Письма в ЖЭТФ, том 43, вып. 1, стр. 3 – 5 *10 января 1986 г.*

ЯВНО НАРУШЕННАЯ $N=4$ СУПЕРСИММЕТРИЧНАЯ МОДЕЛЬ С КОНЕЧНОЙ ЭНЕРГИЕЙ ВАКУУМА

Н.В.Красников

Доказано, что $N=4$ суперсимметричная модель с явным мягким нарушением суперсимметрии обладает конечной плотностью энергии вакуума в любом порядке теории возмущений при условии, что массовые члены удовлетворяют дополнительному правилу сумм $\sum_{J=0,1/2} (2J+1)(-1)^{2J} m_J^4 = 0$.

Недавно было доказано, что $N=4$ суперсимметричная модель [1] является ультрафиолетово-конечной во всех порядках теории возмущений [2]. Более того, добавление явно нарушающих $N=4$ суперсимметрию массовых членов сохраняет свойство конечности функций Грина (в специальной калибровке) [3,4].

В настоящей работе мы покажем, что добавление явно нарушающих $N=4$ суперсимметрию массовых членов приводит к конечной плотности энергии вакуума при условии, что массовые члены удовлетворяют дополнительному правилу сумм

$$\sum_{J=0,\,1/2} (2J+1)\,(-1)^{2J} m_J^4 = 0. \tag{1}$$

Лагранжиан $N=4$ суперсимметричной модели представим в виде [1]

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + i\bar\Psi^\alpha \nabla\Psi_\alpha + \frac{1}{4}\nabla_\mu \bar H^{\alpha\beta}\nabla_\mu H_{\alpha\beta} - \frac{g}{\sqrt{2}}(\bar H^{\alpha\beta}\Psi_\alpha \times \Psi_\beta + \text{н.с.}) - $$

$$-\frac{g^2}{16}\bar H^{\alpha\beta} \times H^{\gamma\delta} H_{\alpha\beta} \times H_{\gamma\delta},$$

$$\nabla_\mu = \partial_\mu + gA_\mu \times$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + gA_\mu \times A_\nu \tag{2}$$

где векторное поле A_μ, киральные спиноры Ψ_α и скаляры $H_{\alpha\beta}$ преобразуются по присоединенному представлению калибровочной группы. Индексы α и β пробегают значения $1, \ldots 4$, соответствующие глобальной $SU(4)$-симметрии по отношению к которой является синглетом, Ψ_α – квартетом, а $H_{\alpha\beta}$ – вещественным секстетом:

$$H_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}\bar H^{\gamma\delta},$$

$$\bar H^{\gamma\delta} = (H_{\gamma\delta})^*.$$

Как было показано в работах [3,4] добавление явно нарушающих суперсимметрию массовых членов не портит свойства конечности функций Грина (в специальной калибровке) при условии, что массовые члены удовлетворяют правилу сумм

$$\sum_{J=0,1/2} (2J+1)(-1)^{2J} m_J^2 = 0. \tag{3}$$

Рассмотрим массовые члены вида [3,4]

$$\begin{aligned}\Delta \mathcal{L} &= -m_i^2\Phi_i^+\Phi_i - m_{ij}^2\Phi_i\Phi_j - m_{ij}^2\Phi_i^+\Phi_j^+ - \frac{1}{2} M_\alpha(\Psi_\alpha\Psi_\alpha + \text{н.с.}) - \sqrt{2}g(M_1\Phi_1\cdot\Phi_3^+ \times\Phi_2^+ +\\ &+ M_2\Phi_1^+\cdot\Phi_3^+\times\Phi_2 + M_3\Phi_1^+\Phi_3\times\Phi_2^+ + M_4\Phi_1\cdot\Phi_3\times\Phi_2 + \text{н.с.}) \equiv -m_i^2\Phi_i^+\Phi_i - \\ &- m_{ij}^2(\Phi_i\Phi_j + \Phi_i^+\Phi_j^+) - M_\alpha(K_\alpha + \text{н.с.})\end{aligned} \tag{4}$$

Заметим, что массовый член (4) с $m_i = M_i$ $(i = 1, 2, 3)$,

$$m_{ij} = M_4 = 0 \tag{5}$$

сохраняет $N = 1$ суперсимметрию. Поля A_μ, Ψ_i, Φ_i, Ψ_4 группируются в супермультиплеты

(Ψ_4, A_μ) – векторный мультиплет
(Φ_i, Ψ_i) – киральные мультиплеты

Как следствие существования $N = 1$ суперсимметрии энергия вакуума равна нулю в случае (5).

Разложим выражение для плотности энергии вакуума в ряд по массовым параметрам m_i, m_{ij}, M_j вплоть до четвертой степени, а именно[1)]

$$\Delta E = m_i^2 c_i^1 + M_j^2 c_j^2 + m_{ij}^2 m_{ij}^2 c_{ij}^7 + m_i^2 m_j^2 c_{ij}^3 + M_i^2 M_j^2 c_{ij}^4 + m_i^2 M_j^2 c_{ij}^5 + m_{ij}^2 M_k M_l c_{ijkl}^6 + O(m^6). \tag{6}$$

Согласно стандартным правилам подсчета расходимостей фейнмановских диаграмм [5] первые два коэффициента c_i^1, c_j^2 являются квадратично расходящимися, тогда как коэффициенты c_{ij}^3, c_{ij}^4, c_{ij}^5, c_{ijkl}^6, c_{ij}^7 расходятся логарифмически. Поэтому для доказательства конечности плотности энергии вакуума необходимо проверить сокращение всех членов в разложении ΔE по массовым параметрам вплоть до четвертой степени включительно.

В случае (5) массовые члены не нарушают $N = 1$ суперсимметрию, следовательно вакуумная энергия равна нулю в каждом порядке по m_i. Как следствие, имеем правила сумм

$$c_i^1 + c_i^2 = 0, \tag{7}$$

$$c_{ij}^3 + c_{ij}^4 + c_{ij}^5 = 0, \tag{8}$$

$$i, j = 1, 2, 3.$$

$SU(4)$ – симметрия лагранжиана (2), приводит к равенствам

$$c_i^1 = c_j^1, \quad c_i^2 = c_j^2, \tag{9}$$

$$c_{ij}^k = c_0^k + \delta_{ij} c_1^k, \tag{10}$$

$$k = 3, 4, 5, 7.$$

Используя результаты анализа структуры ультрафиолетовых расходимостей в $N = 1$ суперсимметричных теориях с мягким нарушением суперсимметрии [6], получаем

$$c_{ijkl}^6 = 0.$$

---

1) При выводе разложения (6) существенно использовалась инвариантность лагранжиана (2) относительно преобразований $\Psi_j \to \exp(i\alpha_j)\Psi_j$, $\Psi_4 \to \exp(-i\sum_j \alpha_j)\Psi_4$, $\Phi_k \to \exp(i\alpha_k - i\sum_j \alpha_j)\Phi_k$.

Первые два коэффициента в разложении (6) исчезают вследствие соотношений (7), (9) и правила сумм (3). Используя соотношения (8), (10) и правила сумм (1), (3), получаем

$$\Delta E = \sum_{i=1}^{3} (m_i^2 M_i^2 - m_i^4) c_1^5 + O(m^6) \qquad (11)$$

Коэффициент c_{ij}^5 есть

$$c_{ij}^5 = \int d^4x d^4y < 0 \,|\, T(\Phi_i^+(0)\, \Phi_i(0),\ K_j(x),\ K_j^+(y)) >_{con}^{N=4}. \qquad (12)$$

Используя тот факт, что $K_j(x)$ преобразуется относительно глобальной группы $SU(4)$, как компонента 10-плета, а $\Phi_i^+(x)\ \Phi_i(x)$ как $1 + 20_s$ можно получить, что

$$c_{ij}^5 = c_0^5, \quad c_1^5 = 0. \qquad (13)$$

Тем самым доказана конечность плотности энергии вакуума.

Таким образом $N = 4$ суперсимметричная модель с мягким нарушением суперсимметрии является первым примером нетривиальной четырехмерной теории с конечной плотностью энергии вакуума. В однопетлевом приближении плотность энергии вакуума есть

$$\Delta E = \frac{1}{64\pi^2} \sum_{j=0,\ 1/2} (2J+1)\, m_J^4 (-1)^{2J} \ln \frac{m_J^2}{\mu^2}. \qquad (14)$$

Я благодарен В.А.Матвееву, А.Н.Тавхелидзе и М.Чайчиан за интерес к работе и полезные обсуждения.

Литература

1. *Gliozzi F., Scherk J., Olive D.* Nucl. Phys., 1977, **B122**, 253; *Brink L., Schwarz J., Scherk J.* ibid., 1977, **B121**, 77.
2. *Mandelstam S.* Nucl. Phys., 1983, **B213**, 365; *Howe P., Stelle K., Townsend P.* ibid., 1983, **B213**, 365; *Grisaru M., Siegel W.* ibid., 1983, **B214**, 519.
3. *Namazie M., Salam A., Strathdee J.* Phys. Rev., 1983, **D28**, 1481.
4. *Parkes A., West P.* Phys. Lett., 1983, **122B**, 365; *Bij J.J., Yao Y.P.* ibid., 1983, **125B**, 171; *Taylor J.G.* ibid., 1983, **121B**, 386.
5. *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* Введение в теорию квантованных полей, М.: Наука, 1973.
6. *Girardello L., Grisaru M.* Nucl. Phys., 1982, **B194**, 65.

Институт ядерных исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
18 октября 1985 г.