Письма в ЖЭТФ, том 43, вып. 1, стр. 8 – 10 *10 января 1986г.*

НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ОБЛАСТЬ В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ И КОНДЕНСАТЫ

А.А.Андрианов, В.А.Андрианов, В.Ю.Новожилов, Ю.В.Новожилов

Показано, что параметры низкоэнергетической области КХД полностью определяются глюонным и кварковым конденсатами. Условием существования области является положительность глюонного конденсата.

Определяющая роль глюонного и кваркового конденсатов $\langle G^2_{\mu\nu}\rangle$ и $\langle\bar\psi\psi\rangle$ в низкоэнергетических явлениях квантовой хромодинамики хорошо установлена правилами сумм [1]. Однако, пока еще не была выяснена связь конденсатов с параметрами низкоэнергетической области (н-э.о) КХД, где существенны процессы с нарушением киральной симметрии. Покажем, что можно ввести такие параметры н-э.о., которые однозначно определяются конденсатами.

Рассмотрим производящий функционал для вакуумных средних от кварковых токов, зависящий также от внешних полей V_μ и A_μ

$$Z(V,A) = \int (DG) Z_\psi (V,A,G) \exp iW_{YM}, \qquad (1)$$

$$Z_\psi (V,A,G) = \int D\bar\psi D\psi \exp (i\int \bar\psi \not{D} \psi d^4x), \qquad (2)$$

где G_μ – глюонное поле, W_{YM} – действие глюонного поля, включая духи Фаддеева – Попова, $V_\mu = V_{\mu a}T_a$, где T_a – антиэрмитовы генераторы группы цвета и ароматов. Полный оператор Дирака $\not{D}$ для кварков есть $\not{D} = i\gamma^\mu\,[\partial_\mu + (V_\mu + \gamma_5 A_\mu)\otimes 1_c + g 1_f \otimes G_\mu]$, где 1_c и 1_f – единичные матрицы в пространстве цвета и аромата.

Выделим в фермионном интеграле (2) релятивистски инвариантную н-э.о. L интегрирования по кваркам, удовлетворяющую следующим условиям: *(а)* физически область L определяется тем, что в ней доминируют непертурбативные кирально неинвариантные флуктуации кварков, характеризуемые конденсатом $\langle\bar\psi\psi\rangle$, *(б)* область L калибровочно инвариантна, и векторные изоспиновые токи сохраняются, *(в)* область L устойчива относительно флуктуаций величины кваркового конденсата. Перейдем в (1) и (2) в евклидово пространство и рассмотрим собственные значения K полного оператора Дирака: $\not{D}\psi_{K\alpha} = K\psi_{K\alpha}$, где α нумерует поляризацию и внутренние степени свободы. Введем два параметра размерности массы Λ и M и определим область L соотношением

$$-\Lambda + M \leqslant K \leqslant \Lambda + M, \qquad 0 \leqslant M \leqslant \Lambda. \qquad (3)$$

Оба параметра Λ и M инвариантны относительно векторных калибровочных и локальных киральных преобразований как группы ароматов $SU(2)$, так и группы цветов. В данном приближении конденсат $\langle\bar\psi\psi\rangle \sim 1_f \otimes 1_c$.

В присутствии внешних полей кварковый конденсат равен вакуумному значению плотности кварков, усредненной по объему. В евклидовом пространстве для безмассовых кварков

$$\langle\bar\psi\psi\rangle_E = -\int d^4K \frac{2N_c}{K}\{\theta(\Lambda + M - K) - \theta(\Lambda - M - K)\} = \frac{N_c}{2\pi^2}\Big(\Lambda^2 M + \frac{M^3}{3}\Big), \qquad (4)$$

где мы воспользовались базисом собственных флуктуаций полного оператора Дирака. В пространстве Минковского ($M \to -i M$)

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle = -\frac{N_c}{2\pi^2}\left(\Lambda^2 M - \frac{M^3}{3}\right), \qquad (5)$$

где N_c – число цветов.

Величина кваркового конденсата изменяется при кварковых флуктуациях $\psi(x) \to \exp(-\sigma(x))\,\psi(x)$ со скалярным полем $\sigma = \sigma_0 + \tau^a \sigma_a$, которое в общем случае реализуется как в синглетном, так и присоединенном представлениях группы ароматов. Чтобы область L была устойчива, такие флуктуации должны быть подавлены. Возможность подавления их определяется эффективным действием $W_{эфф}(\sigma)$ для поля σ, которое генерируется конформной аномалией. Роль глюонов здесь является определяющей. Поэтому при вычислении $W_{эфф}(\sigma)$ мы полагаем $V_\mu = A_\mu = 0$, так что $\not{D} = i(\not{\partial} + g\not{G})$. Наряду с $\not{D}$ нужно также рассматривать конформно преобразованный оператор Дирака $\not{D}_\sigma = e^{\sigma}\not{D}e^{\sigma}$. Соответствующие фермионные интегралы (2) обозначим $Z_\psi(G, 1)$ и $Z_\psi(G, \sigma)$. Тогда эффективное действие $W_{эфф}(\sigma)$ (в пространстве Евклида) дается выражениями

$$\exp(-W_{эфф}(\sigma)) \equiv Z_\psi(G, 1) Z_\psi^{-1}(G, \sigma), \qquad (6)$$

$$W_{эфф}(\sigma) = \int_0^1 ds \int d^4x\, 2\,\mathrm{tr}\{\sigma(x)\langle x \,|\, \theta(\Lambda^2 - (\not{D}_{s\sigma} - M)^2)\,|\, x\rangle\}, \qquad (7)$$

где при выводе (7) мы воспользовались конечно-модовой регуляризацией [2]. Формула (7) получена интегрированием конформной аномалии.

Чтобы выяснить условия устойчивости области L при вариации кваркового конденсата, достаточно ограничиться постоянными полями $\sigma = \sigma_c = \mathrm{const}$ и рассмотреть эффективный потенциал $V(\sigma_c)$. Вычисляя (7) в евклидовом пространстве и переходя затем в пространство Минковского, получаем для эффективного потенциала выражение

$$V(\sigma_c) = \frac{N_f}{16\pi^2}\left\{\frac{N_c}{4}\,(e^{-8\sigma_c} - 1)(6\Lambda^2 M^2 - \Lambda^4 - M^4) + (g^2\sigma_c/3)\sum_a (G^a_{\mu\nu})^2\right\}, \qquad (8)$$

содержащее линейно глюонный инвариант. Здесь N_f – число ароматов. Усреднение по глюонным полям в основном функционале (1) при *больших* N_c дает конденсат $\langle G^2_{\mu\nu}\rangle$ в качестве ведущего члена для $G^2_{\mu\nu}$ в (8). Область низких энергий (3) устойчива относительно флуктуаций конденсата $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$, если эффективный потенциал имеет минимум при $\sigma_c = 0$, т. е. в отсутствии флуктуаций. Условие экстремума эффективного потенциала порождает связь параметров Λ и M и глюонного конденсата

$$6N_c(6\Lambda^2 M^2 - \Lambda^4 - M^4) = \langle g^2 \sum_a (G^a_{\mu\nu})^2\rangle. \qquad (9)$$

Экстремум эффективного потенциала при $\sigma_c = 0$ является минимумом, если глюонный конденсат положителен

$$\langle \Sigma (G^a_{\mu\nu})^2 \rangle > 0. \qquad (10)$$

Следовательно, представление о низкоэнергетической области L в КХД невозможно сформулировать, если глюонный конденсат отрицателен или равен нулю. Формулы (5) и (9) выражают кварковый и глюонный конденсаты через параметры Λ и M низкоэнергетической области. Эта область, таким образом, однозначно определяется конденсатами.

Параметры Λ и M (асимметрия спектра) определяют также затравочную константу распада пиона в киральном лагранжиане [3]: $F_0^2 = (N_c/4\pi^2)(\Lambda^2 - M^2)$. С учетом киральных логарифмов $F_0 = 88$ МэВ, чтобы было $F_\pi = 93$ МэВ.

Выбирая параметры $\Lambda = 450$ МэВ и $M = 320$ МэВ, мы получаем при $F_0 = 88$ МэВ и $\langle \bar{\psi} \psi \rangle = -(200 \text{ МэВ})^3$ вполне разумное значение глюонного конденсата $\frac{g^2}{4\pi^2} \langle \Sigma (G^a_{\mu\nu})^2 \rangle =$ $= (415 \text{ МэВ})^4$.

Литература

1. *Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I.* Nucl. Phys., 1979, **B147**, 385.
2. *Andrianov A.A., Bonora L.* Nucl. Phys., 1984, **B233**, 232.
3. *Андрианов А.А., Андрианов В.А., Новожилов В.Ю., Новожилов Ю.В.* VIII Семинар по проблемам квантовой теории поля и физики высоких энергий, Протвино, ИФВЭ, 1985.

Ленинградский государственный университет
им. А.А.Жданова

Поступила в редакцию
15 ноября 1985 г.