Письма в ЖЭТФ, том 43, вып. 2, стр. 99 – 101 *25 января 1986 г.*

"ТЯЖЕЛЫЕ ФЕРМИОНЫ" В СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДОМЕННОЙ СТЕНКЕ

Б.А.Волков, О.А.Панкратов

Показано, что граница раздела доменов в сегнетоэлектриках A^4B^6 содержит двумерные электронные состояния, энергия которых не зависит от квазиимпульса. Тем не менее в магнитном поле происходит квантование этих состояний, в результате чего их поверхностная плотность осциллирует в зависимости от величины поля.

Энергетический спектр полупроводников-сегнетоэлектриков $Pb_{1-x}Sn_xTe$ и $Pb_{1-x}Ge_xTe$ описывается гамильтонианом Дирака

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \Delta_1 & \vec{\sigma}_\perp \hat{\mathbf{p}}_\perp + \sigma_z(\hat{p}_z + i\Delta_2) \\ \vec{\sigma}_\perp \hat{\mathbf{p}}_\perp + \sigma_z(\hat{p}_z - i\Delta_2) & -\Delta_1 \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

где σ_z и $\vec{\sigma}_\perp = (\sigma_x, \sigma_y)$ – матрицы Паули, $\hat{p}_z = -i\hbar v_\parallel \nabla_z$, $\hat{\mathbf{p}}_\perp = -i\hbar v_\perp(\nabla_x, \nabla_y)$ и Δ_1 – полуширина запрещенной зоны. Возмущение $i\Delta_2$ появляется ниже точки Кюри и пропорционально сдвигу подрешеток $\mathbf{u}$. Вектор $\mathbf{u}$ направлен вдоль одной из тригональных осей куба, выбранной за ось z. Гамильтониан (1) записан для T-долины, лежащей на той же оси. Спинорные базисные функции $\chi_\mp^{(0)}$ имеют противоположную четность и сдвинуты по фазе на $\pi/2$.

Для однородного параметра порядка $\Delta_2(z) \equiv \Delta$ спектр гамильтониана (1) состоит из четырех ветвей [1], расщепленных по спину (рис. 1):

$$\pm\,\epsilon_\pm(p_\perp, p_z) = \pm\,[\Delta_1^2 + p_z^2 + (\Delta \pm p_\perp)^2]^{1/2}, \qquad (2)$$

где $p_{z,\perp} \equiv \hbar v_{\parallel,\perp} k_{z,\perp}$, а k_z и $k_\perp = |k_x + ik_y|$ – продольный и поперечный квазиимпульсы. Снятие спинового вырождения, обусловленное потерей центра инверсии, приводит к появлению петли экстремумов [2], но не меняет величины прямой щели.

Благодаря высокой диэлектрической проницаемости (ϵ_0 10^3) и проводимости, в сегнетиках A^4B^6 возможны встречные домены, когда вектор поляризации ($\propto \mathbf{u}$) перпендикулярен плоскости доменной стенки. В этом случае функция $\Delta_2(z)$ меняет знак при пересечении доменной границы[1)].

В базисе $(\chi_-, \chi_+) = (i\sigma_z\chi_-^{(0)}, \chi_+^{(0)})$ гамильтониан (1) имеет вид

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \Delta_1 & -i\hat{p}_z + \hat{W}(z) \\ i\hat{p}_z + \hat{W}(z) & -\Delta_1 \end{pmatrix}, \qquad (3)$$

где

$$\hat{W}(z) = \Delta_2(z) + [\mathbf{p}_\perp \times \vec{\sigma}_\perp]_z \qquad (4)$$

а $[\ldots]_z$ означает z-компоненту векторного произведения. Квадрируя матрицу (3), получаем гамильтониан суперсимметричной квантовой механики [3]:

$$\hat{H}^2 = \hat{p}_z^2 + \hat{W}^2(z) + \hbar v_\parallel \hat{W}'(z) \otimes \hat{\tau}_z + \Delta_1^2. \qquad (5)$$

Двум значениям $\tau_z = \pm 1$ соответствуют операторы (5) $\hat{H}_\pm^2$. Как известно [3], их собственные значения совпадают, за исключением основного состояния (нулевой моды) $\epsilon_0^2 = \Delta_1^2$.

---

1) Электрическое поле такой стенки относительно мало ($\sim 10^3$ В/см). Поэтому падением потенциала ~ 1 мэВ на характерной длине $l_\parallel \sim 100$ Å (см. далее) можно пренебречь.

Нулевая мода существует, когда асимптотики собственных значений оператора суперпотенциала (4)

$$W^{\pm}(z) = \Delta_2(z) \pm p_{\perp} \tag{6}$$

при $z \to \pm\infty$ имеют разные знаки. Если $W^{\pm}(+\infty) > 0$ и $W^{\pm}(-\infty) < 0$, ее энергия $\epsilon_0 = +\Delta_1$ (рис. 1). При этом нижняя спинорная компонента собственной функции гамильтониана (3) $\psi_+ = 0$, а верхняя ψ_- — удовлетворяет уравнению.

$$(i\hat{p}_z + \hat{W}(z))\,\psi_- = 0. \tag{7}$$

Для других знаков асимптотик $\epsilon_0 = -\Delta_1$, $\psi_- = 0$ и нормируема лишь функция ψ_+. Таким образом, нулевая мода отщепляется от зоны проводимости или валентной зоны в зависимости от знака заряда доменной стенки и от знака Δ_1, т. е. от того, инвертированы (как в SnTe) или нет (как в PbTe) термы в L-точках парафазы.

Два линейно независимых решения уравнения (7) имеют вид

$$\psi_-^{(\pm)} = \frac{C}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ \pm(k_y + ik_x)/k_{\perp}\end{pmatrix} \exp\left[-\frac{1}{\hbar v_{\parallel}}\int_0^z W^{\pm}(z)dz\right]. \tag{8}$$

Если $\Delta_2(\pm\infty) = \pm\Delta$ и $\Delta > 0$, они нормируемы только при $p_{\perp} < \Delta$. Поэтому нулевая мода двукратно вырождена и ограничена в пространстве импульсов (рис. 1). Эти свойства обусловлены только суперсимметрией и глобальными свойствами потенциала встречной доменной стенки $\Delta_2(z)$ [2].

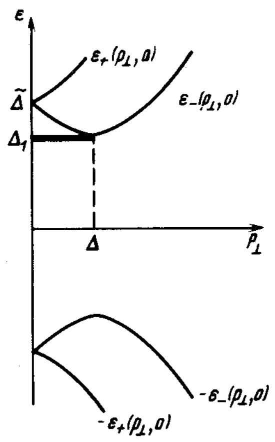

Рис. 1

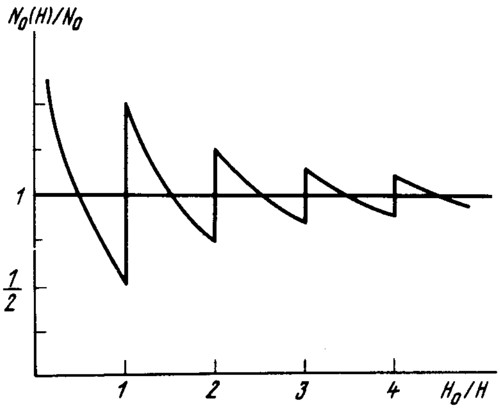

Рис. 2

Рис. 1. Энергетический спектр кристалла с суперсимметричной доменной стенкой. Ветви $\epsilon_{\pm}(p_{\perp},0)$ соответствуют спектру однородного сегнетика $\epsilon_{\pm}(p_{\perp}, p_z)$ при $p_z = 0$. Жирной линией показана двукратно вырожденная нулевая мода $\epsilon_0 = \Delta_1$, ограниченная в пространстве импульсов в пределах $0 < p_{\perp} < \Delta$

Рис. 2. Квантовые осцилляции числа состояний в нулевой моде во внешнем магнитном поле H. Масштаб изменения поля $H_0 = \Phi_0/4\pi l_{\perp}^2 \sim 10^4$ Гс

---

[2] Можно показать, что нулевая мода существует и на нейтральных доменных стенках (110). Она возможна для двух L-долин [$-1, 1, 1$] и [$1, -1, 1$], не лежащих в плоскости стенки, и возникает благодаря кристаллической анизотропии.

Для стандартной зависимости

$$\Delta_2(z) = \Delta \mathrm{th}(z / l) \qquad (9)$$

координатная часть волновой функции (8) имеет вид

$$f^{\pm}(z) = C \exp\left(\pm \frac{p_\perp z}{\Delta l_\parallel}\right) \mathrm{ch}^{-l/l_\parallel}(z / l). \qquad (10)$$

Длина $l_\parallel = \hbar v_\parallel / \Delta$ для $\Delta \sim 30$ мэВ ($Pb_{0,9}Ge_{0,1}Te$ при $T = 0$К [1]) и $v_\parallel \sim 3 \cdot 10^7$ см/с порядка 100 Å. Это не превышает обычную толщину доменной стенки, поэтому нулевая мода – единственный дискретный уровень в спектре гамильтониана $\hat{H}_-^2$. При $l > l_\parallel$ возможны другие, локализованные на границе, состояния [4]. Не будучи суперсимметричными, они невырождены, и их энергия зависит от $p_\perp$. Число состояний в нулевой моде на единицу площади $N_0 = (2\pi l_\perp^2)^{-1}$ определяется "поперечной" длиной $l_\perp = \hbar v_\perp / \Delta$. При $v_\perp \sim 10^8$см/с, $l_\perp \sim 300$ Å и $N_0 \sim 10^{10}$ см$^{-2}$.

В отличие от нулевой моды, энергии делокализованных состояний, соответствующих суперпотенциалам $W^{\pm}$, могут быть различны. Уравнения Шредингера для них имеют вид

$$(\hat{p}_z^2 + \Delta_2^2(z) + \hbar v_\parallel \Delta_2'(z) + p_\perp^2 + \Delta_1^2 \pm 2p_\perp \Delta_2(z) - \epsilon^2)\psi_+^{(\pm)} = 0. \qquad (11)$$

Хотя в инверсном контакте [4] потенциал вида (9) приводил к безотражательной ситуации, здесь из-за члена $\pm 2p_\perp \Delta_2(z)$ носители с фиксированным $p_\perp$ и с энергией ϵ, заключенной в интервале $\epsilon_-(p_\perp, 0) < \epsilon < \epsilon_+(p_\perp, 0)$ между ветвями непрерывного спектра (рис. 1) не могут проникнуть через доменную стенку. Поэтому в системе доменов энергия $\tilde{\Delta} = (\Delta_1^2 + \Delta^2)^{1/2}$ является порогом подвижности.

При наличии магнитного поля H, параллельного оси z, в операторе $\hat{W}(z)$ следует провести замену $\hat{p}_\perp \to (\hat{p}_x, \hat{p}_y - x\hbar v_\perp / L^2)$, где $L^2 = c\hbar / eH$. Собственные значения такого суперпотенциала равны

$$W^{\pm}(z) = \Delta_2(z) \pm \sqrt{2n}\,\hbar v_\perp / L; \qquad n = 0, 1, 2, \ldots . \qquad (12)$$

Благодаря суперсимметрии, все состояния с $n < n_m$, для которых сохраняется знакопеременность $W^{\pm}(z)$, имеют одинаковую энергию $\epsilon_0 = \Delta_1$. Максимальное значение $n_m = [L^2/2l_\perp^2]$, где скобки означают целую часть. Состояние с $n = 0$ вырождено с кратностью $N_L = 1/2\pi L^2$, а все остальные – с кратностью $2N_L$. Полное число состояний в нулевой моде равно $N_0(H) = N_L(1 + 2n_m)$. При целых значениях $n = L^2/2l_\perp^2$ величина $N_0(H)$ претерпевает скачки от $N_0(1 - 1/2n)$ до $N_0(1 + 1/2n)$, гиперболически стремясь к N_0 в пределе $H \to 0$. Скачкам соответствуют значения магнитного поля $H_n = \Phi_0 / 4\pi l_\perp^2 n$, где $\Phi_0 = 2\pi\hbar c/e$ – квант потока (рис. 2).

В заключение надо отметить, что наличие в спектре (рис. 1) пика плотности состояний должно привести к заметным коллективным эффектам, подобным наблюдаемым в системах с тяжелыми фермионами, или к конденсации типа газ – жидкость в нулевой моде.

Литература

1. *Bangert E.* Proc. Int. Conf. Phys. Narrow Gap. Semicond. Linz 1981. Lect. Notes in Phys., 1982, **152**, 216.
2. *Рашба Э.И., Шека В.И.* ФТТ, 1959. Сб. статей II, 162.
3. *Генденштейн Л.Э., Криве И.В.* УФН, 1985, **146**, 553.
4. *Волков Б.А., Панкратов О.А.* Письма в ЖЭТФ, 1985, **42**, 145.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
9 декабря 1985 г.