими же экспонентами на разностных частотах  $\omega_{ca} - \omega$  и  $\omega_{cb} - \omega$ . Тогда для амплитуд матрицы плотности запишем

$$\partial R_{\mu\nu} / \partial t = -i\Delta_{\mu\nu}R_{\mu\nu} + i[\hat{\psi}, \hat{R}]_{\mu\nu} - (\hat{\Gamma}\hat{R})_{\mu\nu}, \quad (2)$$

$$\mu, \nu = a, b, c,$$

где  $\Delta_{\mu\nu} = \omega_{\mu\nu} - \omega_{\mu\nu 0}$  – отстройки частот отдельных атомов от соответствующих частот центра контура неоднородного уширения,  $\hat{\Gamma}$  – оператор необратимой релаксации, ненулевые элементы матрицы  $\hat{\psi}$  имеют вид  $\psi_{cj} = (d_{cj}\psi/\hbar) \exp[i(\omega_{cj0} - \omega)t]$ , ( $j = a, b$ ), а диагональные элементы матриц  $\hat{R}$  и  $\hat{\rho}$  совпадают между собой,  $d_{cj}$  – оператор дипольного момента  $c \leftrightarrow j$ -перехода ( $j = a, b$ ),  $\hbar$  – постоянная Планка.

Согласно сказанному выше, референтные и считающиеся импульсы удовлетворяют условиям

$$|d_{cj}\psi/\hbar| \gg \sigma_{cj}, \quad \Gamma_{cj}\tau, \quad \gamma_{cj}\tau, \quad \sigma_{cj}\tau \ll 1, \quad (3)$$

где  $\sigma_{cj}$ ,  $\gamma_{cj}$  и  $\Gamma_{cj}$  – неоднородные ширины, скорости фазовой и энергетической релаксации  $c \leftrightarrow j$ -переходов, соответственно,  $j = a, b$ . Тогда в периоды импульсных воздействий в (2) можно пренебречь частотными отстройками  $\Delta_{\mu\nu}$  и релаксационными слагаемыми  $(\hat{\Gamma}\hat{R})_{\mu\nu}$ , и задача решения такого операторного уравнения сводится к нахождению оператора эволюции  $\hat{U}$ :

$$\hat{R}(t) = \hat{U}R(t_0)\hat{U}^\dagger, \quad (4)$$

где  $t_0$  – время начала импульсного воздействия.

В нашем случае матрица  $\hat{\psi}$  не коммутирует сама с собой в различные моменты времени. Для нахождения приближенного оператора эволюции при условиях (3) используем асимптотический метод Вентцеля – Бриллюэна – Крамерса – Джэфри [21], операторный вариант которого развит в [22]. Согласно данному методу, оператор эволюции записывается в виде символического предела

$$\hat{U} = \exp[i\hat{\theta}/2]_{t \rightarrow t_0, \|\hat{\psi}\| \rightarrow \infty}, \quad (5)$$

где  $\|\hat{\psi}\|$  – норма матрицы  $\hat{\psi}$ ,  $\hat{\theta} = 2 \int_{t_0}^t \hat{\psi} dt'$ .

В пределе  $\Delta t = t - t_0 \rightarrow 0$  с хорошей точностью применима теорема о подынтегральном среднем. Тогда  $\int_{t_0}^t \hat{\psi} dt' = \langle \hat{\psi} \rangle_t \Delta t$ , где  $\langle \dots \rangle_t$  обозначает операцию усреднения по времени. Следовательно, для нахождения приближенного оператора эволюции в (5) следует использовать теорему о среднем.

Используя явный вид элементов матрицы  $\hat{\psi}$ , разлагая операторную экспоненту в ряд Тейлора с последующим его суммированием, получим

$$\exp\left(i\frac{\hat{\theta}}{2}\right) = \hat{I} - 2\frac{\hat{\theta}^2}{\theta^2} \sin^2 \frac{\hat{\theta}}{\theta} - i\frac{\hat{\theta}}{\theta} \sin \frac{\hat{\theta}}{\theta},$$

где  $\hat{I}$  – единичный оператор,

$$\theta = 2 \left( \sum_{j=a,b} \int_{t_0}^t \psi_{cj} dt' \int_{t_0}^t \psi_{cj}^* dt' \right)^{1/2}.$$

Используя в выражении для теоремы о среднем, найдем с хорошей точностью ввиду выполнения условий (3)

$$\theta = (2D/\hbar) \langle \psi \rangle_t \Delta t = (2D/\hbar) \int_{t_0}^t \psi dt',$$

$$D = \sqrt{\sum_{j=a,b} |D_{cj}|^2} = \sqrt{|D_{ca}|^2 + |D_{cb}|^2}, \quad (6)$$

$$D_{cj} = d_{cj}F_{cj} \quad (j = a, b),$$

$$F_{cj} = \langle \psi e^{i(\omega_{cj} - \omega)t} \rangle_t / \langle \psi \rangle_t = \int_{t_0}^t \psi e^{i(\omega_{cj} - \omega)t'} dt' / \int_{t_0}^t \psi dt'. \quad (7)$$

Кроме того, в рассматриваемом пределе

$$\hat{\theta} = 2\langle \psi \rangle_t, \quad \Delta t = \frac{2}{\hbar} \hat{D} \langle \psi \rangle_t \Delta t = \frac{2}{\hbar} \hat{D} \int_{t_0}^t \psi dt',$$

где ненулевые элементы матрицы  $\hat{D}$  имеют вид  $D_{ca}$  и  $D_{cb}$ . Отсюда и из выражения для  $\theta$  найдем  $\hat{\theta}/\theta = \hat{D}/D$ . Тогда для оператора эволюции будем иметь

$$\hat{U} = \hat{I} - 2 \frac{\hat{D}^2}{D^2} \sin^2 \frac{\theta}{4} - i \frac{\hat{D}}{D} \sin \frac{\theta}{2}. \quad (8)$$

Таким образом, в рамках используемого подхода учет захвата спектром импульса квантовых переходов приводит к перенормировке соответствующих дипольных моментов умножением их на формфакторы  $F_{cj}$  ( $j = a, b$ ) (см. (6)), определяемые согласно (7). Явный вид данных формфакторов зависит от профиля  $\psi(t)$  амплитуды импульса. Так, легко видеть, что в случае гауссова импульса длительности  $\tau$  ( $\psi \sim \exp(-4t^2/\tau^2)$ ) с точностью до несущественного фазового множителя

$$F_{cj} = \exp \left[ - \left( \frac{\omega_{cj0} - \omega}{4} \tau \right)^2 \right].$$

Сделаем оценки параметров ФСР, способного эффективно захватывать своим спектром оба разрешенных перехода на примере ионов  $\text{Pr}^{3+}$ , имплантированных в кристаллическую матрицу  $\text{LaF}_3$ . В типичных экспериментах с такой средой квантовым уровням  $a$ ,  $b$  и  $c$  отвечают соответственно состояния  $^3H_4$ ,  $^3H_6$  и  $^3P_0$  [20]. При этом частоты разрешенных переходов равны  $\omega_{ca0} = 3.95 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$  и  $\omega_{cb0} = 3.20 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$  [20]. Пусть центральная частота  $\omega$  спектра ФСР лежит посередине между этими частотами:  $\omega = 3.57 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ . Согласно выражению для  $F_{cj}$  в случае гауссова ФСР, захват обоих разрешенных переходов возможен при  $|\omega_{cj0} - \omega| \tau / 4 \leq 1$ . Тогда  $\tau < 10$  фс. Соответствующее число колебаний, содержащихся в импульсе, можно оценить как  $\omega \tau / 2\pi \leq 5 \div 6$ . Для числа колебаний  $\sim 1 \div 2$  (или длительности  $\sim 2-3$  фс) значения  $|F_{cj}|$  близки к единице, чем обеспечивается эффективный захват обоих квантовых переходов.

Спектры слабых кодирующих сигналов, хоть и значительно уже неоднородно уширенных линий, но их длительности все еще много короче обратных ско-

ростей энергетической  $\Gamma_{cj}$  и фазовой  $\gamma_{cj}$  релаксаций, соответственно:

$$|d_{cj}\psi/\hbar| \ll \sigma_{cj}, \quad \sigma_{cj}^{-1} \ll \tau \ll \Gamma_{cj}^{-1}, \gamma_{cj}^{-1}. \quad (9)$$

В данной ситуации в системе (2) следует отбросить слагаемые  $(\hat{\Gamma}\hat{R})_{\mu\nu}$ , соответствующие необратимой релаксации, а затем линеаризовать ее относительно амплитуды  $\psi$  поля QMI. Тогда, отнеся, как и в случае сильного поля (3), начало импульсного воздействия к моменту времени  $t_0$ , найдем приближенно из (2):

$$\begin{aligned} R_{cj}(t) &= R_{cj}(t_0) e^{-i\Delta_{cj}(t-t_0)} + i \frac{d_{cj}}{\hbar} (\rho_{jj}(t_0) - \\ &\quad - \rho_{cc}(t_0)) \int_{t_0}^t \psi(t') e^{-i\Delta_{cj}(t-t')} dt', \\ R_{cq}(t) &= R_{cq}(t_0) e^{-i\Delta_{cq}(t-t_0)} + \\ &\quad + i \frac{d_{cj}}{\hbar} R_{qj}(t_0) \int_{t_0}^t \psi(t') e^{-i\Delta_{qj}(t_0-t')} dt', \\ R_{qj}(t) &= R_{qj}(t_0) e^{-i\Delta_{qj}(t-t_0)} - \\ &\quad - i \frac{d_{cj}^*}{\hbar} R_{cq}^*(t_0) \int_{t_0}^t \psi(t') e^{-i\Delta_{cq}(t_0-t')} e^{-i\Delta_{qj}(t-t')} dt', \quad (10) \\ \rho_{qq}(t) &= \rho_{qq}(t_0), \quad \rho_{cc}(t) = \rho_{cc}(t_0) + \beta_{cj}, \\ \rho_{jj}(t) &= \rho_{jj}(t_0) - \beta_{cj}, \\ \beta_{cj} &= i \frac{d_{cj}}{\hbar} R_{cj}^*(t_0) \int_{t_0}^t \psi(t') e^{-i\Delta_{cj}(t_0-t')} dt' + \text{c.c.} \end{aligned}$$

Если QMI находится в резонансе с переходом  $c \leftrightarrow a$ , то  $j = a$ ,  $q = b$ . При возбуждении же перехода  $c \leftrightarrow b$  в (10) следует положить  $j = b$ ,  $q = a$ .

Полагая в (2)  $\hat{\psi} = 0$ , используя явный вид релаксационного оператора для недиагональных и диагональных элементов  $\hat{R}$  [15], опишем динамику атомных состояний в периоды отсутствия импульсных воздействий и в промежутках между ними.

Макроскопические поляризационные эхо-отклики  $P_{cj}$  на частотах разрешенных переходов определяются по формулам

$$P_{cj} = n [Q_{cj}^{(e)} d_{cj} \langle R_{cj}(t, \Delta_{\mu\nu}) \rangle e^{-i\omega_{cj0}t} + \text{c.c.}], \quad (11)$$

где  $n$  – концентрация резонансных центров,  $Q_{cj}^{(e)}$  – фактор, зависящий от размеров и формы облучаемого образца и определяющий диаграмму направленности излучения эхо- сигналов [23],

$$\langle R_{cj}(t, \Delta_{\mu\nu}) \rangle \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} R_{cj}(t, \xi \sigma_{\mu\nu}) g(\xi) d\xi, \quad (12)$$

$g(\xi)$  – функция распределения по безразмерному параметру  $\xi$ , характеризующая контуры неоднородного уширения всех задействованных квантовых переходов и удовлетворяющая условию нормировки  $\int_{-\infty}^{+\infty}$ . Здесь учтено, что частотные отстройки для разрешенных  $\Delta_{cj}$  ( $j = a, b$ ) и запрещенных  $\Delta_{\mu\nu}$  ( $\mu, \nu = a, b, c$ ) переходов коррелируют между собой, удовлетворяя соотношениям  $\Delta_{\mu\nu} = \xi\sigma_{\mu\nu}$ , [10], где  $\sigma_{\mu\nu}$  – неоднородные ширины соответствующих переходов.

Рассмотрим ПФЭ на примере возбуждения среды сначала QMI на частоте  $\omega_{ca0}$ , а затем FCP, захватывающего своим спектром оба разрешенных перехода (последовательность “QMI- $ca$ , FCP”). Будем считать здесь и ниже, что все QMI удовлетворяют (9), а FCP – условиям (3). Учитывая левую часть двойного неравенства (9), приходим к выводу, что мнимые экспоненты, характеризующие зависимости  $R_{cj}(t, \xi\sigma_{\mu\nu})$  в подынтегральных выражениях (12) в периоды свободной эволюции являются быстроосциллирующими функциями аргумента  $\xi$ , в то время как функция распределения  $g(\xi)$  – медленной. Это дает нам право везде выносить ее из-под знаков интегралов (12). Тогда с помощью (4), (8), (10) и (12) придем к выражениям для амплитуд эхо-отклика на частотах  $\omega_{ca0}$  и  $\omega_{cb0}$  ( $ca(ca)$ - и  $cb(ca)$ -эха, соответственно):

$$\begin{aligned} \langle R_{ca}^{(ca)} \rangle &= -2i\pi g(0) \frac{d_{ca}^* D_{ca}^{(2)2}}{\hbar\sigma_{ca} D^{(2)2}} \sin^2 \frac{\theta^{(2)}}{2} \psi^{(1)} \times \\ &\times (-t + t_{ca}^{(ca)} + 2\tau_1) [\eta(t - t_{ca}^{(ca)} - \tau_1) - \eta(t - t_{ca}^{(ca)} - 2\tau_1)], \\ \langle R_{cb}^{(ca)} \rangle &= -2i\pi g(0) \frac{d_{ca}^* D_{ca}^{(2)} D_{cb}^{(2)}}{\hbar\sigma_{ca} D^{(2)2}} \times \\ &\times \sin^2 \frac{\theta^{(2)}}{2} \psi^{(1)} (-\kappa_{ba}(t - t_{cb}^{(ca)} - \tau_1) + \tau_1) \times \\ &[\eta(\kappa_{ba}(t - t_{cb}^{(ca)} - \tau_1)) - \eta(\kappa_{ba}(t - t_{cb}^{(ca)} - \tau_1) - \tau_1)], \end{aligned} \quad (13)$$

где характерные времена  $t_{ca}^{(ca)} = 2\tau_{21}$ ,  $t_{cb}^{(ca)} = (1 + \kappa_{ba}^{-1})\tau_{21}$ , масштабный множитель  $\kappa_{ba} = \sigma_{cb}/\sigma_{ca}$ ,  $\eta(x)$  – функция единичного скачка Хэвисайда, для лоренцева контура неоднородного уширения  $g(0) = 1/\pi$ , а для гауссова  $g(0) = 1/\sqrt{\pi}$ . В (13) и ниже верхние числовые индексы в скобках правых частей обозначают принадлежность к порядковому номеру импульса в возбуждающей последовательности,  $\tau_k$  и  $\tau_{k+1,k}$  – длительность  $k$ -го QMI и временной промежутка между подачей на среду  $k$ -го и  $k+1$ -го импульсов.

Мы всюду пренебрегаем необратимой фазовой релаксацией в периоды свободной эволюции между первым и вторым возбуждающими импульсами, считая,

что  $\tau_{21} \ll \gamma_{ca}^{-1}, \gamma_{cb}^{-1}, \gamma_{ba}^{-1}$ . Также пренебрегаем длительностями FCP в сравнении с межимпульсными интервалами и длительностями слабых кодирующих QMI.

Направления распространения  $ca(ca)$ - и  $cb(ca)$ -эхо-сигналов (13) находятся с помощью стандартной методики [14, 24] и определяются соответственно единичными векторами  $\mathbf{n}_{ca}^{(ca)}$  и  $\mathbf{n}_{cb}^{(ca)}$ :  $\mathbf{n}_{ca}^{(ca)} = 2\mathbf{n}^{(2)} - \mathbf{n}^{(1)}$ ,  $\mathbf{n}_{cb}^{(ca)} = (1 + \omega_{ca0}/\omega_{cb0})\mathbf{n}^{(2)} - (\omega_{ca0}/\omega_{cb0})\mathbf{n}^{(1)}$ , где  $\mathbf{n}^{(k)}$  – единичный вектор в направлении распространения  $k$ -го импульса (в настоящей работе  $k = 1, 2, 3$ ).

Как видно из (13), времена высвечивания  $ca(ca)$ - и  $cb(ca)$ -эха лежат соответственно в интервалах

$$2\tau_{21} + \tau_1 < t < 2\tau_{21} + 2\tau_1, \quad (14)$$

$$(1 + \kappa_{ba}^{-1})\tau_{21} + \tau_1 < t < (1 + \kappa_{ba}^{-1})(\tau_{21} + \tau_1).$$

Итак, после облучения среды слабым резонансным QMI на частоте  $\omega_{ca0}$  с последующей подачей на нее мощного FCP имеем два эхо-отклика на частотах  $\omega_{ca0}$  и  $\omega_{cb0}$ . Причем первый эхо-отклик дублирует инвертированную по времени форму резонансного QMI. Второй же, помимо временной инверсии, масштабно преобразует по времени данный QMI с коэффициентом преобразования  $\kappa_{ab} = \sigma_{ca}/\sigma_{cb}$ . Очевидно, что в газах  $\kappa_{ab} = \omega_{ca0}/\omega_{cb0} > 1$ , то есть огибающая ПФЭ на частоте  $\omega_{cb0}$  является одновременно инвертированной и растянутой по времени огибающей возбуждающего среду на частоте  $\omega_{ca0}$  сигнала QMI (рисунок (а)).

К совершенно аналогичной качественной ситуации мы придем при регистрации сигналов ДФЭ в случае возбуждающей последовательности “QMI- $ca$ , FCP, FCP”. При этом направления распространения откликов ДФЭ  $ca(ca)$  и  $cb(ca)$  определяются соответственно выражениями  $\mathbf{n}_{ca}^{(ca)} = \mathbf{n}^{(3)} + \mathbf{n}^{(2)} - \mathbf{n}^{(1)}$  и  $\mathbf{n}_{cb}^{(ca)} = \mathbf{n}^{(3)} + \frac{\omega_{ca0}}{\omega_{cb0}}(\mathbf{n}^{(2)} - \mathbf{n}^{(1)})$ , их временные интервалы удовлетворяют условиям (рисунок (б))

$$2\tau_{21} + \tau_{32} + \tau_1 < t < 2\tau_{21} + \tau_{32} + 2\tau_1, \quad (15)$$

$$(1 + \kappa_{ba}^{-1})\tau_{21} + \tau_{32} + \tau_1 < t < (1 + \kappa_{ba}^{-1})(\tau_{21} + \tau_1) + \tau_{32},$$

а амплитуды имеют соответственно вид

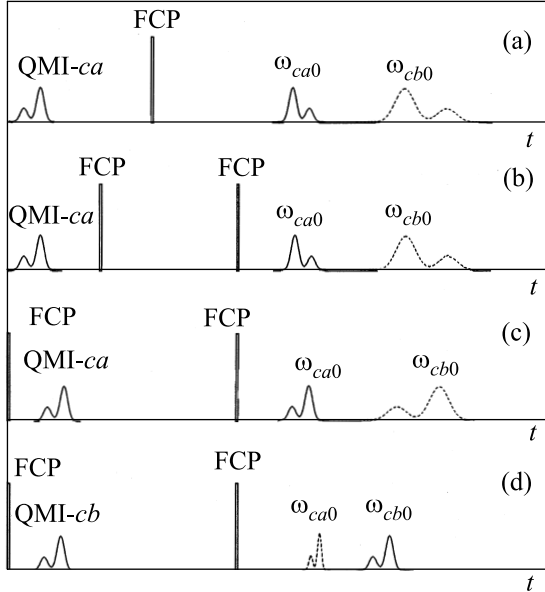
$$\begin{aligned} \langle R_{ca}^{(ca)} \rangle &= i \frac{d_{ca}^* D_{ca}^{(2)} D_{ca}^{(3)}}{\hbar\sigma_{ca} D^{(2)} D^{(3)}} G_1^{(2,3)} \psi^{(1)} \times \\ &\times (-t + t'_{ca}{}^{(ca)} + 2\tau_1) [\eta(t - t'_{ca}{}^{(ca)} - \tau_1) - \eta(t - t'_{ca}{}^{(ca)} - 2\tau_1)], \\ \langle R_{cb}^{(ca)} \rangle &= i \frac{d_{ca}^* D_{ca}^{(2)} D_{cb}^{(3)}}{\hbar\sigma_{ca} D^{(2)} D^{(3)}} G_1^{(2,3)} \psi^{(1)} \times \quad (16) \\ &\times (-\kappa_{ba}(t - t'_{cb}{}^{(ca)} - \tau_1) + \tau_1) \times \\ &\times [\eta(\kappa_{ba}(t - t'_{cb}{}^{(ca)} - \tau_1)) - \eta(\kappa_{ba}(t - t'_{cb}{}^{(ca)} - \tau_1) - \tau_1)], \end{aligned}$$

где

$$t'^{(ca)} \equiv t'^{(cb)} = 2\tau_{21} + \tau_{32}, \quad t'^{(ca)} \equiv (1 + \kappa_{ba}^{-1})\tau_{21} + \tau_{32},$$

$$G_1^{(2,3)} = \pi g(0) \left( \frac{\Gamma_{cb}}{\Gamma_{ca} + \Gamma_{cb}} \cos \frac{\theta^{(2)}}{2} - 2 \frac{|D_{cb}^{(2)}|^2}{D^{(2)2}} \sin^2 \frac{\theta^{(2)}}{4} \right) \sin \frac{\theta^{(2)}}{2} \sin \theta^{(3)} \exp(-\Gamma_{ba}\tau_{32}).$$

Здесь  $\Gamma_{\mu\nu}$  – скорость энергетической релаксации на переходе  $\mu \leftrightarrow \nu$  ( $\mu, \nu = a, b, c$ ); в силу метастабильности уровня  $b$   $\Gamma_{ba} \ll \Gamma_{ca}, \Gamma_{cb}$ .



Эффект двухчастотной корреляции профилей кодирующих импульсов QMI-*ca* и QMI-*cb* (слева) и эхо-сигналов с несущими частотами  $\omega_{ca0}$  и  $\omega_{cb0}$  (справа) при наличии в возбуждающих последовательностях FCP. Случай (а) соответствует ПФЭ, случаи (b), (c), (d) – ДФЭ. Сплошными линиями обозначены профили эхо-откликов, частоты которых совпадают с частотами возбуждающих объектных QMI (не испытывающих масштабных преобразований); пунктирными кривыми – профили сигналов эха, подверженных масштабным преобразованиям и обладающих частотами, отличными от частот кодирующих QMI. При возбуждающих последовательностях (b) и (c) масштабные преобразования в случае газовых сред соответствуют растяжениям эхо-откликов по отношению к кодирующим QMI, при последовательности (d) – сжатию

При последовательности “FCP, QMI-*ca*, FCP” на-  
ходим

$$\langle R_{ca}^{(ca)} \rangle = -i \frac{d_{ca}}{\hbar \sigma_{ca}} \frac{D_{ca}^{(1)} D_{ca}^{(3)}}{D^{(1)} D^{(3)}} G_2^{(1,3)} \psi^{(2)} \times$$

$$\times (t - \tau_{21} - \tau_{32} - \tau_2) [\eta(2\tau_2 + t'^{(ca)} - t) - \eta(\tau + t'^{(ca)} - t_2)],$$

$$\langle R_{cb}^{(ca)} \rangle = i \frac{d_{ca}}{\hbar \sigma_{ca}} \frac{D_{ca}^{(1)*} D_{cb}^{(3)}}{D^{(1)} D^{(3)}} G_2^{(1,3)} \psi^{(2)} \times$$

$$\times (\kappa_{ba}(t - \tau_{21} - \tau_{32} - \tau_2)) \times$$

$$\times [\eta(\tau_2 - \kappa_{ba}(t - t'^{(ca)} - \tau_2)) - \eta(-\kappa_{ba}(t + t'^{(ca)} - \tau_2))],$$

где

$$G_2^{(1,3)} = \pi g(0) \frac{\Gamma_{cb}}{\Gamma_{ca} + \Gamma_{cb}} \left( 1 - 2 \frac{|D_{ca}^{(1)}|^2}{D^{(1)2}} \sin^2 \frac{\theta^{(1)}}{4} \right) \times$$

$$\times \sin \frac{\theta^{(1)}}{2} \sin \theta^{(3)} \exp(-\Gamma_{ba}\tau_{32}).$$

Таким образом, вновь высвечиваются оба эхо-сигнала на частотах  $\omega_{ca0}$  и  $\omega_{cb0}$  в интервалах времен, определяемых (15), и в тех же направлениях, что и в предыдущем случае. Однако теперь профиль *ca*(*ca*)-эха в точности копирует форму огибающей второго возбуждающего импульса, а сигнал *cb*(*ca*)-эха сопровождается еще и масштабным временным преобразованием с коэффициентом  $\kappa_{ab} = \sigma_{ca}/\sigma_{cb}$  (рисунок (c)).

В заключение рассмотрим возбуждающую последовательность “FCP, QMI-*cb*, FCP”. В этом случае имеем для амплитуд ДФЭ

$$\langle R_{cb}^{(cb)} \rangle = 2i \frac{d_{cb}}{\hbar \sigma_{cb}} \frac{|D_{ca}^{(1)}|^2 D_{cb}^{(1)*} D_{cb}^{(3)}}{D^{(1)3} D^{(3)}} G_3^{(1,3)} \psi^{(2)} \times$$

$$\times (t - \tau_{21} - \tau_{32} - \tau_2) [\eta(2\tau_2 + t'^{(cb)} - t) - \eta(\tau_2 + t'^{(cb)} - t)],$$

$$\langle R_{ca}^{(cb)} \rangle = -2i \frac{d_{cb}}{\hbar \sigma_{cb}} \frac{|D_{ca}^{(1)}|^2 D_{cb}^{(1)*} D_{cb}^{(3)}}{D^{(1)3} D^{(3)}} G_3^{(1,3)} \psi^{(2)} \times$$

$$\times (\kappa_{ba}^{-1}(t - \tau_{21} - \tau_{32} - \tau_2)) \times$$

$$\times [\eta(\tau_2 - \kappa_{ba}^{-1}(t - t'^{(cb)} - \tau_2)) - \eta(-\kappa_{ba}^{-1}(t - t'^{(cb)} - \tau_2))],$$

где

$$t'^{(cb)} = (1 + \kappa_{ba})\tau_{21} + \tau_{32},$$

$$G_3^{(1,3)} = \pi g(0) \frac{\Gamma_{ca}}{\Gamma_{ca} + \Gamma_{cb}} \sin \frac{\theta^{(1)}}{2} \times$$

$$\times \sin^2 \frac{\theta^{(1)}}{4} \sin \theta^{(3)} \exp(-\Gamma_{ba}\tau_{32}).$$

Отсюда видно, что сигнал *cb*(*cb*)-эха дублирует профиль QMI-*cb*, а эхо-отклик *ca*(*cb*) испытывает еще и дополнительное масштабное преобразование с коэффициентом  $\kappa_{ba} = \kappa_{ab}^{-1} = \sigma_{cb}/\sigma_{ca}$ . Отметим, что в случае газов  $\kappa_{ba} < 1$ , то есть отклик ДФЭ на частоте  $\omega_{ca0}$  испытывает сжатие по отношению к возбуждающему QMI-*cb* (рисунок (d)). Времена высвечивания обоих эхо-откликов определяются, соответственно, интервалами

$$2\tau_{21} + \tau_{32} + \tau_2 < t < 2\tau_{21} + \tau_{32} + 2\tau_2,$$

$$\left(1 + \frac{\sigma_{cb}}{\sigma_{ca}}\right) \tau_{21} + \tau_{32} + \tau_2 < t < \left(1 + \frac{\sigma_{cb}}{\sigma_{ca}}\right) (\tau_{21} + \tau_2) + \tau_{32}, \quad (19)$$

а направления распространения – выражениями  $\mathbf{n}_{cb}^{(cb)} = \mathbf{n}^{(3)} + \mathbf{n}^{(2)} - \mathbf{n}^{(1)}$  и  $\mathbf{n}_{cb}^{(ca)} = \mathbf{n}^{(3)} + (\omega_{cb0}/\omega_{ca0}) \times (\mathbf{n}^{(2)} - \mathbf{n}^{(1)})$ .

Эффект корреляции форм возбуждающих QMI и эхо-сигналов в разобранных нами случаях является двухчастотным исключительно благодаря тому, что спектры FCP одновременно захватывают оба разрешенных квантовых перехода. Действительно, пусть, например, в случае ПФЭ второй импульс является не FCP, а мощным резонансным QMI-са. Тогда  $D_{ca}^{(2)} = d_{ca}$ ,  $D_{cb}^{(2)} = 0$  и, как видно из (13),  $\langle R_{cb} \rangle = 0$ . Следовательно, мы приходим к хорошо известному эффекту одночастотной корреляции. К аналогичному выводу приводит анализ сигналов ДФЭ. При всех других возбуждающих последовательностях в случае ДФЭ, отличных от рассмотренных выше, также возникает одночастотная корреляция профилей подаваемых на среду импульсов и сигналов эха.

Мощности рассмотренных здесь эхо-сигналов существенным образом зависят от значений факторов  $F_{cj}$  спектрального захвата. При эффективном спектральном перекрытии, когда  $|F_{cj}| \approx 1$ , мощности эхо-откликов принимают значения, типичные для случаев возбуждения сред резонансными QMI [23]. Согласно численным оценкам, приведенным в настоящей работе для  $\text{LaF}_3:\text{Pr}^{3+}$ , эффективное перекрытие возникает, если референтный и считывающий FCP содержат порядка 1–2 оптических колебаний. При 5–6 колебаниях  $|F_{cj}| \approx 1/e \approx 0.3$ . Соответственно, в этом случае мощности различных эхо-откликов на один – два порядка ниже мощностей сигналов эха, генерируемых резонансными квазимонохроматическими импульсами.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 05-02-16422а).

1. С. О. Елютин, С. М. Захаров, Э. А. Маныкин, *ЖЭТФ* **76**, 835 (1979).

2. С. О. Елютин, С. М. Захаров, Э. А. Маныкин, *Опт. и спектр.* **52**, 577 (1982).  
 3. В. А. Зуйков, В. В. Самарцев, Р. Г. Усманов, *Письма в ЖЭТФ* **32**, 293 (1980).  
 4. T. W. Mossberg, *Opt. Lett.* **7**, 77 (1982).  
 5. N. W. Carlson, L. J. Rothberg, A. G. Yodth et al., *Opt. Lett.* **8**, 483 (1983).  
 6. N. W. Carlson, W. R. Babbit, Y. S. Bai, and T. W. Mossberg, *JOSA B* **1**, 506 (1984).  
 7. Л. С. Василенко, Н. Н. Рубцова, *Опт. и спектр.* **59**, 52 (1985).  
 8. N. W. Carlson, W. R. Babbit, Y. S. Bai, and T. W. Mossberg, *Opt. Lett.* **9**, 232 (1984).  
 9. У. Х. Копвиллем, В. Р. Нагибаров, В. А. Пирожков и др., *Письма в ЖЭТФ* **20**, 139 (1974).  
 10. С. М. Захаров, Э. А. Маныкин, *ЖЭТФ* **91**, 1289 (1986).  
 11. И. В. Евсеев, В. А. Решетов, *Опт. и спектр.* **53**, 796 (1982).  
 12. I. V. Yevseev, V. M. Yermachenko, and V. A. Reshetov, *Optica Acta* **30**, 817 (1983).  
 13. T. Brabec and F. Krausz, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 545 (2000).  
 14. А. Ю. Пархоменко, С. В. Сазонов, *Письма в ЖЭТФ* **67**, 887 (1998).  
 15. Э. А. Маныкин, В. В. Самарцев, *Оптическая эхоспектроскопия*, М.: Наука, 1984.  
 16. Н. Н. Ахмедиев, В. А. Зуйков, В. В. Самарцев и др., *Письма в ЖЭТФ* **45**, 122, (1987).  
 17. Y. C. Chen, K. P. Chiang, and S. R. Hartmann, *Optics Commun.* **29**, 181 (1979).  
 18. R. M. Shelby, R. M. Mcfarlane, and C. S. Yannoni, *Phys. Rev. B* **21**, 5004 (1980).  
 19. W. R. Babbit and T. Mossberg, *Optics Commun.* **65**, 185 (1988).  
 20. А. М. Башаров, Г. Г. Григорян, Н. В. Знаменский и др., *ЖЭТФ* **129**, 239 (2006).  
 21. Н. Н. Моисеев, *Асимптотические методы в нелинейной механике*, М.: Наука, 1982.  
 22. С. В. Сазонов, *Опт. и спектр.* **95**, 666 (2003).  
 23. В. В. Самарцев, *ЖПС* **30**, 581 (1979).  
 24. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, М.: Мир, 1978 [L. Allen and J. H. Eberly, *Optical resonance and two-level atoms*, Wiley, N. York, 1975].