Письма в ЖЭТФ, том 45, вып. 4, стр. 184 – 187 *25 февраля 1987 г.*

ВЛИЯНИЕ КВАНТОВЫХ ЭФФЕКТОВ НА ДИНАМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ТУННЕЛЬНЫХ КОНТАКТОВ

А.А.Голуб

Рассмотрены джозефсоновские туннельные контакты, которые шунтированы нормальным резистором и у которых вблизи барьера существуют области нормальной фазы. Действие, описывающее такие контакты, содержит слагаемые двух типов характеризующие вязкость: квадратичные (гауссовские) и сильно нелинейные по операторам фазы. Вычислен вклад в динамическое сопротивление контакта обязанный нелинейным (не гауссовским) членам в действии.

Начиная с работы [1] динамическое сопротивление туннельных контактов (подвижность) рассматривалось рядом авторов [2 – 4]. Недавние экспериментальные исследования возникновения сверхпроводимости в тонких гранулированных пленок олова [5] обнаружили возвратное поведение зависимости сопротивления от температуры. Существующие теории [6 – 8] связывают это явление с квантовыми свойствами слабых джозефсоновских связей (с учетом вязкости). Эти связи ответственны за переход всего образца в сверхпроводящее состояние. В работе [6] рассмотрена модель Калдейра и Легета [8] соответствующая шунтированию контакта Джозефсона резистором в нормальном состоянии. Не исключена, однако, возможность того, что в структурах типа исследованных в [5], реализуется ситуация, когда вблизи контакта, кроме шунта, существует нормальная зона.

Для таких контактов эффективное действие S, описывающее динамику перехода, наряду с членом квадратичным по операторам разности фаз (гауссовский вклад) содержит члены с бóльшей нелинейностью [9, 10]. В этой работе будет вычислено динамическое сопротивление R джозефсоновского туннельного перехода с учетом таких нелинейных слагаемых в S. Величина R определена как $\left(\frac{d\overline{V}}{dI} \Big|_{I \to 0} \right)$: (черта означает усреднение по времени).

В отличие от [6, 3] вычисления основаны на теории возмущений с использованием функционала действия, взятым по контуру Келдыша [9, 10]:

$$S = S_1 + S_H + S_ш + S_J\,; \qquad S_ш = S_ш^0 + S'_ш\,,$$

$$S_1 = \int_{-\infty}^{\infty} dt \left[\frac{C\dot{\phi}(t)\dot{\chi}(t)}{(2e)^2} + \frac{I(t)\,\chi(t)}{2e} + \xi(t)\,\dot{\phi}(t) \right], \tag{1}$$

$(\dot{x} \equiv d\chi/dt)$.

$$S_H = 4i\int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} dt'\alpha_0(t-t')\sin\frac{\chi(t)}{4}\sin\frac{\chi(t')}{4}\cos\frac{(\phi(t)-\phi(t'))}{2} -$$

$$- 2\eta_0\int_{-\infty}^{\infty} dt\,\dot{\phi}(t)\sin\frac{\chi(t)}{2}; \qquad S'_{ш} = \eta_{ш}\int_{-\infty}^{\infty} dt\,\dot{\phi}\,\chi(t); \tag{2}$$

$$S_{ш} = \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} dt'\alpha_{ш}(t-t')\chi(t)\chi(t'); \qquad S_J = -\frac{I_c}{e}\int_{-\infty}^{\infty} dt\sin\phi\sin\frac{\chi(t)}{2}, \tag{3}$$

где фурье образ $\alpha_{0,ш}(t)$ равен $\tilde{\alpha}_{0,ш} = 2\eta_{0,ш}\,\omega\,\mathrm{cth}\,\frac{\omega}{2T}$; $\eta_{0,ш} = (4e^2R_{0,ш})^{-1}$, R_0, $R_ш$ – сопротивление контакта и нормального шунта, C, I_c – емкость и критический джозефсоновский ток контакта, $I(t)$, ток через переход, $\xi(t)$ – функция источника, с помощью которого находится напряжение. ϕ, χ – являются соответственно полусуммой и разностью оператора фазы на различных ветвях временного контура Келдыша [10].

Для вычисления корреляционных функций необходимо найти производящий функционал:

$$Z(\xi I) = -\ln W; \qquad W = \int D\phi(t)D\chi(t)\exp(iS).$$

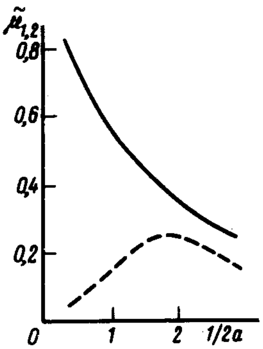
При этом динамическое сопротивление равно: (черта означает усреднение по времени)

$$R = \frac{i}{2e}\frac{d}{dI}\left(\frac{\overline{\delta Z}}{\delta\xi(t)}\right). \tag{4}$$

Из уравнений группы ренормировок, описывающих джозефсоновский контакт [1-3], следует совершенно различное поведение с температурой вкладов в R, полученных по теории возмущений для S_J и S_H. В первом случае (S_J), непосредственно интегрируя уравнения ренормгруппы, можно заметить, что разложение в ряд проводится по эффективной константе связи g:

$$g = (E_J\tau_ш)(T\tau_ш)^{\alpha_ш^{-1}-1}; \qquad (\alpha_ш = 2\pi\eta_ш; \quad \tau_ш = CR_ш, \quad E_J = I_c/2e)$$

и $g \to 0$; когда $T \to 0$, если $\alpha_ш < 1$. Во втором случае уменьшение температуры приводит к усилению роли нелинейных эффектов и единственным малым параметром теории возмущений остается величина $\gamma = \eta_0/\eta$, $(\eta = \eta_0 + \eta_ш)$. Точнее, необходимость условия $\gamma \ll 1$ возникает, если $(E_Q/T) \gg 1$, где $E_Q = e^2/2C$ – кулоновская энергия связанная с туннелированием электрона через контакт.



Зависимость $\tilde{\mu}_1 = \mu_1 | (E_J\tau_0)^2$ (штриховая линия) и $\tilde{\mu}_2 = \mu_2/\gamma$ (сплошная линия) от $(1/2a) = T\tau_0$, $(\alpha = 1/4)$

Вычисляя $Z(\xi I)$ в первом неисчезающем порядке теории возмущений по S_J, S_H, находим по формуле (4) динамическое сопротивление:

$$R(R_ш^{-1} + R_0^{-1}) = 1 - \mu_1 + \mu_2, \tag{5}$$

$$\mu_2 = \frac{\gamma}{a}\int_0^\infty \frac{dx}{x} f^2\left(\frac{\pi x}{2a}\right)\sin\left[\frac{\pi}{4\alpha}(1-e^{-x})\right]\exp\left(-\frac{h(x)}{4}\right), \tag{6}$$

$$h(x) = \frac{2}{\alpha}\int_0^\infty \frac{dz}{z}(1-\cos xz)(z^2+1)^{-1}\,\mathrm{cth}\, za, \tag{7}$$

где

$$a = (2T\tau_0)^{-1};\quad \tau_0 = C(R_0^{-1}+R_{\text{ш}}^{-1})^{-1};\quad \alpha = 2\pi\eta;\quad f(x) = x/\mathrm{sh}\,x.$$

Выражение для μ_1 совпадает после замены $\eta_{\text{ш}} \to \eta$ с результатом [3, 6] и поэтому здесь не приводится. Необходимо только подчеркнуть, что оно пропорционально,как отмечалось выше,квадрату эффективной константы связи g^2 ($\mu_1 \to 0$, если $T \to 0, (\alpha < 1)$). μ_2 является новым вкладом , связанным с неквадратичным по ϕ, χ видом S_H.

Формулы (6), (7) несколько упрощаются, если подобно [3] вместо функции $(z^2+1)^{-1}$ в интеграле (7) и аргументе sin, записанном в виде интеграла, ввести экспоненциальное образование e^{-z}. В результате получим:

$$\mu_2 = \frac{2}{\pi}\gamma\int_0^\infty \frac{dx}{x} f^2\left(\frac{\pi x}{2a}\right)\sin\left(\frac{1}{2\alpha}\,\mathrm{arctg}\,x\right)\left(1+x^2\right)^{-\frac{1}{4\alpha}}\left|\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{2a}+\frac{ix}{2a}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{2a}\right)}\right|^{1/\alpha}. \tag{8}$$

В пределе $a \gg 1$ из (8) найдем $\mu_2 \approx \gamma$, т. е. теория возмущений применима при малых температурах только при $\gamma \ll 1$. Если $a\alpha \ll 1$ можно воспользоваться асимптотическим разложением $\Gamma(\cdot)$. В итоге (8) принимает вид:

$$\mu_2 = \frac{2}{\pi}\gamma\int_0^\infty \frac{dx}{x} f^2\left(\frac{\pi x}{2a}\right)\left(\sin\frac{x}{2\alpha}\right)(1+x^2)^{1/4a\alpha_0}\, e^{-\frac{x}{2a\alpha}\,\mathrm{arc\,tg}\,x}. \tag{9}$$

В пределе $a\alpha \ll 1$ результат интегрирования (9) зависит от отношения $(a/\alpha) = (1/\pi)(E_Q/T)$; при $E_Q/T \ll 1$ получим $\mu_2 = (2\gamma/3\pi)(E_Q/T)$, в противоположном случае $E_Q/T \gg 1$, найдем $\mu_2 \approx \gamma$[1)].

В области малой вязкости $\alpha \ll 1$; $a\alpha \ll 1$, простое выражение может быть получено для произвольных значений a из точных формул (6), (7).

Используя явное выражение для фурье $\tilde{\alpha}(\omega)$ образа, получим:

$$\mu_2 = \frac{\gamma}{2\sqrt{\pi}}\left(\frac{E_Q}{T}\right)^{3/2}\int_{-\infty}^{\infty} dz\, z\,(z+1)\,\mathrm{cth}\,\frac{(z+1)E_Q}{2T}\exp\left(-\frac{E_Q}{4T}z^2\right). \tag{10}$$

Из последней формулы следуют приведенные предельные случаи. (В пределе $E_Q/T \ll 1$ в μ_2 отсутствует только множитель $2/\pi$). Кроме того, ее структура напоминает выражение для коррелятора токов в дробовом шуме [11]. Этот коррелятор пропорционален $\dfrac{\delta^2 Z}{\delta\xi_{-\omega}\,\delta\xi_\omega}$ и воспроизводит формулу работы [11] в пределе $I = 0$, $\alpha \ll 1$. С помощью производящего функционала Z можно вычислить среднее (по времени) напряжение на переходе:

$$2(e\bar{V} - \bar{\omega}) = -\,\mathrm{sign}I\int_0^\infty d\tau\left\{\frac{2\gamma}{\eta_0}\alpha_0(\tau)\sin|\bar{\omega}|\tau\sin\left[\frac{\pi}{4\alpha}\left(1-e^{-(\tau/\tau_0)}\right)\right]e^{-(1/4)h(\tau/\tau_0)} +\right.$$

$$\left. + (2\pi/\alpha)E_J^2\sin(2|\bar{\omega}|\tau)\sin\left[\frac{\pi}{\alpha}\left(1-e^{-\tau/\tau_0}\right)\right]\exp\left(-h(\tau/\tau_0)\right)\right\}, \tag{11}$$

---

1) Для $\alpha = 1/4$ на рис. представлен численный расчет величин: $(1/\gamma)\mu_2$ и $(E_J\tau_0)^{-2}\mu_1$.

где $\bar{\omega} = I/4e\eta$; $I = \mathrm{const}$ – ток. В пределе $\alpha \ll 1$; $a\alpha \ll 1$ правая часть (11) преобразуется к виду:

$$\frac{\operatorname{sign} I}{4\eta\sqrt{\pi T}}\left[E_Q^{3/2}\int_{-\infty}^{\infty} dz\, e^{-(z^2 E_Q)/4T}\left(\tilde{\alpha}\left(z+1+\frac{|\bar{\omega}|}{E_Q}\right)-\tilde{\alpha}\left(z+1-\frac{|\bar{\omega}|}{E_Q}\right)\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{\pi E_J^2}{\sqrt{E_Q}}\,\mathrm{sh}\,\frac{|\bar{\omega}|}{T}\exp\left(-\frac{E_Q}{T}-\frac{\bar{\omega}^2}{4TE_Q}\right)\right]. \qquad (11')$$

Из этого выражения в случае $\bar{\omega}/E_Q \gg 1, E_J = 0$ следует:

$$V = \frac{\bar{\omega}}{e} + \gamma\frac{e}{2C}\operatorname{sign} I . \qquad (12)$$

В пределе $\bar{\omega}/E_Q \ll 1$, $E_Q/T \gg 1$ формулы (11), (11′) справедливы, если $\gamma \ll 1$. Положив в (12) $\gamma = 1$, получим результат работы [4].

Температура кроссовера T^*, соответствующая переходу от режима убывания к режиму возрастания R с температурой (в случае $\alpha < 1$), была установлена в работе [3] с помощью формулы (5) (без члена μ_2). T^* зависит от α ($T^* \to 0$, когда $\alpha \to 1$). Если $\alpha \ll 1$, то $T^* \approx (2/3)(E_Q/T)$ [3]. Таким образом, нелинейные эффекты при $\alpha \ll 1$ значительны вплоть до температуры кроссовера, которая сама должна теперь определяться с учетом μ_2.

Автор благодарен Ю.Н.Овчинникову, Б.И.Ивлеву и С.В.Панюкову за обсуждение работы.

Литература

1. *Schmid A.* Phys. Rev. Lett., 1983, **51**, 1506.
2. *Булгадаев С.А.* Письма в ЖЭТФ, 1984, **39**, 264.
3. *Fisher M.P.A., Zwerger W.* Phys. Rev., 1985, **32B**, 6190.
4. *Averin D.V., Likharev K.K.* Jour. Low Temp. Phys., 1986, **63**, 345.
5. *Orr B.G., Jaeger H.M., Goldman A.M., Kuper C.G.* Phys. Rev. Lett., 1986, **56**, 378.
6. *Fisher M.P.A.* Phys. Rev. Lett., 1986, **57**, 885.
7. *Chakravarty S., Ingold G.L., Kivelson S., Luther A.* Phys. Rev. Lett., 1986, **56**, 2303.
8. *Caldeira A.O., Leggett A.J.* Phys. Rev. Lett., 1981, **46**, 211.
9. *Ларкин А.И., Овчинников Ю.Н.* ЖЭТФ, 1983, **85**, 1510.
10. *Ecken U., Schön G., Ambegaokar.* Phys. Rev., 1984, **30B**, 6419; Phys. Rev. Lett., 1982, **48**, 1745.
11. *Schön G.* Phys. Rev., 1986, **32B**, 4469.

Отдел энергетической кибернетики
Академии наук Молдавской ССР

Поступила в редакцию
19 ноября 1986 г.