Письма в ЖЭТФ, том 43, вып. 12, стр. 551 – 554 *25 июня 1986 г.*

НЕЛОКАЛЬНЫЕ КОНДЕНСАТЫ И КХД ПРАВИЛА СУММ ДЛЯ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ ПИОНА

С.В.Михайлов, А.В.Радюшкин

Обнаружено, что КХД правила сумм (ПС) для моментов волновой функции пиона $\varphi_\pi(x)$ весьма чувствительны к форме координатной зависимости "нелокальных конденсатов" $\langle \bar{q}(0)q(z)\rangle \equiv M(z^2)$, $\langle \bar{q}(0)\gamma_\mu q(z)\rangle$ и т. п. Получены модифицированные ПС и найден явный вид $\varphi_\pi(x) \simeq (8/\pi)f_\pi\sqrt{x(1-x)}$ для распределений $M(z^2)$, имеющих ширину, диктуемую стандартным значением $\lambda^2 = 0{,}4$ ГэВ^2 отношения $\lambda^2 = \langle \bar{q}D^2q\rangle / \langle \bar{q}q\rangle$.

Важная задача теории сильных взаимодействий – вычисление из первых принципов КХД функций распределения $f_{q/H}(x)$, $f_{g/H}(x)$ и волновых функций (ВФ) адронов $\varphi_\pi(x)$, $\varphi_N(x_1, x_2, x_3)$ аккумулирующих информацию о непертурбативных аспектах кварк-глюонной динамики. Перспективным методом расчета низших моментов этих функций является метод КХД правил сумм (ПС) [1]. Например, нулевой момент от $\varphi_\pi(x)$ (т. е., константа f_π) был получен в [1] с точностью 5%. В [2] ПС для f_π были формально обобщены на следующие моменты функции $\varphi_\pi(x)$. Информация о непертурбативной динамике в методе КХД ПС аккумулируется степенным рядом по вакуумным средним (ВС) локальных операторов, который и определяет величины адронных характеристик. Однако, поскольку $\varphi_\pi(x)$ – это функция, параметризующая матричный элемент нелокального оператора[1)]

$$\langle \bar{u}(0)\gamma_5\gamma_\mu d(z)|P\rangle|_{z^2=0} = iP_\mu \int_0^1 e^{i(Pz)x}\varphi_\pi(x)dx \tag{1}$$

возникает вопрос: возможно ли получить надежную информацию о существенно нелокальных объектах в рамках стандартной версии метода ПС, ограничивающейся простейшими локальными ВС $\langle \bar{q}(0)q(0)\rangle$, $\langle G_{\mu\nu}(0)G_{\mu\nu}(0)\rangle$ и т. п., или необходимо ввести в рассмотрение нелокальные ВС $\langle \bar{q}(y)q(z)\rangle$, $\langle G_{\mu\nu}(y)G_{\mu\nu}(z)\rangle$, ... тем более, что именно они являются исходными объектами любых расчетов в методе КХД ПС, а локальные ВС возникают из них после разложения в ряд Тейлора.

Для исследования билокальных ВС удобно ввести параметризацию[2)]

$$\langle \bar{q}(0)q(z)\rangle = \langle \bar{q}q\rangle \int_0^\infty e^{\nu z^2/4}\Phi(\nu)d\nu, \tag{2}$$

имеющую структуру α-представления для пропагатора. Разложение $\langle \bar{q}(0)q(z)\rangle$ по локальным операторам соответствует разложению $\Phi(\nu)$ по $\delta^{(n)}(\nu)$: $\Phi(\nu) = \delta(\nu) - (\lambda^2/2)\delta'(\nu) + \ldots$, где $\lambda^2 \equiv \langle \bar{q}D^2q\rangle / \langle \bar{q}q\rangle$ – средняя виртуальность вакуумных кварков.

Для билокального ВС, содержащего γ-матрицу

$$\langle \bar{q}(0)\gamma_\mu q(z)\rangle = -iz_\mu \int_0^\infty e^{\nu z^2/4}\Psi(\nu)d\nu \tag{3}$$

нулевой момент от $\Psi(\nu)$ в пределе безмассовых кварков равен нулю, и поэтому ряд по $\delta^{(n)}(\nu)$ для $\Psi(\nu)$ начинается с $\delta'(\nu)$:

$$\Psi(\nu) = A\left[\delta'(\nu) - \frac{57}{80}\lambda^2\delta''(\nu)\right], \text{ где } A = \frac{2}{81}\pi\alpha_s\langle \bar{q}q\rangle^2 .$$

Вклады, пропорциональные $\alpha_s\langle \bar{q}q\rangle^2$, возникают и из "трилокальных" конденсатов $\langle \bar{q}(0)\gamma_\mu \binom{\gamma_5}{1} A_\nu(y)q(z)\rangle$, параметризуемых тройным интегральным представлением того же типа.

Роль функций $\Phi(\nu)$, $\Psi(\nu)$, ... становится особенно наглядной, если записать ПС непосредственно для волновой функции ($\bar{x} \equiv 1-x$, ...)

$$\begin{aligned} f_\pi\varphi_\pi(x) = {} & \frac{3M^2}{4\pi^2}x\bar{x}(1-e^{-S_0/M^2}) + 4\Psi(xM^2) + \\ & + \frac{16}{9}\pi\alpha_s\langle \bar{q}q\rangle^2 \int_0^1 \bar{x}\bar{y}dy \int_0^1 da \int_0^1 ab\,\Phi(xM^2/a)\Phi(yM^2/b)\cdot \\ & \frac{\theta(x>\bar{y})\theta(a<\bar{b}) + \theta(x<\bar{y})\theta(a>\bar{b})}{|xy\bar{a}\bar{b} - \bar{x}\bar{y}ab|} + \end{aligned} \tag{4}$$

---

1) Здесь и далее поля кварков $u(z)$, $d(z)$ и глюонов $A_\mu(z)$ берутся в калибровке Фока – Швингера [3], $z_\mu A_\mu(z) = 0$ в которой ковариантные производные D_μ совпадают [4] с обычными ∂_μ.

2) При выводе КХД ПС всегда можно сделать виковский поворот $z_0 \to iz_0$, т. е. считать все координаты евклидовыми ($z^2 < 0$).

+ (трилокалы) + $O(GG)$ + $(x \to \bar{x})$. Таким образом, распределение кварков пиона по продольному импульсу однозначно связано с распределением вакуумных полей по виртуальности.

Стандартные ПС [1, 2] следуют из (4), если взять для $\Phi(\nu)$, $\Psi(\nu)$ первые члены разложения по $\delta^{(n)}(\nu)$. Такая модель, очевидно, слишком груба, когда средняя виртуальность вакуумных кварков λ^2 (и / или глюонов) не мала по сравнению с характерным адронным масштабом $S_0^{(N=0)} \simeq 0{,}75$ ГэВ^2. Существующие оценки [5] дают: $\lambda^2 = 0{,}4 \pm 0{,}1$ ГэВ$^2 \sim S_0^{(N=0)}$. В такой ситуации : от стандартного разложения по локальным ВС необходимо перейти к разложению, в котором наличие у вакуумных полей большой средней виртуальности учтено уже в низшем члене. Иными словами, для функций $\langle \bar{q}(0) q(z) \rangle \equiv M(z^2)$ с конечной $\sim 1/\mu$ длиной корреляции вакуумных флуктуаций явно предпочтительнее разложение $\Phi(\nu)$ в ряд по $\delta^{(n)}(\nu - \mu^2)$, в первом члене которого учтен основной эффект, связанный с конечной шириной функции $M(z^2)$, а следующие позволят учесть отклонение формы $M(z^2)$ от гауссовой. Мы возьмем поэтому $\Phi(\nu)$ в виде $\delta(\nu - \lambda^2/2)$, а $\Psi(\nu)$ – в виде $A\delta'\left(\nu - \frac{57}{80}\lambda^2\right)$. Величины сдвигов определяются, очевидно, вторыми членами разложения $\Phi(\nu)$, $\Psi(\nu)$ по $\delta^{(n)}(\nu)$. Аналогичным образом можно построить модельные δ-функции для трилокальных и глюонных ВС. В результате получается следующее ПС для моментов ВФ пиона от $\varphi_\pi(x)$

$$4\pi^2 f_\pi^2 \langle \xi^N \rangle = \frac{3M^2}{(N+1)(N+3)}\left(1 - e^{-S_0/M^2}\right) + \frac{\pi\alpha_s}{3M^2}\langle GG \rangle \delta_G^N +$$

$$+ \frac{64}{81}\pi^3 \alpha_s \langle \bar{q} q \rangle^2 \left\{ \frac{1}{M^4} \sum_{i=0}^{2} \Delta_i \delta_i^N \left(1 + 2N\frac{\Delta_i}{\delta_i}\right)\theta(\delta_i > 0) + \frac{18}{\lambda^4}\left[\frac{1-\delta_1^{N+1}}{N+1} - \frac{1-\delta_1^{N+2}}{N+2}\right]\right\}, \tag{5}$$

где $\xi = x - \bar{x}$, $\Delta_i = 1 - a_i\lambda^2/2M^2$, $\delta_i = 1 - a_i\lambda^2/M^2$, $a_0 = 57/80$, $a_1 = 1$, $a_2 = 23/24$.

При $\lambda^2 = 0$ выражение (5) переходит в ПС Черняка – Житницкого (ЧЖ) [2], а пропорциональный λ^2 член разложения (5) в ряд по λ^2 дает (безмодельно) величину $\alpha_s \langle \bar{q} D^2 q \rangle \langle \bar{q} q \rangle$-вклада. Следует отметить, что последний при $M^2 \simeq 0{,}6$ ГэВ^2 полностью сокращает $\alpha_s \langle \bar{q} q \rangle^2$ вклад.

В ПС ЧЖ [2] относительный вклад $\alpha_s \langle \bar{q} q \rangle^2$- и $\alpha_s \langle GG \rangle$-поправок быстро растет с N. Как следствие, масштаб $S_0^{(N=0)}$ при $N = 2$ (4) в 2,25 (3) раз увеличивается по сравнению с $S_0^{(N=0)}$. Поэтому величины $\langle \xi^N \rangle$, полученные в [2] на факторы 2,25 (3) и т. д. превышают "пертурбативные" значения $3/(N+1)(N+3)$, отвечающие асимптотической [6] волновой функции $\varphi_\pi^{as}(x) = 6 f_\pi x \bar{x}$. В ПС (5) коэффициент перед численно наиболее важным $\alpha_s \langle \bar{q} q \rangle^2$-вкладом убывает с ростом N примерно так же, как и пертурбативный вклад, и поэтому обработка ПС (5) дает для низших моментов значения

$$\langle \xi^2 \rangle = 0{,}25 \pm 0{,}01; \quad \langle \xi^4 \rangle = 0{,}13 \pm 0{,}01; \quad \langle \xi^6 \rangle = 0{,}07 \pm 0{,}02, \tag{6}$$

мало отличающиеся от асимптотических. Неудивительно, что и модельная волновая функция $\varphi_\pi^{mod}(x) = \frac{8}{\pi} f_\pi \sqrt{x\bar{x}}$, воспроизводящая значения (6), близка к $\varphi_\pi^{as}(x)$. Подчеркнем, что завышение значений для $\langle \xi^N \rangle$ в [2] есть прямое следствие аппроксимаций $\Phi(\nu) \sim \delta(\nu)$, $\Psi(\nu) \sim \delta'(\nu)$. Для функций Φ, Ψ, обеспечивающих "наблюдаемое" значение $\lambda^2 = 0{,}4$ ГэВ^2 отношения $\langle \bar{q} D^2 q \rangle / \langle \bar{q} q \rangle$, результат для $\langle \xi^N \rangle$ всегда будет близок к (6).

Явный вид функций Φ, Ψ и т. п. в принципе может быть найден из конкретной модели (в идеале – теории) КХД-вакуума. Практически более реальным представляется путь, основанный на том, что ПС, аналогичные (5) могут быть получены и для других ВФ, а также для функций распределения кварков в адронах, известных из эксперимента. Это открывает возможность постановки обратной задачи: определения вакуумных функций распределения $\Phi(\nu)$, $\Psi(\nu)$ (универсальных для любых адронов!) по заданным функциям $f_{u/p}(x)$, $f_{d/p}(x)$, $f_{u/\pi}(x)$... .

Мы признательны А.В.Ефремову, В.А.Нестеренко, Б.Л.Иоффе и М.А.Шифману за полезные обсуждения.

Литература

1. *Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I.* Nucl. Phys., 1979, **B147**, 385, 447.
2. *Chernyak V.L., Zhitnitsky A.R.* Nucl. Phys., 1982, **B201**, 192.
3. *Fock V.A.* Sov. Phys., 1937, **12**, 404; *Швингер Ю.* Частицы, источники, поля. М.: Мир, 1976, т. 1.
4. *Shifman M.A.* Nucl. Phys., 1980, **173**, 13.
5. *Беляев В.М., Иоффе Б.Л.* ЖЭТФ, 1982, **93**, 876.
6. *Ефремов А.В., Радюшкин А.В.* ТМФ, 1980, **42**, 147.

Объединенный институт
ядерных исследований

Поступила в редакцию
28 апреля 1986 г.