Письма в ЖЭТФ, том 43, вып. 2, стр. 57 – 59 *25 января 1986 г.*

К КИРАЛЬНОЙ ТЕОРИИ НУКЛОНОВ

Д.И.Дьяконов, В.Ю.Петров

Построен эффективный киральный лагранжиан, содержащий все степени градиентов пионного поля. Предложена новая постановка задачи о нуклоне как о связанном состоянии кварков в самосогласованном поле, описываемом киральным лагранжианом. Предварительные оценки приводят к удовлетворительным значениям массы и размера нуклона.

В работах [1, 2] было предложено рассматривать нуклон как топологический солитон кирального лагранжиана (см. обзор [3]). Однако до сих пор эта идея могла быть реализована только в модели Скирма, поскольку вид полного кирального лагранжиана был неизвестен. В данной работе мы предлагаем новую точку зрения на нуклон, которая близка к солитонной, но имеет ясный физический смысл и допускает параметрически обоснованное вычисление массы, размера и других характеристик барионов.

Для построения кирального лагранжиана, содержащего все степени градиентов пионного поля, надо прежде всего иметь теорию спонтанного нарушения киральной инвариантности. В работах [4 – 6] было показано, что достаточно разреженный инстантонный вакуум КХД хорошо объясняет это важнейшее явление сильных взаимодействий. В частности, в [6] было получено эффективное низкоэнергетическое действие для голдстоуновских полей $S[\pi]$. Оно имеет вид функционального детерминанта от оператора Дирака кварка с динамической массой M во внешнем пионном поле:

$$S[\pi] = \ln\det\left[i\hat{\partial} + iM\exp\left(i\pi^a(x)\tau^a\gamma_5\right)\right]. \qquad (1)$$

Это выражение применимо в области импульсов пионного поля $p < 1/\bar{\rho}$, где $\bar{\rho}$ – средний размер инстантонов. В области импульсов $p \gtrsim 1/\bar{\rho}$ становятся существенными другие адронные степени свободы, и надо учитывать зависимость динамической массы от импульса. Отметим, что $M(p)$ быстро падает при $p > 1/\bar{\rho}$ [5, 6], так что при больших импульсах возникает теория свободных безмассовых кварков (с пертурбативными поправками). Значения величин $M = M(p = 0)$ и $1/\bar{\rho}$ в инстантонном вакууме находятся из параметра КХД Λ (в реальности фиксируются по глюонному конденсату $\langle F^2_{\mu\nu}\rangle$) и равны ~ 345 МэВ и ~ 600 МэВ, соответственно [5, 6]. Подчеркнем, что $M(0)$ теоретически мало по упаковочному параметру инстантонной среды. Поэтому именно достаточно разреженный инстантонный вакуум КХД делает задачу о построении нетривиального кирального лагранжиана, применимого в широкой области импульсов, не бессмысленной [1)].

---

1) Отметим, что выражение (1) было недавно предложено в виде гипотезы в работах [7, 8]. Эти работы не содержат, однако, ни вывода, ни обсуждения области применимости (1).

Рассмотрим коррелятор токов из N_c кварков (N_c – число цветов), имеющих квантовые числа нуклона и раздвинутых на большое евклидово время T. Асимптотика коррелятора дает массу низшего состояния (нуклона) $\mathcal{M}_N$:

$$\Pi_N(T) = \langle \underbrace{\psi(\mathbf{O},0)\ldots\psi(\mathbf{O},0)}_{N_c};\ \underbrace{\psi^+(\mathbf{O},T)\ldots\psi^+(\mathbf{O},T)}_{N_c}\rangle = \frac{1}{\mathcal{N}}\int D\pi\int D\psi D\psi^+ \times$$

$$\times\ \underbrace{\psi\ldots\psi(0)}_{N_c}\ \underbrace{\psi^+\ldots\psi^+(T)}_{N_c}\exp\{\int d^4x\,\psi^+[i\hat{\partial}+iM\exp(i\pi\gamma_5)]\psi\} \underset{T\to\infty}{\to} \exp(-\mathcal{M}_N T). \qquad (2)$$

Согласно сказанному выше, мы оставляем от всей КХД лишь две степени свободы – голдстоуновское поле пионов и кварки с динамической массой $M(0)$ – предполагая, что существенные импульсы полей в интеграле (2) окажутся меньше $1/\bar{\rho}$ (напомним, что размер нуклона $\sim$ (300 МэВ)$^{-1}$). Интеграл по ψ, ψ^+ в (2) есть произведение пропагатора кварка в пионном поле (в степени N_c) на детерминант оператора Дирака (1). Если пионное поле стационарно, то при $T\to\infty$ первый определяется низшим уровнем с положительной энергией дираковского гамильтониана

$$H = i\partial_i\gamma_0\gamma_i + M\gamma_0\exp(i\pi^a(\mathbf{x})\tau^a\gamma_5), \qquad (3)$$

а второй – всем отрицательным континуумом того же гамильтониана. Итак, при $T\to\infty$ мы имеем

$$\Pi_N(T) = \int D\pi(\mathbf{x})\exp\{-TN_c[E_{min,>0} + \sum_{E_n<0}(E_n - E_n^{(0)})]\}. \qquad (4)$$

При больших N_c этот интеграл вычисляется методом перевала по стационарному полю $\pi(\mathbf{x})$. Квантовые флуктуации $\pi(\mathbf{x}, t)$ вокруг перевала будут давать поправки $\sim 1/N_c$ к массе нуклона. В главном порядке по N_c масса нуклона есть

$$\mathcal{M}_N = \min_{\{\pi(\mathbf{x})\}} N_c(E_{\text{ур}}[\pi] + E_{\text{поля}}[\pi]), \qquad (5)$$

где $E_{\text{ур}}$ – энергия низшего дискретного уровня гамильтониана (3), вышедшего из верхнего континуума, $E_{\text{поля}}$ – суммарная энергия нижнего континуума (за вычетом энергии свободного), представляющая собой, согласно (1), энергию пионного поля. Обе величины функционалы от $\pi(\mathbf{x})$; чтобы получить классическую часть массы нуклона, надо минимизировать (5) по $\pi(\mathbf{x})$.

Таким образом, нуклон представляет собой связанное состояние N_c кварков в пионном поле, на создание которого надо затратить энергию $E_{\text{поля}}$, даваемую киральным лагранжианом (1).

В тривиальном случае, если бы перевальное поле $\pi(\mathbf{x})$ оказалось нулевым, имеем $E_{\text{поля}} = 0$, $E_{\text{ур}} = M$ (дно верхнего континуума), $\mathcal{M}_N = N_c M$, т. е. "нуклон" состоит из N_c свободных кварков. Анализ нерелятивистского случая малых и медленно меняющихся $\pi(\mathbf{x})$ показывает, что эта ситуация является неустойчивой: системе энергетически выгодно развить $\pi(\mathbf{x}) \sim 1$ и меняющееся на размере $\sim 1/M$. Поэтому для вычисления $E_{\text{поля}}$ недостаточно использовать первые члены разложения $S[\pi]$ по степеням градиентов. Для оценки $E_{\text{поля}}$ лучшую точность дает интерполяционная формула

$$E_{\text{поля}} \approx \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3}\,\mathrm{Tr}\,[U^+(\mathbf{p})U(-\mathbf{p})]\mathbf{p}^2\int\frac{d^3\mathbf{k}\,d\omega}{(2\pi)^4}\cdot\frac{M^2}{(M^2+\omega^2+\mathbf{k}^2)(M^2+\omega^2+(\mathbf{k}+\mathbf{p})^2)}, \qquad (6)$$

$$U(\mathbf{p}) = \int d^3\mathbf{x}\exp[i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x} + i\pi^a(\mathbf{x})\tau^a],$$

переходящая в точное выражение при 1) $p \ll M$, 2) $p \gg M$ и 3) малых π^a, но любых p. Взяв простейший сферически-симметричный однопараметрический анзац

$$\pi^a(\mathbf{x}) = \frac{x^a}{|x|} P(|x|), \quad P(r) = 2\,\mathrm{arc\,tg}\,(r_0/r)^2 \tag{7}$$

и используя (6), мы обнаружили локальный минимум выражения (5) при $r_0 \approx 0{,}6\ \Phi$, $3E_{\text{ур}} \approx 370$ МэВ, $3E_{\text{поля}} \approx 730$ МэВ, $\mathcal{M}_N \approx 1100$ МэВ ($N_c = 3$). Ясно, что минимизация пробной функции $P(r)$ по бо́льшему числу параметров даст меньшее значение для массы нуклона. Тем не менее даже эта оценка выглядит достаточно разумно. В частности, по асимптотике (7) на больших расстояниях мы находим аксиальную константу нуклона $g_A \approx$ $\approx$ 1,1 (экспер. 1,23; в модели Скирма 0,61 [2]).

Пион обязан своим происхождением спонтанному нарушению киральной инвариантности и существовал бы в теории без конфайнмента. Весьма вероятно, что то же относится и к нуклону.

Мы глубоко признательны П.В.Побылице за многочисленные обсуждения.

Литература

1. *Skyrme T.H.R.* Nucl. Phys., 1962, **31**, 556.
2. *Witten E.* Nucl. Phys., 1983, **B223**, 422, 433; *Adkins G., Nappi C., Witten E.* Nucl. Phys., 1983, **B228**, 552.
3. *Дьяконов Д.И., Петров В.Ю.* Препринт ЛИЯФ №967, 1984.
4. *Shuryak E.V.* Nucl. Phys., 1982, **B203**, 93, 116, 140; *Dyakonov D.I., Petrov V.Yu.* Nucl. Phys., 1984, **B245**, 259.
5. *Дьяконов Д.И., Петров В.Ю.* ЖЭТФ, 1985, **89**, 361.
6. *Dyakonov D.I., Petrov V.Yu.* Preprint LNPI-1053, 1985, submitted to Nucl. Phys. B.
7. *Aitchison I.J.R., Fraser C.M.* Phys. Lett., 1984, **146B**, 63.
8. *Dhar A., Shankar R., Wadia S.S.* Phys. Rev., 1985, **D31**, 3256.

Институт ядерной физики им. Б.П.Константинова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
2 декабря 1985 г.