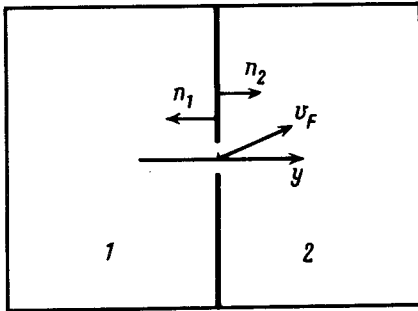


ЭФФЕКТ ДЖОЗЕФСОНА В СВЕРХТЕКУЧЕМ ГЕЛИИ-3 ПРИ ПРОТЕКАНИИ ЧЕРЕЗ МАЛОЕ ОТВЕРСТИЕ

Н.Б.Копнин

Вычислен ток Джозефсона при протекании гелия-3 через малое отверстие вблизи критической температуры. При диффузном отражении частиц от стенок сосуда критический ток пропорционален $(T_c - T)^2$, а при зеркальном отражении он пропорционален $(T_c - T)$.

Развитие экспериментальной технологии в настоящее время делает, в принципе, возможным наблюдение стационарного эффекта Джозефсона в сверхтекучем гелии-3¹⁾, т. е. бездиссипативного протекания гелия-3 через узкий канал, соединяющий два сосуда и осуществляющий "слабую связь" между ними. В отличие от теории сверхпроводимости, где эффект Джозефсона в слабых связях хорошо изучен (см., например, обзор¹⁾), в теории сверхтекучести гелия-3 подобные расчеты пока практически отсутствуют. Первая попытка расчета эффекта Джозефсона в гелии-3 была предпринята в²⁾, где рассматривались размеры канала, сравнимые с $\xi(T)$. Такая ситуация оказалась весьма сложной и потребовала привлечения численных методов. В настоящей статье мы рассмотрим постановку задачи, аналогичную случаю чистой короткой слабой связи в сверхпроводниках, когда удается получить аналитическое выражение для тока Джозефсона.



Рассмотрим два сосуда 1 и 2, разделенные перегородкой с малым отверстием, радиус и длина которого малы по сравнению с ξ_0 . Эта ситуация иллюстрируется на рисунке, где n_1 и n_2 – единичные векторы внутренней нормали к поверхности перегородки соответственно со стороны сосудов 1 и 2. Мы будем ограничиваться случаем температур близких к критической. В силу малости размера отверстия можно считать, что состояние гелия-3 в сосуде 2 не зависит от его состояния в сосуде 1 и наоборот, а сверхтекучая скорость v^s вблизи отверстия мала по сравнению с критической скоростью распаривания v_c . Действительно, на больших расстояниях от отверстия по сравнению с $\xi(T)$, где плотность сверхтекучей компоненты $\rho_s = \text{const}$, условие несжимаемости $\text{div} j_s = 0$ дает $v_\rho^s = I/2\pi\rho_s r^2$, где v_ρ^s – скорость в направлении отверстия, r – расстояние от отверстия, а $I = j_0 S$ – ток, протекающий через отверстие сечением S . Отсюда получаем оценку $v_\rho^s/v_c \sim (j_0/j_c)R^2/r^2$, где j_c – плотность тока распаривания, а R – радиус отверстия. Сверхтекучая скорость v^s мала по сравнению с v_c , если $R^2/\xi^2(T) \ll j_c/j_0$. Как следует из получаемых ниже результатов, при $R \ll \xi_0$ это неравенство всегда выполняется. Таким образом, в каждом из сосудов можно пренебречь наличием тока через отверстие и считать, что параметр порядка вблизи отверстия имеет то же значение, что и в отсутствие отверстия.

Уравнение для квазиклассических функций Грина в сосуде имеет вид³⁾

$$-iv_F \nabla \hat{f}_e^{R(A)}(\mathbf{p}, \mathbf{r}) - 2\epsilon \hat{f}_e^{R(A)}(\mathbf{p}, \mathbf{r}) + \hat{g}_e^{R(A)}(\mathbf{p}, \mathbf{r}) \hat{\Delta}_p - \hat{\Delta}_p \hat{g}_e^{R(A)}(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = 0, \quad (1)$$

¹⁾ R.Packard, частное сообщение.

где $\hat{\Delta}_p = \hat{A}p = i\hat{\sigma}^{(\alpha)}\hat{\sigma}^{(\beta)}A_{\alpha i}p_i$, а p – единичный вектор в направлении v_F . Вблизи критической температуры уравнение (1) легко решается разложением по степеням $\hat{\Delta}_p$ и его производных:

$$\hat{f}^{R(A)} = \pm \left(\frac{\hat{\Delta}_p}{\epsilon} - \frac{i}{2\epsilon^2} v_F \nabla \hat{\Delta}_p \right) \left[1 - \exp \left(\pm \frac{2i\epsilon}{v_F} |r - r_{\pm}| \right) \right] + \left(\frac{|r - r_{\pm}|}{\epsilon} p \nabla \hat{\Delta}_p + C^{R(A)} \right) \exp \left(\pm \frac{2i\epsilon}{v_F} |r - r_{\pm}| \right), \quad (2)$$

Здесь верхний знак берется для запаздывающей (R), а нижний – для опережающей (A) функции Грина. Постоянные $C^{R(A)}$ определяются из граничных условий для функций $f^{R(A)}$ с учетом рассеяния на стенках сосуда (см., например, ^{4, 5}). Их значения будут для нас не существенны. В формуле (2) r_{\pm} – радиус-векторы точек, в которых пересекается со стенками сосуда прямая, проходящая через точку нахождения частицы r и параллельная скорости v_F , причем r_+ лежит на той стенке, где $pv_F > 0$, а r_- – на той стенке, где $pv_F < 0$ (p – вектор нормали к поверхности). Формулы для $\hat{f}^{+R(A)}$ получаются из (2) заменой $v_F \nabla \rightarrow -v_F \nabla$, $\hat{\Delta} \rightarrow \hat{\Delta}^*$ и $r_{\pm} \rightarrow r_{\mp}$.

В месте нахождения отверстия отражения от стенки не происходит, поэтому, как видно из рисунка и формулы (2), например, значению функции f^R при $v_y > 0$ соответствует f_1^R ($n_1 v < 0$, а значению f^R при $v_y < 0$ соответствует f_2^R ($n_2 v < 0$). Здесь индексы 1 и 2 указывают, что функции f в (2) берутся при $\hat{\Delta} = \hat{\Delta}_1$ и $\hat{\Delta} = \hat{\Delta}_2$ в сосудах 1 и 2, соответственно. Рассуждая аналогично, находим значения функций f, f^* в отверстии

$$\hat{f}^R(v_y > 0) = \frac{\hat{\Delta}_1}{\epsilon} - \frac{i}{2\epsilon^2} v_F \nabla \hat{\Delta}_1; \quad \hat{f}^R(v_y < 0) = \frac{\hat{\Delta}_2}{\epsilon} - \frac{i}{2\epsilon^2} v_F \nabla \hat{\Delta}_2; \\ \hat{f}^{+R}(v_y > 0) = \frac{\hat{\Delta}_2^*}{\epsilon} + \frac{i}{2\epsilon^2} v_F \nabla \hat{\Delta}_2^*; \quad \hat{f}^{+R}(v_y < 0) = \frac{\hat{\Delta}_1^*}{\epsilon} + \frac{i}{2\epsilon^2} v_F \nabla \hat{\Delta}_1^*. \quad (3)$$

Опережающие функции получаются из (3) изменением знака и заменой $\hat{\Delta}_1 \rightleftharpoons \hat{\Delta}_2$. Функции $\hat{g}^R(A) = -\hat{g}^{R(A)}$ находятся из условия $g^2 - ff^* = 1$. Вычисляя теперь ток через отверстие по обычной формуле, получаем

$$I = - \frac{Sv(0)mv_F\pi i}{64T} \text{Sp} \left\{ (\hat{A}_1^* \hat{A}_2 - \hat{A}_1 \hat{A}_2^*) + \frac{7\zeta(3)v_F}{3\pi^3 T} \left(\frac{\partial \hat{A}_1^*}{\partial \rho_1} \hat{A}_2 + \hat{A}_1^* \frac{\partial \hat{A}_2}{\partial \rho_2} - \text{c. c.} \right) + \frac{v_F^2}{96T^2} \left(\frac{\partial \hat{A}_1^*}{\partial \rho_1} \frac{\partial \hat{A}_2}{\partial \rho_2} - \text{c. c.} \right) \right\}. \quad (4)$$

Здесь $\partial/\partial\rho_{1,2}$ – производные по внутренним нормальям $n_{1,2}$ к перегородке между сосудами.

Значения параметра порядка \hat{A}_1 и \hat{A}_2 и его производных берутся на поверхности перегородки вблизи отверстия. Граничные условия требуют, чтобы на стенке $\hat{A}_1 n_1 = \hat{A}_2 n_2 = 0$ ⁶. В случае диффузного отражения частиц от поверхности перегородки кроме того малы и тангенциальные к стенке компоненты \hat{A}_T . Согласно ⁶ на стенке $\hat{A}_T = b_T (\partial \hat{A}_T / \partial \rho)$, где $b_T \sim \xi_0 = v_F / 2\pi T_c$. Таким образом, $A_T \sim [\xi_0 / \xi(T)] \Delta \sim \Delta^2 / T$, где $\Delta = (A_{\alpha i} A_{\alpha i}^*)^{1/2}$ – значение модуля параметра порядка в глубине сосуда. Расчеты показывают, что

$$b_T = \frac{56\zeta(3)}{15\pi^2} \xi_0 \approx 0,45 \xi_0.$$

Это значение несколько отличается от величины $b_T = 0,54 \xi_0$, полученной в ⁶. В результа-

те при диффузном отражении из (4) находим

$$I = -S\nu(0)m\xi_0^3\alpha i \text{Sp} \left(\frac{\partial \hat{A}_1^*}{\partial \rho_1} \frac{\partial \hat{A}_2}{\partial \rho_2} - \frac{\partial \hat{A}_1}{\partial \rho_1} \frac{\partial \hat{A}_2^*}{\partial \rho_2} \right). \quad (5)$$

Численный коэффициент

$$\alpha = \frac{\pi^4}{768} + \frac{343 [\zeta(3)]^2}{225 \pi^2} \approx 0,35.$$

Формула (5) имеет вид $I = I_0 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)$, где критический ток Джозефсона

$$I_0 \sim S\nu(0)mv_F T \left(\frac{\Delta_1 \Delta_2}{T^2} \right)^2$$

и пропорционален $(T_c - T)^2$.

При зеркальном отражении от поверхности перегородки тангенциальная компонента \hat{A}_T вблизи стенки остается конечной, поэтому в формуле (4) нужно удержать лишь первый член:

$$I = -\frac{S\nu(0)mv_F \pi i}{64 T} \text{Sp} (\hat{A}_1^* \hat{A}_2 - \hat{A}_1 \hat{A}_2^*). \quad (6)$$

Критический ток Джозефсона

$$I_0 \sim S\nu(0)mv_F T \left(\frac{\Delta_1 \Delta_2}{T^2} \right)$$

и пропорционален $(T_c - T)$. Формула (6) аналогична результату для чистой короткой слабой связи в теории сверхпроводимости¹. Отметим, что температурная зависимость критического тока Джозефсона в обоих случаях отличается от зависимости критического тока распаривания $j_c \propto (T_c - T)^{3/2}$.

В случае А-фазы джозефсоновский ток (5) и (6) может в рассмотренном приближении обратиться в нуль, если векторы анизотропии \mathbf{l}_1 и \mathbf{l}_2 в сосудах 1 и 2 вблизи перегородки ориентированы противоположно друг другу, т. е. $\mathbf{l}_1 = -\mathbf{l}_2$. Это согласуется с утверждением работы⁷.

Литература

1. Лухарев К.К. УФН, 1979, 127, 185.
2. Monien H., Tewordt L. J. Low Temp. Phys., 1986, 62, 277.
3. Eilenberger G. Zs. Phys., 1968, 214, 195.
4. Buchholtz L.J., Rainer D. Zs. Phys., 1979, B35, 151.
5. Овчинников Ю.Н. ЖЭТФ, 1969, 56, 1590.
6. Ambegaokar V., De Gennes P.G., Rainer D. Phys. Rev., 1974, A9, 2676.
7. Thuneberg E.V., Kurkijärvi J. Phys. Lett., 1981, 86A, 35.