Письма в ЖЭТФ, том 43, вып. 1, стр. 27 – 30 *10 января 1986 г.*

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СПИНОВЫХ ВОЛН В НИЗКОРАЗМЕРНЫХ ГЕЙЗЕНБЕРГОВСКИХ МАГНЕТИКАХ

Ю.А.Косевич, А.В.Чубуков

В рамках микроскопического подхода найдены логарифмические расходимости флуктуационных поправок к спектрам спиновых волн: квантовых поправок для одномерных ($1D$) антиферромагнетиков и классических для $2D$ ферро- и антиферромагнетиков. Показано, что температурная поправка к спектру $3D$ антиферромагнетика $\propto T^4 \ln T$.

В настоящей работе рассмотрены два вопроса: 1) в какой мере учет взаимодействия между квантовыми флуктуациями (нулевыми колебаниями спина) влияет на структуру основного состояния квантовых спиновых систем и 2) могут ли квантовые эффекты изменить температурные зависимости магнитных характеристик ферро- или антиферромагнетиков.

1. Начнем с изучения структуры основного состояния. Известно, что при $T = 0$ квантовые эффекты играют принципиальную роль в одномерном ($1D$) пространстве, где для всех систем с затравочным ($S = \infty$) линейным голдстоуновским спектром (например, для XY-модели или антиферромагнетика) их учет приводит к размытию дальнего магнитного порядка [1]. Этот факт, однако, не позволяет однозначно предсказать поведение корреляционных функций, и, соответственно, ответить на вопрос, есть ли в системе на всех масштабах расстояний спиновые волны. Для $1D$ магнетиков с $S = 1/2$ ответ известен из точных решений [1,2]: корреляторы убывают по степенному закону и на всех длинах волн есть спиновые волны, скорости которых отличаются от соответствующих классических значений только численными множителями.

Долгое время считалось, что этот же результат должен быть справедлив и для всех других значений спина. С другой стороны, среди $1D$ квантовых систем с затравочным голдстоуновским спектром есть одна выделенная, где квантовые флуктуации наиболее сильны. Это $1D$ антиферромагнетик, затравочный спектр которого $\epsilon_k = 2JS|\sin k|$ содержит две голдстоуновские моды на $k = 0$ и $k = \pm\pi$[1)]. Недавно Халдейн [3] предпринял попытку установить в рамках квазиклассики соответствие между $1D$ квантовым антиферромагнетиком и $2D$ классической $O(3)$ σ-моделью, где, как известно [4,5], учет флуктуаций приводит к экспоненциальному закону спадания корреляций и к отсутствию спиновых волн на малых волновых векторах. Согласно высказанной им гипотезе, степенное спадание корреляторов, заведомо осу -

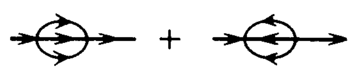
---

1) Речь идет об описании свойств антиферромагнетика без его разбиения на 2 подрешетки. В противном случае следует говорить о двух голдстоуновских ветвях в спектре.

2) Для полуцелых спинов справедлива доказанная для $S = 1/2$ теорема Либа – Шульца – Маттиса [1] о вырожденности основного состояния антиферромагнетика, т.е. о голдстоуновском характере его спектра [13].

ществляющееся при $S = 1/2$, характерно для полуцелых значений спина, тогда как для целых значений S следует ожидать конечности корреляционного радиуса и "парамагнитного" поведения[2]. Несмотря на то, что результаты Халдейна оспаривались рядом авторов [6], они стимулировали быстрый рост числа работ по численному моделированию структуры основного состояния $1D$ антиферромагнетиков (обширный список литературы имеется в [7]). Данные численных экспериментов свидетельствуют о качественном различии в поведении систем с $S = 1/2$ и $S = 1$ (впервые на это явно указано в [8]).

Рассмотрим *микроскопический* спиновый гамильтониан антиферромагнетика $\mathcal{H}=J\sum_l \mathbf{S}_l\mathbf{S}_{l+1}$ и вычислим в явном виде квантовые поправки к спектру спиновых волн, удерживая слагаемые, пропорциональные S^{-2}. Процедура нахождения поправок стандартна и включает в себя 1) диагонализацию квадратичной формы в бозе-гамильтониане антиферромагнетика с помощью "обобщенного" UV-преобразования и 2) учет ангармонизмов во втором порядке теории возмущений. Вид бозе-гамильтониана и описание процедуры "обобщенного" UV-преобразования можно найти, например, в [9]. Диаграммы, которые следует учесть на втором этапе, таковы (напомним, что после UV-преобразования число ангармонизмов увеличивается):



Частично вклад от этих диаграмм идет на компенсацию "паразитных" расходимостей, появившихся после UV-преобразования. Оставшаяся часть приводит к логарифмически растущей поправке к магнонному спектру для волновых векторов k близких к нулю или $\pm\pi$. Так вблизи $k = 0$ имеем

$$\epsilon_k = 2JSk\left[1+\frac{\pi-2}{2\pi S}+\frac{\text{const}}{S^2}+\frac{|\ln k|}{\pi^2 S^2}\left(1+O\left(\frac{|\ln k|}{\pi S}\right)\right)\right] \quad ; \quad k\equiv|\mathbf{k}|. \qquad (1)$$

Логарифмическая перенормировка возникает только от областей, где волновой вектор одного из виртуальных магнонов близок к нулю, а двух других – к $\pm\pi$, т.е. перенормировка *целиком* обусловлена наличием второй голдстоуновской моды в классическом спектре элементарных возбуждений. Согласно формуле (1), с увеличением масштаба расстояний квантовые флуктуации растут, или, другими словами, эффективный спин уменьшается $\left(\frac{1}{\tilde S}-\frac{1}{S}\sim\frac{|\ln k|}{\pi S^2}\right)$ и теория возмущений по обратному спину (играющему роль константы связи [3]) перестает работать при $k \lesssim k_0 = e^{-\pi S}$ (параметр разложения $|\ln k|/\pi S$ в формуле (1) становится порядка единицы). Конечно, в рамках подхода, основанного на теории возмущений, невозможно предсказать поведение системы на малых векторах и тем более установить различие между целыми и полуцелыми спинами. Тем не менее представляется, что наличие логарифмически растущих с увеличением масштаба поправок (что характерно для $2D$ $O(3)$ σ-модели [4]) указывает на возможность качественного различия в структуре основного состояния $1D$ антиферромагнетика и $1D$ систем с одной голдстоуновской модой в затравочном спектре (например, XY-модели). Отметим, что включение магнитного поля приводит к появлению щели $\sim H$ для моды с $k = \pm\pi$ в затравочном спектре спиновых волн. Поэтому если предсказания теории верны, то в полях $H \sim H_E e^{-\pi S}$ (H_E – обменное поле) должен произойти фазовый переход в "квазиантиферромагнитное" состояние со степенным законом спадания корреляторов и голдстоуновским спектром. Этот переход, по-видимому, можно наблюдать экспериментально (например, в антиферромагнетике $CsNiCl_3$).

2. При $T \neq 0$ главная температурная перенормировка энергии спиновой волны определяется диаграммой

(предполагается, что в антиферромагнетике квадратичная форма уже приведена к диагональному виду). Заштрихованный квадрат – полная амплитуда рассеяния. Ее отличие от затравочной обусловлено, во-первых, наличием квантовых перенормировок (поправки при $T = 0$) и, во-вторых, температурными эффектами. Рассмотрим ферро- и антиферромагнетики отдельно.

2а. Для *ферромагнетиков* ситуация в $3D$ пространстве хорошо известна: температурная перенормировка амплитуды не важна, а квантовая перенормировка добавляет к квазиклассическому результату только множитель, явно зависящий от величины спина [10]. В $2D$-пространстве ситуация иная. Согласно нашим расчетам, учет перенормировки амплитуды приводит к появлению множителя, логарифмически зависящего от волнового вектора:

$$\epsilon_k = JSk^2 \left[1 - \alpha \left(\frac{T}{JS^2} \right)^2 |\ln k| \left(1 + O\left(\frac{T}{JS^2} |\ln k| \right) \right) - O\left(\frac{T}{JS} \right)^2 \right], \qquad (2)$$

где

$$\alpha = \begin{cases} \zeta(2) \cdot (4 \cdot (2\pi)^2)^{-1} = 1/96, & k \gg (T/JS)^{1/2}; \\ (2\pi)^{-2}, & k \ll (T/JS)^{1/2}. \end{cases} \qquad (3)$$

При $k \gg (T/JS)^{1/2}$ логарифмическая поправка происходит от квантовой перенормировки амплитуды рассеяния, а при $k \ll (T/JS)^{1/2}$ – от учета температурной зависимости амплитуды. Теория возмущений, в рамках которой получена формула (2), перестает работать при $k \sim e^{-JS^2/T}$ (параметр разложения $\frac{T}{JS^2} |\ln k|$ становится порядка единицы), что есть естественное отражение свойств $2D$ $O(3)$ σ-модели, описывающий на макроскопическом уровне $2D$ гейзенберговский ферромагнетик [4]. В рамках макроскопического подхода аналогичная зависимость энергии спиновой волны от температуры при $k \ll (T/JS)^{1/2}$ была найдена в [11]. Отметим, что формулы (2) и (3) получены без предположения о большой величине спина. Отсутствие сложной зависимости логарифмической поправки от величины S имеет физическое объяснение. Дело в том, что сложная зависимость от S может возникать только за счет интегралов, значения которых определяются деталями структуры на расстояниях порядка межатомного. В то же время коэффициент при логарифме определяет радиус корреляций, который, вследствие перенормируемости σ-модели, должен зависеть только от макроскопических свойств системы.

2б. Для *антиферромагнетиков* при $T \neq 0$ новый результат получен уже в $3D$-пространстве: учет *квантовой* перенормировки амплитуды приводит к изменению температурной зависимости спектра низкочастотных спиновых волн по сравнению с известным результатом $\Delta\epsilon_k \propto (T/JS)^4$, полученным в квазиклассическом приближении [12]. Для $k \ll (T/JS)^3$ имеем:

$$\epsilon_k = 2\sqrt{3} JSk \left\{ 1 - \frac{\pi^2}{2160\sqrt{3} S} \left(\frac{T}{JS} \right)^4 \left[1 + \frac{10\sqrt{3}}{3\pi^2 S} \left| \ln \frac{T}{JS} \right| \right] \right\}. \qquad (4)$$

Формула (4) выведена в предположении $S \gg 1$. Анализ показывает, что поправки от высших порядков теории возмущений и обязанные температурной перенормировке амплитуды $\propto \left(\frac{T}{JS} \right)^4$ и не содержат логарифмического множителя. Поэтому формула (4) при $\frac{T}{JS} \ll 1$ описывает *главную* температурную поправку к спектру $3D$ антиферромагнетиков. Подчеркнем, что, как и при $T = 0$ (см. п. 1), наличие логарифма есть прямое следствие существования двух голдстоуновских мод в спектре элементарных возбуждений антиферромагнетика.

В $2D$-пространстве получить ответ для температурной перенормировки спектра в явном виде не удается. Согласно оценкам, при $k \ll T/JS$ главную роль играет учет температурной зависимости амплитуды, что приводит к такой же логарифмической перенормировке спектра, что и в $2D$-ферромагнетике (фактически наличие двух линейных голдстоуновских мод в антиферромагнетике оказывается в данном случае эквивалентным одной квадратичной в ферромагнетике). Учет квантовой перенормировки амплитуды может стать существенным при $k \gg T/JS$, однако достоверных оценок здесь получить не удается.

Авторы благодарны А.Ф.Андрееву, П.Б.Вигману, М.И.Каганову и В.В.Лебедеву за обсуждения работы на разных стадиях и ценные замечания.

Литература

1. *Lieb E., Shults T., Mattis D.* Ann. Phys., 1961, 16, 407.
2. *Luther A., Peschel I.* Phys. Rev., 1975, B12, 3908.
3. *Haldane F.D.M.* Phys. Rev. Lett., 1983, 50, 1133; Phys. Lett., 1983, 93A, 464.
4. *Polyakov A.M.* Phys. Lett., 1975, 59B, 79.

5. *Вигман П.Б.* Письма в ЖЭТФ, 1985, 41, 79.
6. *Chui S.T., Ma K.B.* Phys. Rev., 1984, **B29**, 1281; *Sogo K.* Phys. Lett., 1984, **104A**, 51.
7. *Parkinson J.B. et al.* J. Appl. Phys., 1985, 57, 3319.
8. *Botet R., Jullien R.* Phys. Rev., 1983, **B27**, 613.
9. *Rastelli E., Tassi A.* Phys. Rev., 1975, **B11**, 4711.
10. *Dyson F.* Phys. Rev., 1956, **102**, 1217.
11. *Лебедев В.В.* ЖЭТФ, 1984, 87, 1481; *Покровский В.Л., Фейгельман М.В.* ФТТ, 1977, **19**, 2469.
12. *Oguchi T.* Phys. Rev., 1960, 117, 117.
13. *Glauss U., Shneider T.* Phys. Rev., 1984, **B30**, 217.

Институт физических проблем им. С.И.Вавилова
Академии наук СССР
ВНИЦП и В

Поступила в редакцию
18 октября 1985 г.