

ФАЗЫ ДВУМЕРНОГО ПЛАНАРНОГО АНТИФЕРРОМАГНЕТИКА В ОДНОРОДНОМ ПОЛЕ

Д.Х.Ли, Дж.Д.Джоаннопулос, Дж.В.Негеле, Д.П.Ландау

В данной работе вновь анализируется поведение планарного антиферромагнетика (XY-модель) на двумерной квадратной и треугольной решетках в однородном магнитном поле, с последующим комментарием фазовых диаграмм, недавно предложенных Доценко и Уйминим.

Две недавно опубликованные работы ¹ и ² дают взаимно противоречащие результаты для фазовых диаграмм планарного антиферромагнетика (XY-модель) на двумерных треугольной и квадратной решетках в присутствии однородного магнитного поля H . Гамильтониан системы дается следующим выражением

$$\beta \mathcal{H} = \frac{1}{T} \sum_{\langle ij \rangle} \cos(\theta_i - \theta_j) - h \sum_i \cos \theta_i, \tag{1}$$

где $h \equiv H/T$, а T – температура.

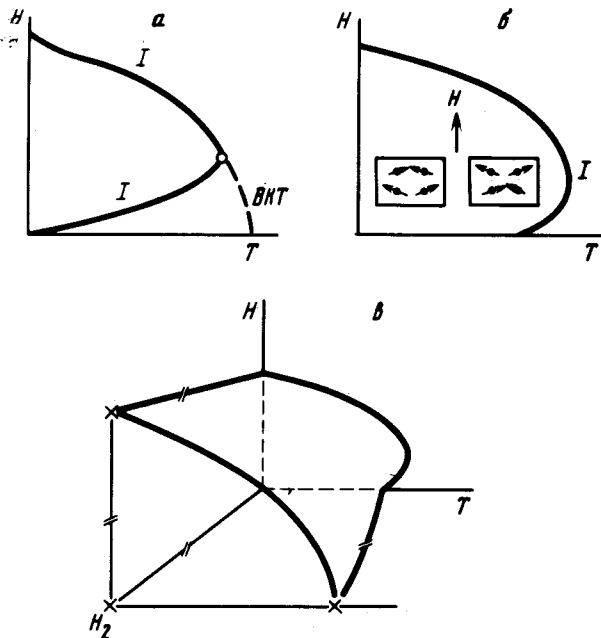


Рис. 1. Схематическая фазовая диаграмма для планарного антиферромагнетика (XY-модель) на квадратной решетке. Диаграмма (а) была предложена в работе ¹, (б) была предложена в ², а (в) показывает глобальную структуру в присутствии как однородного магнитного поля, так и одноосной анизотропии. Две реализации вырожденного основного состояния для слабого изображения в упорядоченной области диаграммы (б). Переходы Изинга (I) и Березинского – Костерлица – Таулесса (БКТ) обозначены на границах

Для квадратной решетки Доценко и Уймин ¹ предложили фазовую диаграмму, изображенную на рис. 1, а. Эта диаграмма включает, очевидно, границу фазового перехода Березинского – Костерлица – Таулесса (БКТ), которая простирается от критической точки в нулевом поле, а также границу перехода Изинга (I), которая идет к началу координат $T = 0$ при $H \rightarrow 0$. Против, фазовая диаграмма, изображенная на рис. 1, б, предложенная авторами данной статьи в ², включает лишь одну границу перехода Изинга, соединенную с точкой перехода в нулевом поле. Это означает, что для инфинитезимально малого H в системе наблюдается дальний порядок ниже критической температуры в нулевом поле. Разница возникает также в фазовой диаграмме для треугольной решетки в слабом магнитном поле. Фазовая диаграмма Доценко и Уймина, изображенная на рис. 2, а, отчетливо разделяет разрыв вихрей и переход Изинга в нулевом поле. Это находится в соответствии с предложением Мяшшиты

и Шибы в работе ³. В противоположность этому, фазовая диаграмма на рис. 2, б из работы ² определяет одну мультикритическую точку для нулевого поля, ассоциированную с разрывом вихрей, вызванным доменными стенками, которая обрывает две отчетливые границы, соответствующие конечному полю. В связи с работами Доценко и Уймина, настоящая статья приводит дополнительные аргументы в пользу фазовой структуры рисунков 1, б и 2, б.

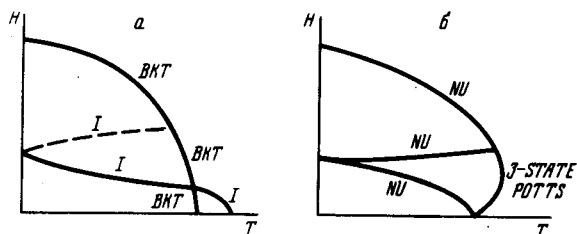


Рис. 2. Схематические фазовые диаграммы для планарного антиферромагнетика (XY-модель) на треугольной решетке, предложенной в работе ¹ и ² для (а) и (б) соответственно. Неуниверсальный (NU) переход и трехуровневый переход Поттса обозначены на границах

Мы начнем с рассмотрения квадратной решетки. В этом случае модель антиферромагнетика в однородном поле проецируется на эквивалентную модель ферромагнетика со ступенчатым полем. Таким образом,

$$\beta \mathcal{H} = - \frac{1}{T} \sum_{\langle ij \rangle} \cos(\theta_i - \theta_j) - h \sum_i \xi_i \cos \theta_i, \quad (2)$$

где $\xi_i = 1$ на подрешетке I и $\xi_i = -1$ на подрешетке II.

Как было указано Кнопсом и Карди в ⁴ и ⁵ соответственно, ступенчатое поле является несущественной переменной в данном случае. Однако, это поле генерирует при ренормализации поле одноосной анизотропии h_2 .

В самом деле, беря континуальный предел уравнения (2), определяя поля θ_I и θ_{II} на двух подрешетках и избавляясь интегрированием от поля $\theta_I - \theta_{II}$, мы находим, что для достаточно малого h перенормированный гамильтониан, зависящий от переменной $\theta = \theta_I + \theta_{II}$, соответствует в континуальном пределе гамильтониану

$$\beta \mathcal{H} = - \frac{1}{T_{eff}} \sum_{\langle ij \rangle} \cos(\theta_i - \theta_j) - h_2 \sum_i \cos 2\theta_i + O(h^4) \dots, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} T_{eff} &= T - AT^2 h^2, \\ h_2 &= -BTh^2, \end{aligned} \quad (4)$$

а A и B — положительные величины и $h_2 = H_2/T_{eff}$.

Мы замечаем, что уравнение (3) описывает планарный ферромагнетик (XY-модель) с полем одноосной анизотропии. Поскольку $h_2 < 0$, существуют две реализации основного состояния с намагниченностью, перпендикулярной приложенному полю H . Уравнения ренормализационной группы для T_{eff} и h_2 были получены Хозе с соавторами в работе ⁶ и Эпицуром с соавторами ⁷. Они даются следующими формулами:

$$\begin{aligned} \frac{dT_{eff}}{d \ln a} &= -cT_{eff}^2 h_2^2, \\ \frac{dh_2}{d \ln a} &= (2 - T_{eff}/\pi)h_2, \end{aligned} \quad (5)$$

где $c > 0$, а a — меняющаяся при ренормализации постоянная решетки. При $T_{eff} \leq T_{BKT} = \pi/2$, поле h_2 является существенной переменной, а следовательно обычная БКТ фаза

при $h_2 = 0$ заменяется фазой с *дальним порядком* при конечном h . В самом деле, базируясь на неравенствах для корреляционных функций, Элицур с соавторами строго установили в ⁷, что для гамильтониана (3) возможны лишь две фазы. Это, соответственно, фаза с дальним порядком и парамагнитная фаза, разделенные переходом Изинга.

Поскольку температура T свелась к T_{eff} , после того как ступенчатое поле было удалено ренормализацией (что означает подавление флуктуаций ступенчатым полем), мы приходим к выводу, что при $T \leq T_{\text{БКТ}}$ система имеет дальний порядок. Это противоречит фазовой диаграмме, предложенной на рис. 1, а.

Приведенный выше анализ приводит к глобальной фазовой диаграмме, изображенной на рис. 1, в. Для конечных H_2 существует поверхность переходов Изинга, которая сводится к фиксированной точке ($T = T_1$, $H = 0$, $H_2 = \infty$) при ренормализации. Структура этой фазовой диаграммы подтверждается также расчетом по методу Монте-Карло.

Фазовая структура для слабого поля, как показано на рис. 1, б, полученная вначале ренормгрупповым расчетом и подтвержденная затем расчетами по методу Монте-Карло (см. ⁸), может быть физически понята с помощью следующих простых рассуждений. В слабом поле доменная стенка между доменами с двумя возможными реализациями основного состояния, изображенными на рис. 1, б, имеет энергию на единицу длины $\epsilon \propto H$ и толщину $l \propto 1/H$. Для определения критической температуры T_1 приравниванием энергии доменной стенки и энтропии нужно оценить энтропию толстой доменной стенки. Если обозначить число конфигураций для доменной стенки нулевой ширины и длины L через $N_L \propto \lambda^L$, то число конфигураций границы толщины l будет примерно $\lambda^{L/l}$. Эта оценка исключает все конфигурации для границы нулевой ширины со структурой на шкале меньшей чем l и дает энтропию, которая уменьшается должным образом при росте l . Таким образом, зависимость ϵ и l от H компенсируют друг друга, что дает конечную критическую температуру в пределе нулевого поля:

$$T_1 = \frac{L\epsilon}{\ln NL} = \frac{\epsilon}{(1/l)\ln\lambda} \xrightarrow{H \rightarrow 0} \frac{1}{\ln\lambda}. \quad (6)$$

Напротив, предложение о том, что энтропия стенки пропорциональна $L \ln l$, сделанное в работе ¹, дает нефизичное поведение в том, что энтропия не уменьшается с l и, в конечном итоге, приводит к результату $T_1 = (\epsilon/\ln l) \xrightarrow{H \rightarrow 0} 0$, как и показано на рис. 1, а.

Наконец, мы кратко обсудим различие фазовых диаграмм для треугольной решетки, изображенных на рис. 2. Доенко и Уймин предсказывают в ¹ два отчетливых перехода в нулевом поле, в то время как в работе ² предсказывается лишь один переход. Недавние расчеты по методу ренормализационной группы ⁹ показывают, что существует лишь один переход при $H = 0$, как и показано на рис. 2, б. Хотя в результате анализа работы ⁹ остается неясным является ли этот переход переходом первого рода или непрерывным переходом, наличие единственного непрерывного перехода было продемонстрировано расчетом по методу Монте-Карло и скейлинговым анализом для конечных систем в работе ². В частности, было найдено, что температура разрыва вихрей $T_{\text{БКТ}} = 0,505 \pm 0,005$ и температура плавления доменных стенок $T_1 = 0,510 \pm 0,005$ совпадают в пределах статистической ошибки. Это легко объяснить в рамках физического механизма разрыва вихрей, вызванного доменными стенками.

Фазовые границы в конечном поле были тщательно изучены комбинированием анализа симметрий и скейлинговым расчетом по методу Монте-Карло для конечных систем, что дало результаты противоречащие рис. 2, а. Переход в класс универсальности трехуровневой модели Поттса был предсказан на основании анализа симметрий и был подтвержден демонстрацией того, что скейлинговые кривые исключительно хорошо описываются критическими экспонентами $\beta = 1/9$, $\gamma = 13/9$, $\nu = 5/6$ и $\alpha = 1/3$. Также, измерения β на двух внутренних фазовых границах дают неуниверсальное поведение, так что β меняется, по крайней мере,

от 0,14 до 0,21. Это находится в очевидном противоречии с предписанием модели Изинга $\beta = 1/8$.

В заключение заметим, что большое количество теоретического материала, включающего анализ по методу ренормализационной группы, расчеты по методу Монте-Карло, анализ симметрий и качественные рассуждения о поведении доменных стенок, убедительно свидетельствует в пользу фазовой структуры рисунков 1,б и 2,б.

Литература

1. Доценко Вик.С., Уймин Г.В. Письма в ЖЭТФ, 1984, 40, 236; Landau Institute preprint, 1984 – 18.
2. Lee D.H., Joannopoulos J.D., Negele J.W., Landau D.P. Phys. Rev. Lett., 1984, 52, 433; Phys. Rev. B (in press).
3. Miyashita S., Shiba H. J. Phys. Soc. Jpn., 1984, 53, 1145.
4. Knops H. Ann. Phys., 1980, 128, 5128.
5. Cardy J.L. Phys. Rev., 1981, B24, 5128.
6. Jose V., Kadanoff L.P., Kirkpatrick S., Nelson D.R. Phys. Rev., 1977, B16, 1217.
7. Elitsur S., Pearson R., Shigemitsu J. Phys. Rev., 1979, D19, 3698.
8. Lee D.H., Joannopoulos J.D., Negele J.W., Landau D.P. M.I.T. preprint, 1984.
9. Yosefin M., Domany E. Phys. Rev., 1985, B32, 1778.

Исследовательский центр

им. Ватсона, ИБМ, США

Массачусеттский

технологический институт, США

Университет Джорджии, США

Поступила в редакцию

15 ноября 1985 г.