

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ В ДВУМЕРНЫХ СИСТЕМАХ В УСЛОВИЯХ КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА

В.И.Тальянский

Показано, что в двумерных ($2D$) системах ограниченных размеров ($2D$ -слой в форме круга, эллипсоид "сделанный" из сверхрешетки) в условиях квантового эффекта Холла существуют собственные электростатические колебания, аналогичные в идейном отношении однородной прецессии намагниченности в ферромагнитном эллипсоиде ¹.

Рассмотрим так называемую объемную сверхрешетку (например, на основе GaAs – AlGaAs ²), состоящую из чередующихся слоев различных полупроводников. На границах раздела между слоями возникают двумерные электронные каналы ($2D$ -слои). В магнитном поле, направленном перпендикулярно $2D$ -слоям, электропроводность отдельного $2D$ -слоя описывает-

ся тензором:

$$\overset{\wedge}{\sigma} = \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{xx} & -\bar{\sigma}_{xy} & 0 \\ +\bar{\sigma}_{xy} & \bar{\sigma}_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(оси x и y лежат в плоскости слоя, ось z — перпендикулярно слою). В условиях квантового эффекта Холла (в дальнейшем мы ограничимся этим случаем):

$$\bar{\sigma}_{xx} \approx 0, \quad \bar{\sigma}_{xy} = e^2 n / 2\pi\hbar, \quad (1)$$

где n — целое или дробное число.

Для достаточно низких частот можно пренебречь частотной зависимостью величин $\bar{\sigma}_{xy}$ ³; кроме того, если масштабы пространственного изменения полей и токов задачи много больше расстояния d между $2D$ -слоями в сверхрешетке, то тензор электропроводности для всей сверхрешетки равен

$$\overset{\wedge}{\sigma} = \frac{1}{d} \overset{\wedge}{\sigma}. \quad (2)$$

Теперь электродинамические свойства сверхрешетки можно описать с помощью тензора диэлектрической проницаемости

$$\overset{\wedge}{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_0 - \frac{4\pi i}{\omega} \sigma_{xx}; & \frac{4\pi i}{\omega} \sigma_{xy}; & 0 \\ -\frac{4\pi i}{\omega} \sigma_{xy}; & \epsilon_0 - \frac{4\pi i}{\omega} \sigma_{xx}; & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где ϵ_0 — усредненная диэлектрическая проницаемость полупроводников в сверхрешетке.

Вырежем из сверхрешетки эллипсоид. Такая форма образца позволяет связать (в электростатическом приближении, $\text{rot} \mathbf{E} = 0$) электрическое поле внутри и вне эллипсоида с помощью тензора деполяризующих факторов⁴. Дальнейшие рассуждения совершенно аналогичны для эллипсоида любой формы; поэтому мы ограничимся рассмотрением эллипсоида вращения с осями (a, a, Δ) ; причем будем считать, что $2D$ -слои, содержащиеся в эллипсоиде, перпендикулярны оси Δ . Пусть постоянное магнитное поле (такое, чтобы выполнялись соотношения (1)) направлено вдоль оси z , совпадающей с осью эллипсоида Δ , а внешнее переменное электрическое поле вдоль оси x (оси x и y параллельны $2D$ -слоям)

$$\mathbf{E}_0 = x_0 E_0 e^{i\omega t}. \quad (4)$$

Тогда электрическое поле внутри эллипсоида

$$\mathbf{E}^{(i)} = \mathbf{E}_0 - \hat{N} \mathbf{P}, \quad (5)$$

где тензор деполяризующих факторов

$$\hat{N} = \begin{pmatrix} N_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & N_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & N_{\perp} \end{pmatrix} \quad (6)$$

и поляризация

$$\mathbf{P} = \frac{\overset{\wedge}{\epsilon} - 1}{4\pi} \mathbf{E}^{(i)}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (5) и используя (3), получим уравнения

$$E_x^{(i)} \left(1 + N_{\parallel} \frac{\epsilon_0 - 1}{4\pi} \right) + N_{\parallel} \frac{i\sigma_{xy}}{\omega} E_y^{(i)} = E_{0x}, \quad (8)$$

$$-\frac{i\sigma_{xy}N_{\parallel}}{\omega} E_x^{(i)} + \left(1 + N_{\parallel} \frac{\epsilon_0 - 1}{4\pi}\right) E_y^{(i)} = 0.$$

Из системы (8) следует, что в эллипсоиде должны существовать свободные (т. е. и при $E_0 = 0$) электростатические колебания. Собственную частоту ω_0 находим, приравняв нулю определитель системы:

$$\omega_0 = \sigma_{xy} \frac{N_{\parallel}}{1 + N_{\parallel} \frac{\epsilon_0 - 1}{4\pi}}. \quad (9)$$

Рассмотрим случай $\Delta \ll a$. Тогда полученная формула будет справедлива и для тонкого диска (a и Δ — диаметр и высота диска, соответственно) составленного из $2D$ -слоев. При $\Delta \ll a$ ^{4,5}

$$N_{\parallel} \simeq 9 \frac{\Delta}{a} \quad (10)$$

и $\omega_0 \simeq \sigma_{xy} N_{\parallel} = 9 \sigma_{xy} \frac{\Delta}{a}$. Если в диске содержится p $2D$ -слоев, то $\sigma_{xy} = \sigma_{xy}(p/\Delta)$ и

$$\omega_0 = 9 \frac{p}{a} \sigma_{xy}. \quad (11)$$

В формулу (11) высота диска Δ уже не входит, что позволяет надеяться, что (11) является хорошим приближением и для частоты электростатических колебаний отдельного $2D$ -слоя, имеющего форму круга с диаметром a :

$$\omega_0 \approx 9 \frac{\sigma_{xy}}{a}.$$

Для $\bar{\sigma}_{xy} \sim (10^4 \text{ Ом})^{-1}$ и $a \sim 1 \text{ см}$, $\omega_0 \sim 10^8 - 10^9 \text{ с}^{-1}$.

В рассмотренном колебании электрическое поле постоянно внутри эллипсоида, ток сосредоточен в $2D$ -слоях (и также одинаков в любой точке, принадлежащей $2D$ -слоям) и перпендикулярен электрическому полю. Однородное распределение поля и тока вращается с угловой частотой ω_0 . Нетрудно понять и причину возникновения колебаний. Электрическое поле в образце вызывает ток в перпендикулярном направлении. Ток приводит к накоплению на границах образца зарядов, поле которых "поворачивает" исходное электрическое поле. "Повернувшееся" поле "поворачивает" ток и т. д.

Автор благодарен С.В.Иорданскому и Д.Е.Хмельницкому за полезные обсуждения.

Литература

1. Kittel C. Phys. Rev., 1948, 73, 155.
2. Störmer H.L., Gossard A.C., Wiegmann W. Appl. Phys. Lett., 1981, 39, 493.
3. Волков В.А., Михайлов С.А. Письма в ЖЭТФ, 1985, 41, 389.
4. Osborn J.A. Phys. Rev., 1945, 67, 351.
5. Гуревич А.Г. "Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках", М.: 1973, стр. 571.