Письма в ЖЭТФ, том 45, вып. 4, стр. 165 – 168 *25 февраля 1987 г.*

ЭКЗОТИЧЕСКИЕ СКИРМИОНЫ

В.Б.Копелиович, Б.Е.Штерн

В $SU(2)$-модели Скирма обнаружены классически устойчивые состояния с барионным числом, совпадающим с индексом отображения $n > 1$. Распределения по массе этих состояний имеют характерную форму диффузного тора, моменты инерции велики по сравнению с моментом инерции состояния с $B = 1$.

Модель Скирма барионов как солитонов кирального поля [1] положила начало подходу к описанию свойств барионов и их взаимодействий, в котором существенную роль играют топологические свойства конфигураций поля [2–4]. Было установлено, что для барионного числа $B = 1$ абсолютный минимум энергии достигается на конфигурации типа "ежа", для которой $SU(2)$-матрица U, являющаяся динамической переменной модели, параметризуется одной функцией одной переменной $F(R)$, R – рассеяние до центра солитона [5]. Для $B > 1$ энергия конфигураций такого типа весьма велика – растет с ростом B как $B(B + 0{,}87)$ [6].

Как отмечалось ранее [7, 9], возможны конфигурации иного типа, в частности, такие, в которых киральное поле при изменении азимутального угла φ вращается в целое число раз быстрее относительно оси симметрии, z, чем радиус-вектор $\mathbf{R}$. Этому соответствует параметризация $U = \cos F + i \sin F \vec{\tau}\vec{\pi}$, $\pi_z = \cos\alpha$, $\pi_x = \sin\alpha\cos n\varphi$, $\pi_y = \sin\alpha\sin n\varphi$, где n – целое число (индекс отображения), F и α – профильная и угловая функции переменных z, r, $z^2 + r^2 = R^2$. Частный случай быстро вращающегося скирмиона был рассмотрен в [7], $n = 2$, где было положено $\alpha = \mathrm{arctg}(r/z)$, как в сферически симметричном случае. Масса солитона с $B = 2$ составила для такого анзатца 2,14 от массы солитона с $B = 1$, M_1.

Как показывают наши расчеты, в более общем случае, когда конфигурации описываются двумя функциями $F(z, r)$ и $\alpha(z, r)$, масса солитонов с небольшими n меньше, чем nM_1, т. е. такие объекты классически устойчивы. Аналогичное свойство имеет место и в других моделях, например, при стабилизации солитона членом шестой степени по произвольным кирального поля (квадратом плотности барионного числа).

В модели Скирма масса статических конфигураций при указанном выборе U составляет:

$$M = \pi \int r dr dz \left\{ \frac{F_\pi^2}{4} \left[(F, F) + s_F^2 \left((\alpha, \alpha) + \frac{n^2}{r^2} s_\alpha^2 \right) \right] + \frac{s_F^2}{e^2} \left[[F, \alpha]^2 + \frac{n^2 s_\alpha^2}{r^2} \left((F, F) + s_F^2 (\alpha, \alpha) \right) \right] + \right.$$
$$\left. + \frac{m_\pi^2 F_\pi^2}{2} (1 - c_F) \right\}, \tag{1}$$

$$(F, F) = F'^2 + \dot{F}^2, \ [F, \alpha] = F'\dot{\alpha} - \dot{F}\alpha', \ F' = \partial F/\partial z, \ \dot{F} = \partial F/\partial r \text{ и т. д.}$$

$$s_F = \sin F, \quad c_F = \cos F, \quad s_\alpha = \sin\alpha .$$

При $n = 1$ (1) переходит в выражение, которое использовалось нами [4] для изучения взаимодействия скирмионов в аксиально-симметричной конфигурации. Барионное число системы в указанных обозначениях

$$B = \frac{n}{\pi} \int s_F^2 s_\alpha [\alpha, F]\, dr dz. \qquad (2)$$

Для конфигураций, которые мы здесь рассматриваем, оно вычисляется и составляет $B = (n/\pi) F(0)$. Конфигурации, в которых $F(0) = \pi$, $F(\infty) = 0$ и $U = -1$ лишь в одной точке, R = 0, имеют барионное число $B = n$. Минимизация энергии с помощью метода, использовавшегося в работах [8, 4], приводит к массам солитонов с $B = 2, 3, 4$ и 5 равным 1660, 2530, 3452 и 4420 МэВ соответственно, $M_n - nM_1 = -70, -65, -8, 95$ МэВ ($F_\pi = 108$ МэВ, $e = 4{,}84$, масса солитона с $B = 1$ $M_1 = 865$ МэВ [3]). Поскольку члены в выражении для плотности массы (1), пропорциональные n^2, содержат множителем $1/r^2$, энергетически выгодны конфигурации с бо́льшими r, чем в сферически симметричном случае, $n = 1$, и как результат, распределение по массе имеет форму диффузного тора, который утолщается и увеличивается в размере с ростом $n = B$ (рис. 1). Распределение полей в плоскости (z, r) представлено на рис. 2, на рис. 3 показано поведение функции профиля F на осях z и r.

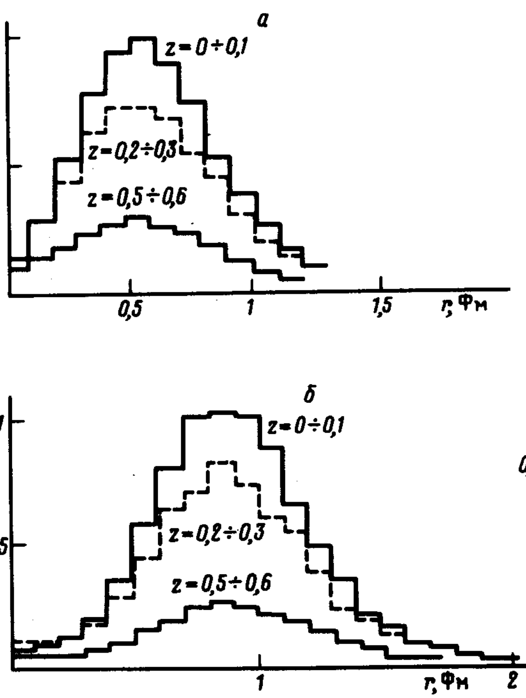

Рис. 1

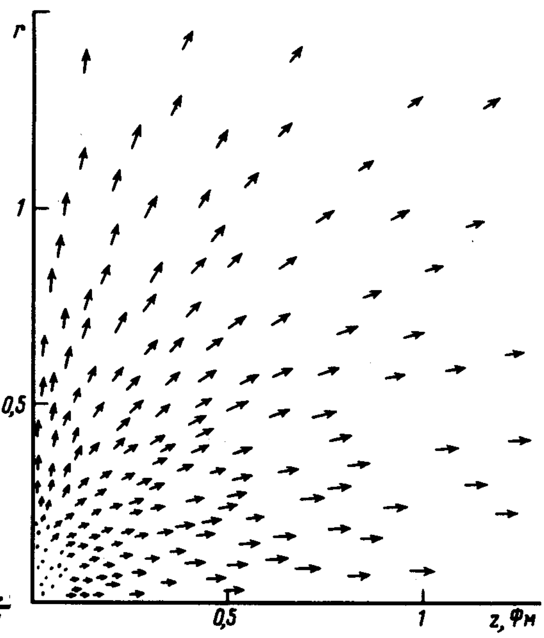

Рис. 2

Рис. 1. Плотность распределения массы в зависимости от расстояния до оси симметрии для интервалов $z = 0 - 0{,}1$; $0{,}2 - 0{,}3$ и $0{,}5 - 0{,}6$ Фм: *а* – $n = 2$, *б* – $n = 3$ (относительные единицы)

Рис. 2. Картина кирального поля в плоскости (z, r) для $n = 2$. Длина стрелок пропорциональна $\sin F$

Для того, чтобы вычислить энергию системы в зависимости от ее квантовых чисел (спина–изоспина), необходимо произвести квантование вращения, отказавшись от предположения о сферической симметрии, которое использовалось в [3]. Изоспиновое вращение с помощью матриц $A(t)$ и вращение системы координат $R_i' = O_{ik} R_k$, $O_{ik} = \frac{1}{2} \mathrm{Tr} A'^{+} \tau_i A' \tau_k$ в нашем случае неэквивалентны друг другу. Энергия вращения как функция угловых скоростей имеет вид:

$$E_{\text{rot}} = \lambda_z(\omega_z + n\Omega_z)^2 + \lambda_r(\omega_x^2 + \omega_y^2) + \Lambda_r(\Omega_x^2 + \Omega_y^2) \tag{3}$$
$$A^+\dot{A} = i\vec{\tau}\vec{\omega}; \quad A'^+\dot{A}' = i\vec{\tau}\vec{\Omega}, \quad \dot{A} = \partial A/\partial t,$$

где моменты инерции равны[1]

$$\lambda_z = \frac{1}{2}\int s_F^2 s_\alpha^2 \left\{ F_\pi^2 + \frac{4}{e^2}\left[(F,F) + s_F^2(\alpha,\alpha)\right]\right\} d^3r, \tag{4а}$$

$$\lambda_r = \frac{1}{4}\int s_F^2 \left\{ F_\pi^2(1 + c_\alpha^2) + \frac{4}{e^2}\left[(F,F)(1 + c_\alpha^2) + (\alpha,\alpha)s_F^2 c_\alpha^2 + \frac{n^2}{r^2} s_F^2 s_\alpha^2\right]\right\} d^3r, \tag{4б}$$

$$\Lambda_r = \frac{1}{4}\int \Bigg\{ F_\pi^2\left[s_F^2(z\dot{\alpha} - r\alpha')^2 + (z\dot{F} - rF')^2 + \frac{n^2z^2}{r^2} s_F^2 s_\alpha^2\right] +$$
$$+ \frac{4s_F^2}{e^2}\left[(F,F)(z\dot{\alpha} - r\alpha')^2 + \frac{n^2 s_\alpha^2}{r^2}\left[z^2((F,F) + s_F^2(\alpha,\alpha)) + s_F^2(z\dot{\alpha} - r\alpha')^2 +\right.\right.$$
$$\left.\left. + (z\dot{F} - rF')^2\right] + (z\dot{F} - rF')[(\alpha,\alpha)(z\dot{F} - rF') - 2(z\dot{\alpha} - r\alpha')(\dot{F}\dot{\alpha} + F'\alpha')]\right]\Bigg\} d^3r \tag{4в}$$

$n \neq 1$. При $n = 1$ в энергии (3) имеются также члены, пропорциональные $\omega_x\Omega_x + \omega_y\Omega_y$. Подробный вывод этих соотношений будет дан в отдельной работе. Численно при указанных значениях параметров $\lambda_z = 0{,}015$ и $0{,}018$ МэВ$^{-1}$ $\lambda_r = 0{,}021$ и $0{,}034$, $\Lambda_r = 0{,}033$ и $0{,}077$ МэВ$^{-1}$ для $B = 2$ и 3 соответственно. Вращательная энергия (3) может быть выражена через полный момент J и изоспин J_1 системы следующим образом ($n = 2$)

$$E_{\text{rot}}^{n=2} \simeq [17J_z^2 + 48(\mathrm{J}_1^2 - J_{1z}^2) + 30(\mathrm{J}_2^2 - J_{2z}^2)] \text{ (МэВ)}, \tag{5}$$

$$J_{1z} = n\lambda_z\omega_z, \quad J_{2z} = n^2\lambda_z\Omega_z,$$

где $J_2 = J - J_1$. Для небольших значений J, J_1 ротационная энергия меньше 220 МэВ – значения, при превышении которого состояния с $B = 2$ становится нестабильным. Аналогичный результат имеет место и для $n = 3, 4$. Таким образом, учет квантовых поправок на вращение не меняет вывода о стабильности обнаруженных состояний.

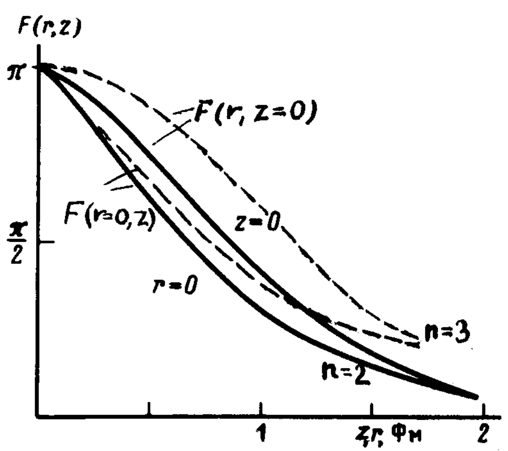

Рис. 3. Изменение функции профиля $F(z, r)$ вдоль оси z ($r = 0$) и вдоль оси r ($z = 0$), $n = 2$ и 3

[1] Выражения для λ_z и λ_ω содержатся в докладе [9].

Классически стабильные состояния возникают и в случае, если солитон стабилизирован не скирмовским членом, а квадратом плотности барионного числа B_0^2, либо линейной комбинацией скирмовского члена и B_0^2. При стабилизации посредством B_0^2 для $n = 2$ разность $2M_1 - M_2 \simeq$ 150 МэВ, диффузность в распределении по массе возрастает по сравнению с моделью Скирма.

Следующим шагом в изучении найденных состояний может быть переход к более реалистическим моделям, учет вибрационных, дыхательных и других квантовых поправок к энергии, а также выяснение возможной связи обнаруженных конфигураций с конфигурациями, соответствующими двум скирмионам, разведенным на определенное расстояние.

Авторы признательны участникам семинара по теории ядра ФИАН СССР за обсуждение результатов работы, И.С.Шапиро за полезное обсуждение топологических аспектов проблемы и указание на различие в поведении квантовомеханических систем нескольких частиц и обнаруженных состояний в модели Скирма. Авторы благодарны также С.В.Зенкину, Л.А.Кондратюку, В.М.Лобашеву и в особенности Ю.А.Симонову и И.М.Народецкому за интерес к работе и стимулирующие замечания.

Литература

1. *Skyrme T.H.R.* Proc. Roy. Soc., 1961, **A260**, 127.
2. *Witten E.* Nucl. Phys., 1983, **B223**, 422, 433.
3. *Adkins G.S., Nappi C.R., Witten E.* Nucl. Phys., 1983, **B228**, 552.
4. *Зенкин С.В., Копелиович В.Б., Штерн Б.Е.* ЯФ, 1987, **45**, 165.
5. *Рыбаков Ю.П.* Кн.: Проблемы теории гравитации и элемент. частиц, вып. 13, М.: Энергоиздат, 1982, с. 187.
6. *Богомольный Е.Б., Фатеев В.А.* ЯФ, 1983, **37**, 228.
7. *Weigel H., Schwesinger B., Holzwarth G.* Phys. Lett., 1986, **168B**, 321.
8. *Rubakov V.A., Stern B.E., Tinyakov P.G.* Phys. Lett., 1985, **160B**, 292.
9. *Зенкин С.В., Копелиович В.Б., Штерн Б.Е.* IV Симпозиум по взаимодействиям нуклонов промежуточных энергий, ЛИЯФ, апрель 1986 г.

Институт ядерных исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
30 декабря 1986 г.