Письма в ЖЭТФ, том 45, вып. 2, стр. 82 – 85 *25 января 1987 г.*

ТИПЫ НЕОДНОРОДНЫХ СТРУКТУР, ПОГРАНИЧНЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ И КИРАЛЬНАЯ АНОМАЛИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ С ДИРАКОВСКИМИ ЗОНАМИ

О.А.Панкратов

На основе эффективного гамильтониана Дирака проклассифицированы все типы неоднородных полупроводниковых структур. Для одного из вариантов – антиферромагнитной доменной стенки – имеется аналогия с киральной аномалией, которая проявляется в наличии перпендикулярного к плоскости стенки магнитного момента.

Принятая в настоящее время классификация полупроводниковых гетеропереходов основана на сопоставлении величин ширины запрещенной зоны ϵ_g и работы выхода φ контактирующих материалов [1]. Однако $\epsilon_g(\mathbf{r})$ и $\varphi(\mathbf{r})$ не исчерпывают возможные типы ответственных за неоднородность физических полей.

Для двухзонного полупроводника, энергетический спектр которого описывается уравнением Дирака (таковы, например, соединения A^4B^6 [2]), гамильтониан в приближении эффективной массы фактически обладает полной сферической симметрией (если пренебречь анизотропией массы). Эта симметрия допускает возмущения, отвечающие (в релятивистских обозначениях) ковариантным билинейным формам:

$$[-m_0 + \upsilon\gamma^\mu(i\partial_\mu - eA_\mu) + \gamma_5 P + i\gamma^\mu\gamma_5 M_\mu + \frac{i}{2}\gamma^\mu\gamma^\nu F_{\mu\nu}]\psi = 0, \tag{1}$$

где $m_0(\mathbf{r}) \equiv \epsilon_g(\mathbf{r})/2$, $A_\mu = (\varphi, -\mathbf{A})$, $P(\mathbf{r})$ – псевдоскаляр, $M_\mu(\mathbf{r}) = (M_0, \mathbf{M})$ – псевдовектор, $F_{\mu\nu}(\mathbf{r}) \equiv (\mathbf{E}, \mathbf{B})$ – антисимметричный тензор ($\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ – полярное и аксиальное векторные поля, отнюдь не обязательно имеющие смысл электрического и магнитного полей). Вместо скорости света в (1) фигурирует межзонный матричный элемент скорости υ, который, пренебрегая кристаллической анизотропией, можно считать скаляром. В стационарном случае гамильтонова форма уравнения (1) имеет вид

$$\begin{pmatrix} e\varphi + m_0 + (\mathbf{M}+\mathbf{B})\vec{\sigma} - \epsilon & \upsilon\vec{\sigma}(\hat{\mathbf{p}} - e\mathbf{A}) - i\vec{\sigma}\mathbf{E} + iP - M_0 \\ \text{э. с.} & e\varphi - m_0 + (\mathbf{M}-\mathbf{B})\vec{\sigma} - \epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = 0. \tag{2}$$

Поскольку мы фактически имеем дело лишь с пространственной симметрией, а не с полной группой Лоренца, величины $\mathbf{M}$ и M_0, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{E}$, φ и $\mathbf{A}$ независимы.

В обычном гетеропереходе φ и m_0 – функции координаты z. Смена знака $m_0(z)$ соответствует инверсному контакту [3, 4]. Возмущение $\mathbf{E}$ появляется в полупроводниках-сегнетоэлектриках. Неоднородность $\mathbf{E}(z)$ реализуется, например, в виде доменной стенки [5]. Как было показано в [3–5], в таких неоднородных структурах существуют двумерные пограничные электронные состояния [1)].

Диагональные члены $(\mathbf{M} \pm \mathbf{B})\vec{\sigma}$ можно трактовать как вклад удаленных зон в g-факторы электронов и дырок [2]. Обратившись к явному виду базисных функций [6], легко установить, что матричный элемент iP соответствует взаимодействию с антиферромагнитной подсистемой, а M_0 –спин-орбитальному возмущению, обусловленному нечетной компонентой кристаллического потенциала.

Для однородного полупроводника-антиферромагнетика, опуская в (2) все внешние поля кроме $P(z) = P$, находим

$$\epsilon(k_z, \mathbf{k}_\perp) = \pm[m_0^2 + P^2 + \hbar^2\upsilon^2(k_z^2 + k_\perp^2)]^{1/2}, \tag{3}$$

где k_z, $\mathbf{k}_\perp$ – проекции квазиимпульса на ось z и перпендикулярную плоскость. При наличии доменной стенки $P(z \to \pm\infty) = \pm P$ и $P > 0$, квадрируя (2), приходим к волновому уравнению суперсимметричной квантовой механики [2)]

$$[(\upsilon\sigma_z\hat{p}_z \mp iP(z))(\upsilon\sigma_z\hat{p}_z \pm iP(z)) + \hbar^2\upsilon^2 k_\perp^2 + m_0^2 - \epsilon^2]\psi_{2,1} = 0. \tag{4}$$

Нулевая мода этого уравнения $(\psi_1^{(0)}, \psi_2^{(0)})$ соответствует локализованным у доменной стенки двумерным состояниям, спектр которых

$$\epsilon_0(\mathbf{k}_\perp) = \pm(m_0^2 + \hbar^2\upsilon^2 k_\perp^2)^{1/2} \tag{5}$$

не вырожден в силу фиксированной спиновой структуры функций $\psi_2^{(0)} \sim |\downarrow\rangle$ и $\psi_1^{(0)} \sim |\uparrow\rangle$ [3].

В магнитном поле H, параллельном оси z, уравнение (2) имеет вид

$$\begin{pmatrix} m_0 - \epsilon & (\upsilon\sigma_z\hat{p}_z + iP(z)) + \sigma_+\pi_- + \sigma_-\pi_+ \\ \text{э. с.} & -m_0 - \epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = 0, \tag{6}$$

---

1) Член $i\vec{\sigma}\mathbf{E}$ соответствует аномальному магнитному моменту дираковской частицы. Поэтому для нейтрона в электрическом поле заряженной пластины существуют, согласно [5], суперсимметричные связанные состояния с энергией, зависящей от двумерного импульса.

2) Этот случай математически эквивалентен инверсному контакту в однородном антиферромагнетике ($P(z) = \text{const}$, $m_0 = m_0(z)$) [7], поскольку соответствующие гамильтонианы связаны унитарным преобразованием.

где $\sigma_\pm$ и $\pi_\pm$ – "повышающие" и понижающие" спиновые и орбитальные операторы, причем коммутатор $[\pi_+, \pi_-] = -2|e|\hbar H/c$. Учитывая, что для состояний нулевой моды $\sigma_+\psi_1^{(0)} = \sigma_-\psi_2^{(0)} = 0$ и $(v\sigma_z\hat{p}_z \pm iP(z))\psi^{(0)}_{2,1}(z) = 0$, из (6) находим уровни Ландау

$$\epsilon_0(n) = \pm(m_0^2 + 2n\hbar^2 v^2/L^2)^{1/2}\;; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$
$$\epsilon_0(0) = -m_0 \operatorname{sign} H, \tag{7}$$

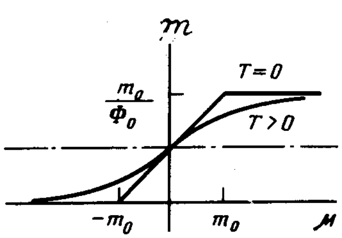
где $L = (c\hbar/|eH|)^{1/2}$ – магнитная длина. При $H > 0$ уровень $+m_0$ отсутствует, поскольку $\pi_+\psi_2^{(0)} \neq 0$, в то время как нормируемое решение уравнения $\pi_-\psi_1^{(0)} = 0$, отвечающее уровню $-m_0$, существует. При изменении знака H операторы π_+ и π_- меняются ролями, в результате уровень $-m_0$ исчезает и появляется состояние $\epsilon_0(0) = +m_0$. Таким образом, симметрия спектра относительно замены $\epsilon \to -\epsilon$ оказывается нарушенной.

"Прыжок" нулевого уровня Ландау и, следовательно, скачок энергии при инверсии поля, означает наличие магнитного момента, ориентированного вдоль оси z. В результате, как и в $(2+1)$ электродинамике [8], утрачивается симметрия относительно отражения в плоскости, проходящей через эту ось, несмотря на то, что в пределе $H \to 0$ симметрия $\epsilon \to -\epsilon$ восстанавливается.

В электродинамике киральная аномалия проявляется через универсальные (в заданном поле) вакуумную плотность заряда и тока. Поскольку в любой гетероструктуре химпотенциал μ фиксирован объемом и, в принципе, произволен, в нашем случае эти величины, определяемые заполнением нулевой моды, не универсальны. Зато магнитный момент на единицу площади

$$\mathcal{M} = -\frac{1}{2H}[\Omega(H) - \Omega(-H)] = \frac{T}{2\phi_0}(\operatorname{sign}P)\ln\frac{1 + \exp[(\mu + m_0)/T]}{1 + \exp[(\mu - m_0)/T]} \tag{8}$$

при $T = 0$ и $\mu > m_0$ равен просто $(m_0/\phi_0)\operatorname{sign}P$ и не зависит от $|P|$! (см. рисунок; $\phi_0 = 2\pi\hbar c/|e|$ – квант потока). При $P \to 0$ безгранично растет длина локализации момента вдоль оси z, так что его объемная плотность стремится к нулю. Момент $\mathcal{M}$ возникает из-за наличия выделенного направления, заданного $\operatorname{grad} P(z)$ в третьем измерении, чего, разумеется, нет в $(2+1)$ электродинамике.



Плотность магнитного момента антиферромагнитной доменной стенки в зависимости от химпотенциала μ и температуры. Интервал $-m_0 < \mu < m_0$ соответствует запрещенной зоне; ϕ_0 – квант потока

В заключение кратко рассмотрим поле $M_0(\mathbf{r})$. Сохраняя в (2) лишь возмущение $M_0(\mathbf{r})$, получим

$$v\vec{\sigma}\hat{\mathbf{p}}\psi_1 = [-M_0(\mathbf{r}) \pm \sqrt{\epsilon^2 - m_0^2}]\psi_1\;, \tag{9}$$

где $|\epsilon| > m_0$. В отличие от других рассмотренных полей неоднородность $M_0(r)$, по-видимому, не может локализовать электроны. Для одномерной структуры $M_0(z)$ это очевидно, так как

$$\psi_1^{(\pm)}(z) \sim \exp\left\{\frac{i}{\hbar v}\int_0^z [-M_0(z) \pm \sqrt{\epsilon^2 - m_0^2}]dz\right\}\;. \tag{10}$$

Поэтому мы ограничимся случаем $M_0(r) \equiv M_0 = \text{const}$. В отсутствие внешнего магнитного поля энергетический спектр имеет вид

$$\epsilon(\mathbf{k}) = \pm[m_0^2 + (M_0 \pm \hbar v|\mathbf{k}|)^2]^{1/2} . \tag{11}$$

В магнитном поле $H \parallel Oz$ нулевые подзоны Ландау теряют симметрию относительно замены $k_z \to - k_z$:

$$\epsilon_{\pm}(n, k_z) = \pm \{m_0^2 + (M_0 \pm \hbar v \sqrt{k_z^2 + 2n/L^2})^2\}^{1/2}; \quad n = 1, 2, 3, ... \tag{12}$$

$$\epsilon(0, k_z) = \pm\{m_0^2 + (M_0 - \hbar v k_z)^2\}^{1/2} .$$

Экстремумы нулевых подзон сдвинуты в направлении магнитного поля на величину $k_0 = M_0/\hbar v$. Для безмассового двухкомпонентного уравнения Вейля в $(3 + 1)$ измерениях асимметричная нулевая мода, создаваемая магнитным полем, пересекает ось $\epsilon = 0$, что приводит к токовой аномалии Адлера – Белла – Джакива [9]. В нашем случае уравнение четырехкомпонентно, поэтому токового состояния не возникает. Энергетический спектр типа (11), (12) может реализоваться благодаря спин-орбитальному взаимодействию в полупроводниках без центра инверсии. В частности, такова зона проводимости теллура [10].

Автор благодарен С.М.Апенко, обратившему его внимание на работу [9].

Литература

1. *Силин А.П.* УФН, 1985, **147**, 485.
2. *Nimtz G., Schlicht B., Dornhaus R.* Narrow-Gap Semiconductors. Springer Tracts in Modern Physics, 1983, **98**.
3. *Волков Б.А., Панкратов О.А.* Письма в ЖЭТФ, 1985, **42**, 145.
4. *Pankratov O.A., Pakhomov S.V., Volkov B.A.* Sol. St. Comm., 1986, No. 8.
5. *Волков Б.А., Панкратов О.А.* Письма в ЖЭТФ, 1986, **43**, 99.
6. *Волков Б.А., Панкратов О.А., Сазонов А.В.* ЖЭТФ, 1983, **85**, 1395.
7. *Кусмарцев Ф.В., Цвелик А.М.* Письма в ЖЭТФ, 1985, **42**, 207.
8. *Semenoff G.W.* Phys. Rev. Lett., 1984, **53**, 2449.
9. *Nielsen H.B., Ninomiya M.* Phys. Lett., 1983, **130b**, 389.
10. *Blinowski J., Rebmann G., Rigaux C., Mycielski J.* Journ. de Phys., 1977, **38**, 1139.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
19 ноября 1986 г.