*Письма в ЖЭТФ, том 43, вып. 8, стр. 355 – 357* *25 апреля 1986 г.*

# ГЕТЕРОТИЧЕСКАЯ СТРУНА В СУПЕРПРОСТРАНСТВЕ

*Р.Э.Каллош*

Построена геометрическая формулировка теории гетеротической струны в суперпространстве размерности (10 + 496) + 16. Найдены законы фермионной и бозонной калибровочной симметрии мирового листа в этом суперпространстве.

Теория гетеротической струны [1] в настоящее время считается главным кандидатом на роль единой теории фундаментальных взаимодействий. При малых энергиях эта теория соответствует $N = 1, d = 10$ супергравитации, взаимодействующей с полями Янга – Миллса с группой $G = E_8 \times E_8$ или $SO(32)$.

Существуют различные формулировки теории гетеротической струны [1,2], однако геометрическая формулировка теории без аномалий не построена. Отсутствие понимания геометрического смысла теории гетеротической струны вызвало неудовлетворенность этой теорией даже у ее авторов [1].

Цель настоящей работы состоит в построении геометрической формулировки теории гетеротической струны без аномалий. Нашим исходным принципом будет последовательное построение действия гетеротической струны в некотором суперпространстве, ограничения на геометрию которого будут найдены из фермионной и бозонной калибровочной симметрии мирового листа. Эти ограничения окажутся слабее, чем условия, определяющие классическое суперпространство теории [3] и, в частности, появятся структуры, необходимые для устранения аномалий в механизме Грина – Шварца. Теория будет сформулирована в суперпространстве с числом бозонных координат $10 + 496 = 506$ (калибровочные степени свободы связаны с локальными координатами на группе $G$, т.е. в нашем случае их 496) и числом фермионных координат 16.

Действие гетеротической струны в суперпространстве представим в виде

$$I = \int d^2\sigma V^{-1} \{\Pi_+^{\mathcal{A}} \Pi_-^{\mathcal{B}} \eta_{\mathcal{A}\mathcal{B}} - 1/2\lambda_{++}\Pi_-^{\hat{a}}\Pi_-^{\hat{b}}\eta_{\hat{a}\hat{b}}\} + \int \tilde{T}^A \wedge E_A , \qquad (1)$$

где $\sigma^+, \sigma^-$ – это координаты на световом конусе мирового листа, $\dfrac{\partial}{\partial\sigma^+} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\dfrac{\partial}{\partial\tau} + \dfrac{\partial}{\partial\sigma}\right)$, $\dfrac{\partial}{\partial\sigma^-} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\dfrac{\partial}{\partial\tau} - \dfrac{\partial}{\partial\sigma}\right)$, $V_{\mathrm{a}}{}^{\mathrm{m}}(\sigma^+, \sigma^-)$ – это двумерный репер, a, m = +, –, $V = \det(V_{\mathrm{a}}{}^{\mathrm{m}})$; $\Pi_{\pm}{}^{A} = V_{\pm}{}^{\mathrm{m}}(\partial_{\mathrm{m}} Z^M) E_M{}^A$; $Z^M = (x^m, x^{\hat{m}}, \theta^\mu)$, $Z^M = Z^M(\sigma^+, \sigma^-)$, $E_M{}^A(Z)$ – это репер в пространстве размерности $(10 + 496) + 16$, $A = (a, \hat{a}, \alpha)$, $m, a = 0, 1, \ldots 9$, т.е. $x^m$ – это координаты $d = 10$, $\hat{m}, \hat{a} = 1, \ldots, 496$, т.е. $x^{\hat{m}}$ – это координаты в группе $E_8 \times E_8$ или $SO(32)$, $\mathcal{M} = (m, \hat{m})$, $\mathcal{A} = (a, \hat{a})$; $(\mu, \alpha) = 1, \ldots, 16$, т.е. $\theta^\mu$ – это Майорана – Вейлевский спинор в $d = 10$. Все координаты $Z^M$ являются скалярами в двумерии. Множитель Лагранжа $\lambda_{++}$ – это дважды самодуальная часть бесшпурового симметричного тензора $\lambda_{\mathrm{ab}}$.

Последний член в действии, так называемый член Весса – Зумино в нелинейной киральной модели, определен как трехмерный интеграл, причем используются формы филбайна и кручения

$$E^A = d\sigma^i(\partial_i Z^M) E_M{}^A, \quad i = 1, 2, 3, \quad T^A = dE^A + E^B \wedge \Omega^A{}_B .$$

Структурная группа определена следующим образом:

$$\delta_\Lambda E^A = E^B \wedge \Lambda_B^A, \quad \delta_\Lambda \Omega^A{}_B = (D\Lambda)^A{}_B, \qquad (2)$$

где связность принимает значения в алгебре Лоренца для $a, b$ и $\alpha, \beta$ и в алгебре $G$ для $\hat{a}, \hat{b}$.

Действие (1) инвариантно относительно преобразований структурной группы суперпространства $SO(1,9) \times E_8 \times E_8$ (или $SO(32)$), т.е. эта симметрия связана с параметрами $\Lambda_{[ab]}(Z)$ и $\Lambda_{[\hat{a}\hat{b}]}(Z) = f_{\hat{a}\hat{b}\hat{c}}\Lambda^{\hat{c}}(Z)$. Общекоординатные преобразования суперпространства $Z^M$ – это стандартные преобразования пространства с 506 бозонными $x^{\mathcal{M}}$ и 16 фермионными координатами $\theta^\mu$ ($\delta_\xi Z^M = \xi^M(Z) = (\xi^{\mathcal{M}}, \xi^\mu)$):

$$\delta_\xi(\partial_i Z^M) = \partial_i Z^N \partial_N \xi^M, \quad \delta_\xi E_M{}^A = -(\partial_M \xi^N) E_N{}^A . \qquad (3)$$

В отличие от обычных способов записи весс-зуминовского члена в суперструне [2], при котором используется 2-форма $B = \frac{1}{2!} E^B E^A B_{AB}$ или 3-форма $H = dB + \ldots$, в нашем формализме не приходится вводить в теорию никаких новых объектов кроме филбайнов и связности, $H = E_A \tilde{T}^A = \frac{1}{2} E^A E^B E^C T_{BC,A}$ [1)]. Для 4-формы $d(T^A \wedge E^A)$ мы введем обозначение $Q$.

Симметрия мирового листа, необходимая для непротиворечивого включения взаимодействия гетеротической струны с фоном $E_M{}^A(Z^M)$, $\Omega^A{}_B(Z^M)$, состоит из фермионной калибро-

---

[1)] См. в этой связи работу [4], где аналогичная модификация теории была проведена в $d = 11$ супергравитации.

вочной симметрии с параметром $k_{+\alpha}(\sigma^+, \sigma^-)$, где $k_{+\alpha}$ – это $d=10$ майорана-вейлевский спинор и $d=2$ самодуальный вектор, и бозонной калибровочной симметрии с параметром $\epsilon(\sigma^+, \sigma^-)$. Действие (1) инвариантно относительно следующих $k$-преобразований:

$$\delta_k Z^M = \frac{i}{2} k_{+\alpha} \gamma_a^{\alpha\beta} \Pi_-^a E_\beta^M, \quad \delta_k (V^{-1}\lambda_{++}) = -V^{-1}(\delta_k V_+^{\mathrm{m}}) V_{\mathrm{m}}^-, \tag{4}$$

$$\delta_k (V_+^{\mathrm{m}}) V_{\mathrm{m}}^- = -k_{+\alpha}(\Pi_+^\alpha + T^{\alpha\mathcal{B}} \Pi_{+\mathcal{B}} + T^{\alpha\hat{b}} \lambda_{++} \Pi_{-\hat{b}}). \tag{5}$$

Необходимые условия того, что действие (1) инвариантно относительно (4), (5), состоят в следующем (кроме стандартных тождеств Бианки, связывающих кручение и кривизну, принимающую значения в алгебре структурной группы):

$$T_{\beta\alpha}^{a} = -i\gamma_{\beta\alpha}^{\ a}, \quad T_{\beta\alpha}^{\hat{a}} = 0, \quad T_{b\alpha}^{\ \hat{\mathcal{f}}} = -i\gamma_{\alpha\beta}^{\ b} T^{\beta\hat{\mathcal{f}}}, \quad T_{\hat{b}\alpha}^{\ \hat{\mathcal{f}}} = 0, \tag{6}$$

$$Q_{ABC\alpha} = 0. \tag{7}$$

Заметим, что все эти условия выполняются в суперпространстве, соответствующем классической теории. При этом $T^{\alpha\mathcal{B}} = \{(\gamma^b\lambda)^\alpha, \chi^{\hat{b}\alpha}\}$ [2]. В классической теории, однако, выполняется более сильное условие, чем (7), а именно $Q = 0 \Rightarrow Q_{ABCD} = 0$, соответствующее $dH = F \wedge F$ [3] в пространстве $(x^m, \theta^\mu)$. Условие (7) означает, в частности, что $Q_{abcd} \neq 0$ и может содержать необходимые для исключения аномалий члены $Q_{abcd} = \mathrm{tr}(R_{ab} R_{cd})$.

Локальная бозонная симметрия мирового листа обобщает преобразования [5] на кривое пространство.

$$\delta_\epsilon Z^M = \Pi_-^{\hat{a}} E_{\hat{a}}^M e_{\hat{a}}^M \epsilon, \quad \delta\lambda_{++} = 2\nabla_+ \epsilon + \epsilon \overleftrightarrow{\nabla}_- \lambda_{++}. \tag{8}$$

Действие (1) инвариантно относительно преобразований (8) при выполнении следующих условий на геометрию пространства $Z^M$:

$$Q_{ABC\hat{a}} = T_{a\hat{b}}^{\ \hat{a}} = T_{\alpha\hat{b}}^{\ \hat{a}} = 0, \tag{9}$$

$$T_{\hat{b}\hat{c}}^{\ \hat{a}} = -T_{\hat{b}\hat{a}}^{\ \hat{c}}. \tag{10}$$

Соотношения (9) согласуются с тождествами Бианки, а выполнение (10) обеспечивается тем, что $T_{\hat{b}\hat{c}}^{\ \hat{a}}$ – это структурные константы группы $G$.

В заключение, в работе построено инвариантное относительно фермионной $k$-симметрии и бозонной $\epsilon$-симметрии мирового листа действие гетеротической струны в суперпространстве с 506 бозонными и 16 фермионными измерениями, соответствующем улучшенной (в смысле отсутствия аномалий) теории супергравитации взаимодействующей с теорией Янга – Миллса.

**Литература**


1. *Gross D.J., Harvey J.A., Martinec E., Rohm R.* Nucl. Phys., 1985, **B256**, 253, and Princeton preprint (July 1985).
2. *Witten E.* Princeton preprint (May 1985): *Atick J.J., Dhar A., Ratra B.* Preprint SLAC-PUB-3840, 1985: *Gates S.J., Nishino H.* Maryland preprint, 1985.
3. *Kallosh R.E., Nilsson B.E.W.* Phys. Lett., 1986, **167B**, 46; *Nilsson B.E.W., Tollsten A.K.* CERN preprints TH-4302, 1985; TH-4354, 1986; *Atick J.J., Dhar A., Ratra B.* Preprint SLAC-PUB-3839, 1985.
4. *Kallosh R.E.* Phys. Lett., 1984, **143B**, 373.
5. *Siegel W.* Nucl. Phys., 1984, **B238**, 307.



Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР



Поступила в редакцию
3 марта 1986 г.


[2] Указанные констрейнты отличаются от используемых в теории [3] (кроме того, что там нет пространства $x^{\hat{m}}$ и производных $\mathcal{D}_{\hat{a}}$) тем, что производится одновременное переопределение связностей и кручений вида $\delta\Omega_{\alpha\ b}^{\ a} = (\gamma^{ab}\lambda)_\alpha$, $\delta\Omega_{a\ c}^{\ b} = T_{a\ c}^{\ b}, \ldots, \delta T^A = E^B \wedge \delta\Omega_B^{\ A}$.