

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТОКА В ТОКАМАКЕ

Ю.В.Есипчук, Б.Б.Кадомяцев

Серия экспериментов по ЭЦР-нагреву плазмы в токамаке Т-10 показала, что по мере увеличения отношения плотности плазмы к току распределение плотности тока по радиусу стремится к некоторому предельному распределению, которое может быть найдено из простого вариационного принципа, соответствующего минимуму энергии плазмы и полоидального магнитного поля при заданном токе.

Ток в плазме токамака поддерживается вихревым электрическим полем E , а распределение плотности тока J по радиусу зависит от распределения температуры электронов T_e , поскольку $J = \sigma E$, а электропроводность $\sigma = \sigma_0 T_e^{3/2}$. Поэтому, казалось бы, профиль $J(r)$ определяется профилем $T_e^{3/2}(r)$, а он зависит от баланса между нагревом и потерями тепла за счет теплопроводности, и в разных установках профили могли бы быть разными. Однако на самом деле профили $T_e(r)$ в разных токамаках очень похожи друг на друга. Коппи¹, первым обративший внимание на это явление, назвал его "согласованность профиля". Наиболее ярко явление согласованности профилей $J(r)$, $T_e(r)$ проявилось на самых крупных установках ДЖЕТ² и ТФПР³. На ТФПР, например, профиль $T_e(r)$ сохранял универсальную форму при дополнительном нагреве на периферии с вкладом мощности вплоть до $r/a \cong 0,8$ (a – малый радиус плазмы). Аналогичное явление наблюдалось ранее на Т-10 при ЭЦР нагреве плазмы⁴. Оно было исследовано более подробно в недавней серии экспериментов на Т-10 при различных значениях тока и плотности плазмы с возможностью как центрального, так и периферийного вклада мощности от гиротронов. Эксперименты показали, что при омическом нагреве плазмы по мере повышения отношения \bar{n}/J_p , где \bar{n} – средняя плотность плазмы, J_p – ток, распределения температуры $T_e(r)$ и плотности тока $J(r)$ по радиусу стремятся к некоторому "предельному профилю". Этот профиль плазма старается сохранить и при дополнительном нагреве: изменение профиля вклада мощности не изменяет предельного профиля, вместо этого происходит такая перестройка коэффициента теплопроводности, что исходный профиль сохраняется. Рисунок иллюстрирует этот факт. На нем показаны профили $T_e^{3/2}(r)$ при омическом и дополнительном ЭЦР-нагревах при двух значениях тока $J_p = 290$ кА и $J_p = 170$ кА. При токе $J_p = 290$ кА дополнительный нагрев по центру обостряет профиль $T_e(r)$, и при этом он еще соответствует расчетному (в предположении сохранения величины электронной теплопроводности). Однако, при $J_p = 170$ кА предельный профиль достигается уже в омическом режиме и при дополнительном нагреве он не меняется. При увеличении \bar{n}/J_p предельный профиль сохраняется еще более жестко.

При сохранении предельного (оптимального) профиля во всем шнуре удержание электронной компоненты плазмы не хуже, чем при омическом нагреве, а при его нарушении происходит деградация удержания.

С теоретической точки зрения явление образования оптимального профиля тока естественно связать с неустойчивостью тиринг-мод³, которые "чувствуют" все распределение тока по радиусу, а описать это явление, казалось бы, следует в духе теории Тейлора⁵ релаксированных состояний в пинче с обратным полем. В прямом виде теория Тейлора к токамаку не применима, поскольку она предполагает полное перезамыкание силовых линий. Кроме того, в токамаке энергия тороидального магнитного поля B фиксирована. Будем считать, что релаксированное состояние в токамаке соответствует минимуму энергии (полоидального магнитного поля плюс тепловой) при заданном полном токе. Тогда можно воспользоваться вариационным принципом:

$$\delta F \equiv \delta \left[\int \frac{B_\theta^2}{2} r dr + \frac{1}{\gamma - 1} \int P r dr + \lambda \int J r dr \right] = 0. \quad (1)$$

Здесь B_θ – полоидальное магнитное поле, γ – показатель адиабаты, P – давление плазмы, J – плотность тока, λ – множитель Лагранжа. Величину F можно рассматривать как свободную энергию, минимум которой определяет наиболее устойчивое состояние. Варьировать F следует по возмущениям, качественно напоминающим нелинейные тиринг-моды, которые одновременно уплотняют распределения $P(r)$, $J(r)$ и $q(r)$ – запаса устойчивости вблизи рациональных точек q при сохранении магнитной конфигурации вдали от "магнитных островов". В соответствии с этим полагаем в (1)

$$B_\theta = d\psi/dr, \quad P = P(\mu), \quad J = J(\mu), \quad \mu \equiv q^{-1} = \frac{R}{B} \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr}.$$

Варьирование (1) дает:

$$\frac{d}{dr} \left[r^2 \frac{B^2}{R^2} \mu + \frac{1}{\gamma - 1} \frac{dP}{d\mu} + \lambda \frac{dJ}{d\mu} \right] = 0. \quad (2)$$

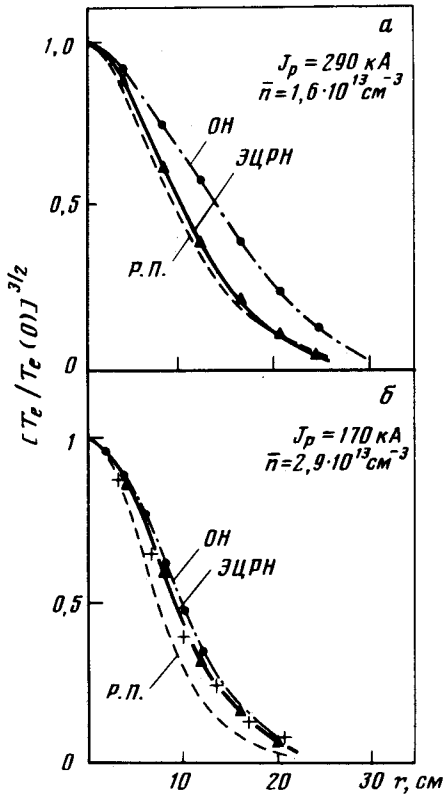
Вместе с соотношением $J/J_0 = (1/2r) d/dr (r^2 \mu)$ уравнение (2) приводит к решениям простейшего вида:

$$P = P_0 \mu^2, \quad J = J_0 \mu^2, \quad \mu = \left(1 + \frac{r^2}{a_*^2} \right)^{-1}, \quad (3)$$

где мы выбрали константу интегрирования таким образом, что $\mu(0) = 1$. Величина

$$a_*^2 = R^2 J_p / I_0 = R J_p / 5B, \quad (4)$$

где I_0 – полное количество ампер-витков тороидального магнитного поля.



Профили электронной температуры $[T_e(r)/T_e(0)]^{3/2}$ в омическом режиме (ОН) и при ЭЦРН. Режимы: А $J_p = 290$ кА, $\bar{n} = 1,6 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$, Б $J_p = 170$ кА, $\bar{n} = 2,9 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$. Р.П. – расчетный профиль в предположении $k_e^{\text{ОН}} = k_e^{\text{ЭЦРН}}$, k_e – коэффициент электронной теплопроводности, + – оптимальный профиль (3) $J/J_0 = (1 + r^2/a_*^2)^{-2}$

В токамаке $J \sim T^{3/2}$, соответственно оптимальный профиль для J из (3) может быть наложен на рисунке. Как мы видим, он очень хорошо согласуется с "предельным" профилем на T-10.

В минимуме свободная энергия F после подстановки λ равна

$$F = \frac{B^2}{2R^2} \int [r^2 + a_*^2] \mu^2 r dr. \quad (5)$$

Она не зависит от тепловой энергии плазмы, т. е. от β_p . Однако при отклонении от оптимума F возрастает и тем более круто, чем больше β_p . При отклонении от оптимума естественно ожидать ухудшения термоизоляции плазмы. Этот вывод хорошо коррелирует с результатами экспериментов на Т-10. А именно, по мере увеличения отношения \bar{n}/J_p (пропорционального $\beta_p \sim n T a_*^2 / J_p^2$), с одной стороны усиливается тенденция к сохранению оптимального профиля, а с другой — облегчаются условия деградации удержания при отклонении профиля от оптимального (в частности, приближением лимитера к плазме). Заметим, что и на других токамаках отклонение скейлинга от имеющего место в омическом режиме возрастает по мере увеличения β_p .

Литература

1. Coppi B. Comments Plasma Phys. Contr. Fusion., 1980, 5, 261.
2. Bickerton R.J. Invited paper on 12-th European Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics, Budapest, 1985.
3. Furth H.P. Invited paper on 12-th European Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics, Budapest, 1985.
4. T-10 Group. 12-th European Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics, 1, 42, Budapest, 1985.
5. Taylor J.B. Phys. Rev. Lett., 1974, 33, 1139.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
17 мая 1986 г.