Письма в ЖЭТФ, том 43, вып. 5, стр. 212 – 213 *10 марта 1986 г.*

КВАНТОВЫЕ СТРУНЫ С ДИНАМИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ

И.В.Волович, М.О.Катанаев

Предложена новая теория бозонных струн. Геометрия поверхности такой струны описывается метрикой и кручением, а соответствующий эффективный лагранжиан зависит от скалярного и векторного поля. Рассмотрен вопрос о квантовании такой струны в пространстве произвольной размерности. Установлен критерий положительной определенности энергии.

В настоящее время теория суперструн рассматривается как основа для единой теории элементарных частиц; теория струн играет также важную роль в статистической физике [1 - 6]. Бозонная часть всех этих теорий одинакова и имеет действие, пропорциональное площади поверхности струны, либо , что на классическом уровне эквивалентно, лагранжиан [7, 8]

$$L_0 = \frac{1}{2}\sqrt{-g}\,g^{\alpha\beta}\partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\mu, \; g = \det g_{\alpha\beta},$$

где $X^\mu(\zeta)$, $\mu = 0, 1, \ldots, D-1$, – координаты струны, ζ^α, $\alpha = 0, 1$, – параметры на струне. При этом метрика на струне $g_{\alpha\beta}(\zeta)$ не имеет динамики.

В данной работе предлагается новая теория бозонных струн. В этой теории поверхность струны имеет кручение и уже на классическом уровне геометрия становится динамической, т. е. и метрика и кручение подчиняются уравнениям движения второго порядка. Отметим, что добавление к L_0 скалярной кривизны R не приводит, как известно, к динамическим уравнениям для метрики $g_{\alpha\beta}$, так как в двумерном случае $\sqrt{-g}R$ имеет вид полной дивергенции. Будет показано, что эффективный лагранжиан квантовой струны с динамической геометрией, в отличие от теории с лагранжианом L_0, допускает простое вакуумное решение, и поэтому можно надеяться, что теория такой струны будет свободна от трудностей, связанных с появлением тахиона и критической размерности $D = 26$.

Геометрию поверхности струны будем описывать полем реперов $e_\alpha{}^a$, $a = 0, 1$, $g_{\alpha\beta} = e_\alpha{}^a e_{\beta a}$, и лоренцевой связностью $\omega_\alpha{}^{ab} = -\omega_\alpha{}^{ba}$. Тензоры кривизны и кручения имеют вид

$$R_{\alpha\beta}{}^{ab} = \partial_\alpha\omega_\beta{}^{ab} - \omega_\alpha{}^{ac}\omega_{\beta c}{}^b - (\alpha \leftrightarrow \beta), \quad T_{\alpha\beta}{}^a = \partial_\alpha e_\beta{}^a - \omega_\alpha{}^{ab} e_{\beta b} - (\alpha \leftrightarrow \beta),$$
$$R^{abcd} = R_{\alpha\beta}{}^{cd} e^{\alpha a} e^{\beta b}, \quad T^{abc} = T_{\alpha\beta}{}^c e^{\alpha a} e^{\beta b}, \quad R = R_{ab}{}^{ab}.$$

Рассмотрим наиболее общий P-четный лагранжиан, квадратичный по тензорам кривизны и кручения, который описывает динамику внутренней геометрии струны:

$$L_1 = \sqrt{-g}\left(\frac{1}{4}\mu^2 R^2_{abcd} + \frac{1}{4}\gamma^2 T^2_{abc} + \lambda\right). \tag{1}$$

Отметим, что из 10 параметрического семейства лагранжианов в 4-х мерном пространстве [9] в двумерном случае остается только трехпараметрическое семейство с константами μ, γ, λ.

Полное действие для струны имеет вид

$$S = \int d^2\zeta L, \quad L = L_0 + L_1. \tag{2}$$

В конформной калибровке $e_\alpha{}^a = e^\varphi \delta_\alpha^a$ с использованием параметризации $\omega_\alpha{}^{ab} = A_\alpha \epsilon^{ab}$ ($\epsilon^{ab} = -\epsilon^{ba}$) лагранжиан (1) сводится к выражению

$$L_1 = -\frac{\mu^2}{2}e^{-2\varphi}F^2_{\alpha\beta} + \frac{\gamma^2}{2}[(\partial_\alpha\varphi)^2 + F_{\alpha\beta}\epsilon^{\alpha\beta}\varphi - A^2_\alpha] + \lambda e^{2\varphi}, \tag{3}$$

где $F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha$. Этот лагранжиан описывает взаимодействие скалярного поля φ с массивным векторным полем A_α. Отметим, что если в лагранжиане (3) сделать растяжку $\varphi \to \gamma\varphi$, $A_\alpha \to \mu A_\alpha$ и перейти к пределу $\gamma/\mu \to 0$, то будем иметь

$$L_1 = -\frac{1}{2}e^{-2\varphi/\gamma}F^2_{\alpha\beta} + \frac{1}{2}(\partial_\alpha\varphi)^2 + \lambda e^{2\varphi/\gamma}. \tag{4}$$

Можно показать, что лагранжиан (4) задает вполне интегрируемую систему, которая сводится к уравнению Лиувилля. Однако в отличие от уравнения Лиувилля для лагранжиана

(4) имеется простое вакуумное решение в евклидовой сигнатуре

$$\varphi = \varphi_0 = \text{const}, \qquad F_{\alpha\beta} = \sqrt{|\lambda|}\epsilon_{\alpha\beta} e^{2\varphi_0/\gamma} . \tag{5}$$

Квантование теории струны с действием (2) с использованием функционального интегрирования по поверхностям [10] приводит к эффективному лагранжиану типа (3), (4). При этом лагранжиан типа (4) может быть проквантован в окрестности вакуума (5) в любой размерности D.

Для канонического квантования теории струны необходимо построить гамильтонов формализм. В качестве первого шага рассмотрим лагранжиан L_1, который интересен также как модель двумерной гравитации с динамическим кручением. Другие модели двумерной гравитации рассматривались, например в [11, 12].

Во временной калибровке $e_\alpha{}^a = \text{diag}\,(1, e)$, с учетом связей канонический гамильтониан сводится к выражению

$$H = \int d\zeta^1 \mathcal{H}, \qquad \mathcal{H} = \frac{e}{4\mu^2}(\pi^1)^2 + \frac{e}{2\gamma^2}\pi^2 - \pi A_1 - \frac{1}{2\gamma^2 e}(\partial_1\pi^1)^2 - \lambda e,$$

где π и π^α – обобщенные импульсы, сопряженные соответственно к e и A_α, причем $\pi^0 = 0$. Гамильтонова плотность $\mathcal{H}$ не является положительно определенной. Уравнения движения для компоненты тетрадного поля e_{00} имеют следующий вид:

$$\mathcal{H} - \gamma^2 \partial_1 A_0 = 0.$$

Поэтому полная энергия на уравнениях движения,

$$E = \int_a^b d\zeta^1 \mathcal{H} = -\frac{\mu^2}{e}\partial_1 R \Big|_a^b , \tag{6}$$

определяется граничным поведением динамических переменных. В частности, для двумерных моделей замкнутых Вселенной, которым соответствуют замкнутые струны, а также для открытых Вселенных с достаточно быстрым убыванием на бесконечности производной от кривизны, имеем $E = 0$. Представляет интерес исследование двумерного аналога асимптотически плоских пространств с $E > 0$.

Отметим, что для действия (2) с учетом координат струны полная энергия будет иметь тот же вид (6).

Таким образом, в работе предложена теория струн, в которой и метрика, и кручение являются динамическими переменными. Можно надеяться, что такие струны допускают квантование в пространстве произвольной размерности.

Литература

1. *Green M.B., Schwarz J.H.* Phys. Lett., 1984, **B149**, 117.
2. *Candelas P., Horowitz G.T., Strominger A., Witten E.* Nucl. Phys., 1985, **B258**, 46.
3. *Gross D.J., Harvey J.A., Martinec E., Rohm R.* Phys. Rev. Lett., 1985, **54**, 503.
4. *Fradkin E.S., Tseytlin A.A.* Nucl. Phys., 1985, **B261**, 1.
5. *Арефьева И.Я., Волович И.В.* УФН, 1985, **146**, 655.
6. *Ambjorn J., Durhuus B., Fröhlich J.* Nucl. Phys., 1985, **B257**, 433.
7. *Brink L., Di Vecchia P., Howe P.S.* Phys. Lett., 1976, **65B**, 471.
8. *Deser S., Zumino B.* Phys. Lett., 1976, **65B**, 369.
9. *Sezgin E., van Nieuwenhuizen P.* Phys. Rev., 1980, **D21**, 3269.
10. *Polyakov A.M.* Phys. Lett., 1981, **103B**, 207.
11. *Jackiw R.* MIT Report CPT No. 1203, 1984.
12. *Henneaux M.* Phys. Rev. Lett., 1985, **54**, 959.

Поступила в редакцию
29 декабря 1985 г.
23 января 1986 г.

Математический институт им. В.А.Стеклова
Академии наук СССР