Письма в ЖЭТФ, том 43, вып. 5, стр. 209 – 211 *10 марта 1986 г.*

ЭФФЕКТИВНОЕ ДЕЙСТВИЕ ДЛЯ ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ В ТЕОРИИ ОТКРЫТЫХ СУПЕРСТРУН

А.А.Цейтлин

Получено замкнутое выражение для зависящих от напряженности (абелева) векторного поля членов в эффективном действии, отвечающем теории открытых суперструн. Результат есть модификация действия Борна – Инфельда, возникающего в случае открытых бозе-струн.

Центральными проблемами теории суперструн, рассматриваемой в настоящее время в качестве реального кандидата на единую теорию всех взаимодействий [1, 2] являются проблема нахождения основного состояния и проблема низкоэнергетического соответствия с известными теоретико-полевыми моделями. Важную роль в решении этих проблем играет эффективное действие (ЭД) для полей, отвечающих безмассовым возбуждениям суперструны [3–8]. Его можно рассматривать как одно- параметрическое (α') обобщение действия $D = 10$ теории супер – Янга – Миллса и $D = 10$ супергравитации. В настоящее время известны лишь ведущие члены в ЭД, а общая его структура остается невыясненной. Ниже будет сделан первый шаг к пониманию этой структуры – будет найдено замкнутое выражение (во всех порядках по α') для членов, зависящих от напряженности векторного поля, в ЭД в теории открытых суперструн (типа I). Хотя теория суперструн типа I, по-видимому, является конечной и свободной от аномалий в случае калибровочной группы $G = SO(32)$ [1, 9], мы найдем замкнутое выражение для ЭД лишь в абелевом пределе (т. е. выбирая фоновое векторное поле принадлежащим абелевой подгруппе G). В неабелевом случае будут найдены лишь члены до порядка α'^4 включительно.

Пусть $I_0[x^\mu, g_{ab}, \theta^\alpha_A]$ – ковариантное действие суперструны [10] ($\mu = 0,\dots, 9; a, b, A = 1,2; \alpha = 1, \dots, 32$). На границе мировой поверхности $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ (θ – майорана-вейлевский спинор). Определим [7]

$$\Gamma[\mathcal{A}] = g^{-2}\int dg_{ab}\, dx^\mu d\theta^\alpha_A \exp(iI_0)\mathrm{tr}(P\exp(-\int d\tau \dot{\Sigma}^M \mathcal{A}_M(\Sigma))) \,, \tag{1}$$

где интегрирование идет по поверхностям с топологией диска (мы ограничимся древесным приближением), g – безразмерная константа связи, P - упорядочивание вдоль границы, $\Sigma^M = \{x^\mu, \theta\}$, $\mathcal{A}_M$ – суперполе вектор-потенциала в $D = 10$ теории супер – Янга – Миллса, принадлежащее алгебре группы G (след в (1) берется по фундаментальному представлению G). $\mathcal{A}_M$ удовлетворяет известным связям, т. е. выражается через компонентные поля A_μ и λ^α, удовлетворяющие классическим уравнениям движения [7]. В случае, если (1) вычисляется разложением по степеням $\mathcal{A}$ и A_μ и λ^α выбираются принадлежащими массовой оболочке, Г имеет смысл производящего функционала для амплитуд рассеяния безмассовых мод в теории открытых суперструн. В случае же если (1) вычисляется разложением по производным от $\mathcal{A}$ (разложением по α'), т. е. выделяется точка y, $x^\mu = y^\mu + \xi^\mu$, $y^\mu =$ = const, около которой разлагаются поля, выражение для Г: $\Gamma = \int d^D y\, \mathcal{L}(A, \partial A, \dots)$ покально и Г имеет смысл эффективного действия [6-8 1)]. Подынтегральное выражение в (1) обладает локальной фермионной инвариантностью, позволяющей исключить половину компонент θ_A выбором "световой калибровки" $\gamma^+\theta_A = 0$ [10, 7, 11] совместно с $\sqrt{g}g^{ab} = \eta^{ab}$, $x^+ = y^+ + \tau$. Предполагая, что $\lambda = 0$, а фоновое векторное поле A_μ отлично от нуля лишь при $\mu = i = 1, \ldots, 8$, зависит лишь от "поперечных" координат x^i и отвечает абелевой подгруппе G, мы получаем для полного (евклидова) действия в (1) (действия суперструны, взаимодействующей с внешним векторным полем): $I = I_0 + I_{int}$

$$I_0 = \frac{1}{2}\int d^2z\,(\partial_a\xi^i\partial_a\xi^i + Q^n\bar\partial Q^n + \bar Q^n\partial\bar Q^n),$$
$$I_{int} = i\int dt\,(\dot\xi^i\tilde A_i(y+\xi) - \frac{1}{8}S\gamma^{ij}S\tilde F_{ij}(y+\xi)), \tag{2}$$

где мы перешли к евклидовым обозначениям ($\tau = -it$, $z = t + i\sigma$, $\partial = \partial/\partial z$), $\tilde A_i = 2\pi\alpha' A_i$, $\tilde F_{ij} = \partial_i\tilde A_j - \partial_j\tilde A_i$; Q^n – комплексная фермионная переменная, параметризующая независимые компоненты θ и являющаяся $SO(8)$ – спинором ($n = 1, \ldots, 8$); на границе $\mathrm{Re}Q^n = S^n$. I_{int} в (2) соответствует вершинному оператору из [12]. Разлагая A около y и интегрируя по ξ и Q, мы в общем случае получаем Г, зависящее от напряженности F и всех ее производных. Ограничиваясь вычислением зависимости ЭД лишь от F, мы можем опустить в (2) все члены, содержащие производные от F [2)]. В этом случае

$$I_{int} = \frac{i}{2}\tilde F_{ij}\int dt\,\xi^i\dot\xi^j - \frac{i}{2}\hat F_{nm}\int dt S^nS^m, \qquad \hat F_{nm} = \frac{1}{4}\gamma^{ij}_{nm}\tilde F_{ij}. \tag{3}$$

Средние $\langle V\rangle$ "вершинных операторов" в (3) тождественно равны нулю, так что зависимость от конформного фактора метрики в (1) полностью выпадает при $D = 10$ (результат для Г не зависит от выбора "вейлевской калибровки"). Остающийся интеграл по ξ и Q является гауссовым и вычисляется точно. (Первый шаг состоит в сведении интеграла по ξ и Q к интегралу по их значениям на границе единичного диска: $\int d\xi dS \exp\left(-\frac{1}{2}\xi\Delta_B\xi - \frac{1}{2}S\Delta_F S\right)$, $\Delta_B = \frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} n\cos n(t-t')$, $\Delta_B = \dot\Delta_F$. Затем следует "диагонализовать" $\tilde F_{ij}$ и $\hat F_{nm}$, приводя их к блочному виду. Наконец, следует учесть, что $\prod_{k=1}^{\infty} c = c^{-1/2}$). В результате ($D = 10$)

$$\Gamma(F) = Ng^{-2}(2\pi\alpha')^{-D/2}\int d^Dy\,\mathcal{L}_S(F), \qquad \mathcal{L}_S = [\det(\delta_{ij} + \tilde F_{ij})/\det(\delta_{nm} + \hat F_{nm})]^{1/2}, \tag{4}$$

где $N = \mathrm{tr}\,1 = 32$. Числитель в $\mathcal{L}_S$ есть вклад бозонов, знаменатель – фермионов. В случае бозонных струн вычисление можно провести в явно $O(10)$ – инвариантной форме с результатом в виде лагранжиана Борна – Инфельда

$$\mathcal{L}_B = [\det(\delta_{\mu\nu} + \tilde F_{\mu\nu})]^{1/2} = 1 + \frac{1}{4}J_1 - \frac{1}{8}J_2 + \ldots, \tag{5}$$
$$J_1 = \tilde F^2_{\mu\nu}, \quad J_2 = (\tilde F_{\mu\lambda}\tilde F_{\nu\lambda})^2 - \frac{1}{4}(\tilde F_{\mu\nu}\tilde F_{\mu\nu})^2, \quad \tilde F_{\mu\nu} = 2\pi\alpha' F_{\mu\nu}. \tag{6}$$

Выражение (4) допускает очевидное $O(10)$ – инвариантное обобщение ввиду отсутствия в нем 8-индексного ϵ-тензора. В разложении $\mathcal{L}_S = 1 - \frac{3}{16}J_2 + \ldots$ происходит сокращение $F^2_{\mu\nu}$-членов, идущих от бозонов и фермионов. Учет $SL(2,R)$-инвариантности на диске показывает, что проведенное вычисление не может фиксировать коэффициент при $F^2_{\mu\nu}$-члене, который должен определяться из отдельного вычисления в неабелевом случае (см. ниже).

---

1) Разлагая около одной точки (и проводя перенормировки с помощью контрчленов двумерной теории), мы автоматически выполняем "преобразование Лежандра" – опускаем нелокальные вклады диаграмм, обусловленные обменами безмассовыми частицами.

2) Иначе, можно считать, что мы рассматриваем фон с постоянной напряженностью $F = \mathrm{const}$, являющийся решением классических уравнений Янга – Миллса (в абелевом случае), выполнение которых необходимо для согласованности (1).

Сравним теперь (4), (5) с ЭД, которое можно восстановить по известным [12] 3- и 4-частичным древесным амплитудам рассеяния на массовой оболочке. Мы находим, что в случае бозонной струны соответствующий неабелев эффективный лагранжиан есть[3)]

$$\mathcal{L}_B = a_0 \mathrm{tr}\, \{F^2_{\mu\nu} + 2\alpha' [a_1 F_{\mu\nu} F_{\nu\rho} F_{\rho\mu} + a_2 (D_\lambda F_{\lambda\mu})^2] +$$
$$+ (2\alpha')^2 [a_3 F_{\mu\lambda} F_{\nu\lambda} F_{\mu\rho} F_{\nu\rho} + a_4 F_{\mu\lambda} F_{\nu\lambda} F_{\nu\rho} F_{\mu\rho} + a_5 (F_{\mu\nu} F_{\mu\nu})^2 + a_6 F_{\mu\nu} F_{\lambda\rho} F_{\mu\nu} F_{\lambda\rho} +$$
$$+ a_7 F_{\mu\nu} F_{\nu\rho} D^2 F_{\rho\mu} + a_8 F_{\mu\nu} D_\lambda F_{\mu\nu} D_\rho F_{\rho\lambda} +$$
$$a_9 D_\lambda F_{\lambda\mu} D_\rho F_{\rho\nu} F_{\mu\nu} + a_{10} D_\rho D_\lambda F_{\lambda\mu} D_\rho D_\sigma F_{\sigma\mu} + a_{11} (D^2 F_{\mu\nu})^2] + O(\alpha'^3)\}, \quad (7)$$

где $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$, $D_\mu = \partial_\mu + [A_\mu,]$, $a_0 = -\frac{1}{8}(2\pi\alpha')^2$, $a_1 = \frac{4}{3}$, $a_2 = -2$, $a_3 = \frac{\pi^2}{3} - \beta$, $a_4 = \frac{\pi^2}{6} + \beta$, $a_5 = -\frac{\pi^2}{12} - \frac{1}{2}$, $a_6 = -\frac{\pi^2}{24} + \frac{1}{2}$, $a_7 = \frac{1}{2}\beta - 4a_{11}$, $a_8 = \frac{1}{2}\beta + 4a_{11}$, $a_{10} = -2a_{11} - \frac{1}{2}$. Для фиксации констант β (или a_8), a_9 и a_{11} необходимо рассмотреть 5-частичную амплитуду. Не зависящие от производных члены в абелевом пределе (7) согласуются с (5). В случае теории суперструн мы получаем (7), где $a_1 = a_2 = 0$, $a_3 = \frac{\pi^2}{3} - \beta$, $a_4 = \frac{\pi^2}{6} + \beta$, $a_5 = -\frac{\pi^2}{12}$, $a_6 = -\frac{\pi^2}{24}$, $a_7 = \frac{1}{2}\beta - 4a_{11}$, $a_8 = \frac{1}{2}\beta + 4a_{11}$, $a_{10} = -2a_{11}$. Для согласования результата с (4) необходимо добавить в (4) $\tilde{F}^2_{\mu\nu}$-член с коэффициентом 3/8. Кинетический оператор в (7) имеет вид $K = (-\Box)P$, $P = 1 - \alpha' a_2 \Box + 2\alpha'^2 (a_{10} + 2a_{11})\Box^2 + O(\alpha'^3)$, так что "пропагаторные поправки" отсутствуют ($P = 1$) лишь в случае теории суперструн. В теории бозонной струны функция $P(-\Box)$ (вычисленная точно по α'), по-видимому, не должна иметь нулей на комплексной плоскости.

Можно получить также обобщения (4), (5) на однопетлевой уровень. В бозонном случае квадратичная расходимость интеграла по модулярному параметру поглощается в перенормировку константы $1/g^2$ перед древесным членом Борна – Инфельда. В случае суперструны логарифмические расходимости вкладов кольца и листа Мебиуса взаимно сокращаются для $G = SO(N)$, $N = 32$ (аналогично тому, как сокращаются расходимости в амплитудах [1,9]).

Литература

1. *Green M.B., Schwarz J.H.* Phys. Lett., 1984, **149B**, 117; Phys. Lett., 1985, **151B**, 21.
2. *Candelas P., Horowitz G.T., Strominger A., Witten E.* Nucl. Phys., 1985, **B258**, 46.
3. *Scherk J.* Nucl. Phys., 1971, **B31**, 222.
4. *Neveu A., Scherk J.* Nucl. Phys., 1972, **B36**, 155.
5. *Scherk J., Schwarz J.H.* Nucl. Phys., 1974, **B81**, 118.
6. *Fradkin E.S., Tseytlin A.A.* Nucl. Phys., 1985, **B261**, 1; Phys. Lett., 1985, **158B**, 316; *Фрадкин Е.С., Цейтлин А.А.* Письма в ЖЭТФ, 1985, **41**, 169.
7. *Fradkin E.S., Tseytlin A.A.* Phys. Lett., 1985, **B160**, 69.
8. *Tseytlin A.A.* P.N.Lebedev Institute preprint N 153 (1985); *Цейтлин А.А.* ЯФ, 1986, **43**, №2.
9. *Frampton P., Moxhay P., Ng Y.* Phys. Rev. Lett., 1985, 55, 2107; *Clavelli L.* Univ. of Alabama preprint, 1985.
10. *Green M.B., Schwarz J.H.* Nucl. Phys., 1983, **B243**, 285.
11. *Witten E.* Princeton Univ. preprint, 1985.
12. *Schwarz J.H.* Phys. Reports, 1982, **89**, 223; *Green M.B., Schwarz J.H.* Nucl. Phys., 1983, **B218**, 43.
13. *Zwiebach B.* Phys. Lett., 1985, **156B**, 315.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
25 декабря 1985 г.

---

3) Наличие F^2 и F^3 членов в (7) было отмечено ранее в [3,4]. Появление члена $(DF)^2$ связано с наличием тахиона в теории бозе-струн и указывает на ошибочность утверждения [13], что в ЭД должны отсутствовать "пропагаторные" члены. Это утверждение оказывается справедливым лишь в теории суперструн (например, в ЭД теории замкнутых бозе-струн R^2-члены не образуют комбинацию "Гаусса – Бонне").