Письма в ЖЭТФ, том 44, вып. 1, стр. 42 – 45 *10 июля 1986 г.*

ОГРАНИЧЕНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА КАК ПРИЧИНА ТУРБУЛИЗАЦИИ ПЛАЗМЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ

В.Ю.Быченков, В.П.Силин

Показано, что ограничение переноса тепла является причиной гидродинамической неустойчивости плазменных течений, а ее стабилизация обусловлена турбулентной вязкостью.

Известно, что при достаточно больших потоках греющего излучения в лазерной плазме возникает ограничение теплопереноса. В гидродинамических расчетах, учитывающих такое ограничение, используются представления о ламинарных плазменных течениях. Ниже показано, что легко реализуются условия, когда в лазерной плазме возникает обусловленная аномальным теплопереносом гидродинамическая неустойчивость, приводящая к турбулизации. Это указывает на ограниченность традиционного ламинарного описания течений лазерной плазмы.

Ограничение теплопереноса будем описывать стандартным образом с помощью коэффициента ограничения f, приняв для электронного теплового потока $\mathbf{q}$

$$\mathbf{q} = - f n_e \kappa T_e v_{Te} \vec{\nabla} T_e | \vec{\nabla} T_e |^{-1} , \tag{1}$$

где n_e, T_e, v_{Te} – плотность, температура, тепловая скорость электронов, κ – постоянная Больцмана. Уравнения, описывающие течение плазмы в пренебрежении обычной вязкостью, имеют вид

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \mathrm{div} n_e \mathbf{u} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\vec{\nabla})\mathbf{u} = - \frac{z}{n_e m_i} \vec{\nabla} n_e \kappa T_e ,$$
$$n_e \left(\frac{\partial T_e}{\partial t} + \mathbf{u}\vec{\nabla} T_e + \frac{2}{3} T_e \,\mathrm{div}\, \mathbf{u} \right) + \frac{2}{3} f \,\mathrm{div} \left(n_e T_e v_{Te} \vec{\nabla} T_e | \vec{\nabla} T_e |^{-1} \right) = 0, \tag{2}$$

где $\mathbf{u}$ – скорость течения, z и m_i – заряд и масса ионов. При этом характерное время τ изменения гидродинамических величин должно быть велико по сравнению со временем установления аномального теплового потока (1), а соответствующий пространственный масштаб l должен быть достаточно малым, чтобы реализовался именно аномальный, а не классический перенос. Если ограничение теплопереноса обусловлено ионно-звуковой турбулентностью [1], последнее означает: $\tau \gg \omega_{Le}/\omega_{Li}^2$, $l < L_{пор} \simeq v_{Te}\omega_{Le}/\omega_{Li}\nu_{ei}$, где $\omega_{Le(i)}$ и $\nu_{e(i)i}$ – ленгмюровская электронная (ионная) частота и частота электрон (ион)-ионных столкновений. Предполагая, что существуют решения уравнений (2), описывающие невозмущенное течение плазмы, характеризуемое масштабами l и τ, изучим вопрос об устойчивости такого течения по отношению к мелкомасштабным $kl \gg 1$ и быстроменяющимся $\omega\tau \gg 1$ возмущениям. Подчеркнем, что мы рассматриваем бестоковые течения плазмы, что отличает наш подход от могущего иметь место в рамках представлений о джоулевом нагреве в условиях аномального сопротивления.

Для возмущений $\delta n, \delta T, \delta \mathbf{u} \propto \exp(-i\omega' t + i\mathbf{kr})$ из линеаризованных уравнений (2) получаем $\delta\mathbf{u} = (\mathbf{k}\omega'/k^2)(\delta n/n_e)$, $\delta T = (T_e/\omega_s^2)(\omega'^2 - \omega_s^2)(\delta n/n_e)$, где $\omega' = \omega - \mathbf{ku}$, $\omega_s = kv_s$, $v_s = \sqrt{zT_e/m_i}$, и следующее дисперсионное уравнение $(\omega'^2 - \omega_s^2)(\omega' + F\omega_s\cos\theta + \frac{2}{3} iFkL\omega_s \sin^2\theta) = \frac{2}{3}\omega_s^2(\omega' - F\omega_s\cos\theta)$. Здесь обозначено $\theta = \sphericalangle\, \mathbf{k}, \vec{\nabla} T_e$, $F = (\omega_{Le}f/\omega_{Li})$, $L = |\vec{\nabla}\ln T_e|^{-1}$, причем $kL \gg 1$. Для двух корней дисперсионного уравнения $\omega_\pm = \mathrm{Re}\,\omega_\pm + i\gamma_\pm$, отвечающих неустойчивости, имеем

$$\gamma_\pm \simeq \frac{\pm 2FkL\sin^2\theta\,(F\cos\theta \mp 1)\omega_s}{9(F\cos\theta \pm 1)^2 + 4(kLF\sin^2\theta)^2} \,. \tag{3}$$

Согласно (3), неустойчивость возможна только при $F > 1$, когда q превосходит $n_e\kappa T_e v_s$. Эта неустойчивость обусловлена достаточно большим потоком тепла и, в определенной мере, подобна гидродинамической токовой неустойчивости слабоионизованной плазмы, обсуждавшейся в работе [2], если в ней под величиной дрейфовой скорости электронов понимать $q/n_e\kappa T_e$. Неустойчивость возникает благодаря зависимости теплового потока от плотности ($q \propto n_e$), причем в случае классического переноса зависимость $q \propto n_e$ имеется и в слабоионизованной плазме.

При $\sin^2\theta = \frac{3}{2}(F+1)(FkL)^{-1} \ll 1$ величины (3) достигают максимального значения $\gamma_m(k)$, равного $\gamma_m = \alpha\omega_s$, $\alpha = (F-1)/6(F+1)$, где α меняется от 0 ($F = 1$) до 1/6 ($F \gg 1$). Далее учтем, что выражению (1) отвечает эффективная частота столкновений $\nu_{eff} \sim v_{Te}^2/FLv_s$, а условие применимости гидродинамического рассмотрения $kv_{Te} < \nu_{eff}$ дает ограничение на волновое число $k < k_{max} \equiv \omega_{Le}/F\omega_{Li}L$. Отсюда имеем следующую оценку на максимальный инкремент $\sim \alpha v_{Te}/FL$, достигаемый при $k \sim k_{max}$.

Развитие неустойчивости сопровождается возмущениями средней плотности плазмы, температуры и скорости. При этом происходит мелкомасштабная конвекция, приводящая к перемешиванию, а турбулентное течение плазмы описывается следующими уравнениями

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathrm{div}\,\rho\mathbf{V} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t}\rho V_p + \frac{\partial}{\partial r_j}\rho V_p V_j + \frac{\partial}{\partial r_j}(n_e\kappa T_e\delta_{pj} + \sigma_{pj} - \rho U_p U_j) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[n_e\kappa T_e\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\left|\frac{\delta n}{n_e}\right|^2\right) + \rho\frac{V^2 - U^2}{2}\right] + \frac{\partial}{\partial r_j}V_j\left[n_e\kappa T_e\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\left|\frac{\delta n}{n_e}\right|^2\right) + \rho\frac{V^2 - U^2}{2}\right] +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial r_j}V_p\left(n_e\kappa T_e\delta_{pj} + \sigma_{pj} - \rho U_p U_j\right) + \frac{\partial}{\partial r_j}\left[q_j + U_p(\rho U_p U_j - \sigma_{pj})\right] = 0, \tag{4}$$

которые получаются из (2) после усреднения по малым временным и пространственным масштабам пульсаций. В уравнениях (4) обозначено $\rho = n_i m_i$, $\mathbf{V} = \mathbf{u} + \mathbf{U}$,

$$\left|\frac{\delta n}{n_e}\right|^2 = \frac{1}{n_e}\int d\mathbf{k}\,|\delta n(\mathbf{k})|^2, \quad U_j = \frac{1}{n_e}\int d\mathbf{k}\frac{d\omega_s}{dk_j}\left|\delta n(\mathbf{k})\right|^2, \quad \sigma_{pj} = \kappa T_e\int d\mathbf{k}\frac{k_i k_j}{k^2}\left|\delta n(\mathbf{k})\right|^2.$$

Очевидно, что уравнения (4) пригодны для турбулентных течений при различных законах теплопроводности, а не только для случая (1). Соответствующие возможности возникновения турбулентности для различных законов теплопереноса иллюстрируются таблицей. Согласно (4) $n_e\kappa T_e\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\left|\frac{\delta n}{n_e}\right|^2\right) + \rho\frac{V^2 - U^2}{2}$ имеет смысл внутренней энергии, а турбулентное течение плазмы характеризуется тензором напряжений $n_e\kappa T_e\delta_{ij} + \sigma_{ij} - \rho U_i U_j$ и потоком тепла $q_j + U_p(\rho U_p U_j - \sigma_{pj})$, которые могут приводить к дополнительной анизотропии переноса, обусловленной возникающими пульсациями.

Теплоперенос		Критерий неустойчивости
Слабоионизованная плазма. Столкновения электронов с нейтралами.	$\mathbf{q} = -K\frac{n_e T_e}{\nu_{en}}\vec{\nabla} T_e$	$q \geqslant n_e\kappa T_e v_s$
Полностью ионизованная плазма. Столкновения электронов с ионами.	$\mathbf{q} = -K\frac{n_e T_e}{\nu_{ei}}\vec{\nabla} T_e$	$\frac{q}{2\Lambda} \geqslant n_e\kappa T_e v_s$ [1]
Лазерная плазма. Ограничение тепло- переноса	$\mathbf{q} = -f n_e\kappa T_e v_{Te}\vec{\nabla} T_e\|\vec{\nabla} T_e\|^{-1}$	$f \geqslant \frac{v_s}{v_{Te}}$
Экстремальные температуры. Лучистая тепло- проводность	$\mathbf{q} = -KT_e^{\nu} n_e^{\mu}\vec{\nabla} T_e$	$\|\mu\| q \geqslant n_e\kappa T_e v_s$
Общий случай	$\mathbf{q} = \Phi(n_e, T_e, \vec{\nabla} T_e)\vec{\nabla} T_e$	$\left\|\frac{\partial\ln\Phi}{\partial\ln n_e}\right\| q \geqslant n_e\kappa T_e v_s$

[1] Λ – кулоновский логарифм.

Переходя к обсуждению механизмов подавления неустойчивости, прежде всего отметим, что раскачки колебаний не будет, если ее инкремент окажется меньше декремента затухания γ_s, обусловленного обычной вязкостью ($\gamma_s \simeq \nu_{ii} z T_e/T_i$ при $\nu_{ii} < \omega_s$, $\gamma_s \simeq k^2 v_{Ti}^2/\nu_{ii}$ при $\nu_{ii} > \omega_s$), которой выше пренебрежено, но которая может оказывать стабилизирующее действие. Так при $\alpha < T_i/zT_e$, когда в области длин волн $(\alpha\nu_{ii}/v_s)(zT_e/T_i) < k < (\nu_{ii}/\alpha v_s) \times (T_i/zT_e)$, где $\gamma_m < \gamma_s$, раскачки не возникает. Учитывая, что $L^{-1} < k < k_{max}$, получаем условие устойчивости основного состояния $(v_s/\alpha\nu_{ii})(T_i/zT_e) > L > (\omega_{Le}/F\omega_{Li})(\alpha v_s/\nu_{ii}) \times (zT_e/T_i)$, которое может быть реализовано при $\alpha(zT_e/T_i) < \sqrt{\omega_{Li}F/\omega_{Le}}$ и при нарушении которого обычная вязкость не обеспечивает стабилизации неустойчивости. Вместе с тем, возбуждение пульсаций, как следует из (4), приводит к турбулентной вязкости, стабилизирующей неустойчивость. Из сравнения инкремента раскачки с декрементом затухания, обусловленным турбулентной вязкостью, следует, что стабилизация возникает при $|\delta n/n_e|^2 \sim 1$, т. е. при таком уровне флуктуаций, когда становится существенным перемешивание.

При этом $U \sim v_s$, $\sigma \sim n_e \kappa T_e$ и, согласно (4), энергия пульсаций сравнима с тепловой энергией плазмы, давление, ими обусловленное, сравнимо с обычным газодинамическим, причем становится анизотропным, наконец, при $F \sim 1$ аномальный поток тепла, связанный с пульсациями, сравним с (1). Из всего этого следует, что развитие конвенции может оказывать влияние на характер плазменных течений, обусловливая их отличие от течений ламинарных.

Таким образом, ограничение теплового переноса представляет собой новую причину турбулизации газодинамики лазерной плазмы.

Литература

1. *Быченков В.Ю., Силин В.П.* ЖЭТФ, 1982, **82**, 1886.

2. *Милич Б., Рухадзе А.А.* ЖТФ, 1968, **38**, 229.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
20 мая 1986 г.