*Письма в ЖЭТФ, том 43, вып. 12, стр. 601 – 604* *25 июня 1986 г.*

# ОРБИТАЛЬНЫЙ МОМЕНТ И СИЛА ТРЕНИЯ МЕЖДУ ВИХРЯМИ И НОРМАЛЬНОЙ КОМПОНЕНТОЙ В $^3$He-$A$

*Э.Б.Сонин*

Дается вывод величины силы трения из гидродинамики, указывающий на то, что орбитальный момент, определяющий инерцию орбитального движения, существенно влияет на критическое поведение силы трения в $A$-фазе. В связи с этим обсуждается величина этого момента, следующая из существующих микроскопических теорий.

Эксперименты по измерению $B$ (диссипативного параметра Холла – Вайнена для продольной силы трения, вызванной вихрями) показали, что в $A$-фазе $^3$He зависимость $B$ от температуры вблизи $T_c$ отличается от закона $B \propto (1 - T/T_c)^{-1/2}$, следующего из теории Копнина [1]. Холл [2] объяснил это расхождение эффектом внутреннего орбитального момента, который для достижения согласия с экспериментом должен быть порядка $\rho_s \hbar/M$, где $M$ – масса куперовской пары. Однако, гидродинамическая теория Холла использовала ряд допущений, обоснованность которых сомнительна (см. обсуждение в [3]). В настоящей статье излагается вывод силы трения из гидродинамики, не использующий сделанных Холлом [2] допущений. Хотя идея Холла о значительном влиянии орбитального момента на силу трения вблизи $T_c$ в целом подтверждается, но сам момент при этом оказался отличным по происхождению от того, который возникал в теории Холла. Дело в том, что внутренний орбитальный момент, как теперь установлено [4, 5], не является хорошо определенной величиной и принимает разные значения в зависимости от способа его определения в теории и на эксперименте. Согласно нашей теории сила трения зависит от динамического орбитального момента $L$, являющегося коэффициентом в уравнении движения для орбитального вектора $\mathbf{l}$ (см. ниже уравнение (1)) и определяющего орбитальную инерцию. Этим моментом Холл [2], как и Копнин [1], пренебрегали, поскольку начиная с работ [6, 7], утвердилось мнение, что микроскопическая теория $A$-фазы дает исчезающе малые значения динамического орбитального момента $L$, пропорциональные малому параметру $(T_c/\epsilon_F)^2$. С другой стороны, результат настоящей работы состоит в том, что только динамический момент $L$, и никакой другой, должен быть достаточно велик (порядка $\rho_s \hbar/M$) для того, чтобы объяснить выявленное Холлом отличие экспериментально измеренного значения $B$ от вычисленного в теории Копнина.

Излагаемый ниже вывод параметров силы трения $B$ и $B'$ для несингулярного вихря в $A$-фазе отличается от вывода Копнина [1] в следующем: 1) вывод производится из гидродинамической теории, а не из кинетического уравнения, полученного Копниным лишь для окрестности $T_c$. Поэтому область применимости вывода не ограничена областью Гинзбурга – Ландау. 2) Оставлен член орбитальной инерции в уравнении орбитального движения для $\mathbf{l}$. Исходными являются следующие уравнения движения для несжимаемой жидкости:

$$L\left[\mathbf{l}, \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} + (\mathbf{v}_n \vec{\nabla})\mathbf{l}\right] - \mu\left(\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} + (\mathbf{v}_n \vec{\nabla})\mathbf{l}\right) = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{l}} - \nabla_j \frac{\partial H}{\partial \nabla_j \mathbf{l}} + \frac{\partial H}{\partial \nabla_j \Phi}\,[\nabla_j \mathbf{l}, \mathbf{l}]\,, \qquad (1)$$

$$0 = -\nabla_j \frac{\partial H}{\partial \nabla_j \Phi}\,. \qquad (2)$$

Здесь $H$ – энергия, $\Phi$ – фаза конденсата, $\mu$ – кроссовская вязкость. Пусть вихрь двигается со скоростью $\mathbf{v}_L$, которая предполагается малой. Тогда члены в левой части (1) можно учесть по теории возмущения, причем $(\partial \mathbf{l}/\partial t) + (\mathbf{v}_n \vec{\nabla})\mathbf{l} \approx ((\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_L)\cdot\vec{\nabla})\mathbf{l}_0$, где $\mathbf{l}_0$ соответствует равновесной текстуре для неподвижного относительно нормальной жидкости вихря. Правые части (1) и (2) можно разложить по $\mathbf{l}' = \mathbf{l} - \mathbf{l}_0$ и $\Phi' = \Phi - \Phi_0$, в результате уравнения (1) и (2) оказываются неоднородными линейными дифференциальными уравнениями относительно $\mathbf{l}'$ и $\Phi'$. Для получения условия их разрешимости необходимо умножить уравнения (1) и (2) на $(\mathbf{t}\vec{\nabla})\mathbf{l}_0$ и $(\mathbf{t}\cdot\vec{\nabla})\Phi_0$ соответственно ($\mathbf{t}$ – произвольный вектор трансляции), сложить и проинтегрировать по всему пространству. При этом интегралы от правых частей (1) и (2) сводятся интегрированием по частям к интегралам по удаленной поверхности, окружающей вихрь. В результате получаем:

$$\int d\mathbf{r}(\mathbf{t}\cdot\vec{\nabla})\mathbf{l}\,\{L\,[\mathbf{l}, ((\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_L)\cdot\vec{\nabla})\mathbf{l}\,] - \mu((\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_L)\vec{\nabla})\mathbf{l}\} = -\frac{\hbar}{M}\int dS n_i\,\{\lambda_i'(\mathbf{t}\cdot\vec{\nabla})\Phi - \Phi'(\mathbf{t}\cdot\vec{\nabla})\lambda_i\}. \qquad (3)$$

Здесь $n_i$ – компоненты единичного вектора нормали к удаленной поверхности, $\vec{\lambda} = \partial H/\partial\vec{\nabla}\Phi$ – сверхтекучий ток в системе координат, двигающейся с нормальной скоростью $\mathbf{v}_n$ и индекс 0 у величин, соответствующих основному состоянию неподвижного вихря, опущен. Следуя Копнину [1], полагаем, что вихрь является осесимметричным и вдали от него орбитальный вектор $\mathbf{l}$ параллелен оси вихря. Условие (3) должно удовлетворяться для любого вектора трансляции, и выполняя интегрирование по поверхности в (3), получаем следующее условие отсутствия секулярных членов, связывающее скорости $\mathbf{v}_L$, $\mathbf{v}_n$ и $\mathbf{v}_s = \frac{\hbar}{M}\vec{\nabla}\Phi$:

$$\mathbf{v}_L = \mathbf{v}_s + \frac{\rho_n}{2\rho} B[\mathbf{z}, \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s] + \frac{\rho_n}{2\rho} B'(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s), \qquad (4)$$

где

$$B = \frac{B_k}{1 + G^2}\,, \qquad B' = \frac{2\rho}{\rho_n} - B_K\,\frac{G}{1 + G^2}\,,$$

$$B_K = \frac{2\rho\rho_s}{\rho_n}\,\frac{\kappa}{\gamma\mu} \sim \frac{7}{\gamma}\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-1/2}, \quad G = \frac{\rho_n}{2\rho\rho_s}\,\frac{ML}{\hbar} B_K \;, \tag{5}$$

$\kappa$ — циркуляция, направление которой определяется единичным вектором $\mathbf{z}$. Число $\gamma$ зависит от структуры вихря и для осесимметричного вихря определяется следующим интегралом:

$$\gamma = \pi \int_0^\infty r dr \left( \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial r}\,\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial r} + \frac{l_\perp^2}{r^2} \right), \tag{6}$$

где $l_\perp$ — компонента $\mathbf{l}$ в плоскости, нормальной к оси вихря. Согласно Холлу [2] $\gamma = \pi^3/2$ или $\pi^2/3$ для различных моделей двуквантового несингулярного вихря Андерсена – Тулуза. Величина $B_K$ равна значению $B$, полученному Копниным [1]. Эффект орбитальной инерции определяется параметром $G$, который пропорционален $(1 - T/T_c)^{-1/2}$, если $L$ пропорционален $\rho_s$. Этот эффект определяет температурное поведение $B \sim (1 - T/T_c)^{1/2}$ при $T \to T_c$. Но если $L \ll \rho_s \hbar/M$, как предсказывает микроскопическая теория [6, 7], то орбитальная инерция ничтожна для значений $T_c - T$, достигнутых экспериментально.

Отличие результатов настоящей работы от результатов Холла [2] сводится к тому, какой момент $L$ надо подставить в выражения для $B$ и $B'$. Результат Холла воспроизводится подстановкой $L = (\lambda + \rho_s - \rho_L)\hbar/M$, где эффективная плотность $\rho_L$ связана с некоторым орбитальным моментом, введенным Холлом и Хуком [5] в уравнения гидродинамики, а эффективная плотность $\lambda$ определяет у Холла орбитальную инерцию. Поэтому наш результат в обозначениях Холла переписывается путем подстановки $L = \lambda\hbar/M$. Но как уже отмечалось выше, Холл пренебрегал орбитальной инерцией, полагая в своих оценках $\lambda = 0$. Проделанный выше гидродинамический вывод выражений для $B$ и $B'$ является более строгим, чем у Холла, поскольку не использовались сделанные Холлом допущения о характере силы взаимного трения. Различие же в результатах дает ответ, в какой мере эти допущения соответствуют природе взаимного трения в $A$-фазе.

Итак, выявленное Холлом расхождение эксперимента с теорией силы трения, не учитывающей орбитальный момент, указывает на то, что динамический орбитальный момент $L$ возможно не так мал, как предсказывает микроскопическая теория [6, 7]. Конечно, этот важный вывод нуждается в дальнейшей экспериментальной проверке как можно ближе к $T_c$, тем более, что прежние эксперименты по орбитальной динамике [8] не обнаружили эффекта орбитальной инерции. Но и микроскопическая теория [6, 7] на наш взгляд имеет уязвимые места, связанные с определением вклада "буджумов", т. е. точек на поверхности Ферми, где щель в спектре квазичастиц обращается в нуль. Мы не можем здесь останавливаться на обсуждении этих трудностей, которые указывают на то, что вопрос о величине $L$ в микроскопической теории не является закрытым. Недавно появились работы [9, 10], направленные на точное решение квантовой задачи в окрестности буджумов. Однако, на этом пути еще не достигнуто полное решение проблемы.

Отметим, в заключение, что величина $L$ может также определяться экспериментально при наблюдении кельвиновских волн во вращающейся $A$-фазе [11], поскольку они являются орбитальными волнами периодической $\mathbf{l}$-текстуры вращающейся жидкости.

Автор признателен А.Ф.Андрееву, Г.Е.Воловику и В.П.Минееву за полезные дискуссии и замечания.

### Литература

1. *Копнин Н.Б.* ЖЭТФ, 1978, **74**, 1538.
2. *Hall H.E.* Phys. Rev. Lett., 1985, **54**, 205.
3. *Liu M.* Phys. Rev. Lett., 1985, **55**, 441; *Hall H.E.* ibid, 442,
4. *Воловик Г.Е., Минеев В.П.* ЖЭТФ, 1981, **81**, 989.
5. *Hall H.E., Hook J.R.* In: Progress in Low Temperature Physics, ed. D.F.Brewer (North Holland, Amsterdam), v. 9, 1985.

6. *Воловик Г.Е.* Письма в ЖЭТФ, 1975, **22**, 234.
7. *Cross M.C.* J. Low Temp. Phys., 1977, **26**, 165.
8. *Paulson D.N., Krusius M., Wheatley J.* Phys. Rev. Lett., 1976, **36**, 1322.
9. *Combescot R., Dombre T.* Phys. Rev., 1986, **33**, 79.
10. *Воловик Г.Е.* Письма в ЖЭТФ, 1985, **42**, 294.
11. *Сонин Э.Б., Фомин Н.В.* Письма в ЖЭТФ, 1985, **42**, 185.

Поступила в редакцию
27 февраля 1986 г.
После переработки
11 мая 1986 г.

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе
Академии наук ССР