

## МЕХАНИЗМ ПЕРЕСТРОЙКИ ПРОФИЛЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В СТЕЛЛАРАТОРАХ

*Е.А.Матвеева, В.Д.Пустовитов*

Объясняются основные закономерности изменения профилей вращательного преобразования в стеллараторах из-за конечного давления плазмы.

Вращательное преобразование — одна из важнейших характеристик стелларатора, во многом определяющая его удерживающие свойства. Поведение вакуумного вращательного преобразования  $\mu_h$ , создаваемого внешними винтовыми полями, хорошо известно для каждой установки. В самом общем случае

$$\mu_h = \mu_0 + (\mu_b - \mu_0)\rho^2/b^2, \quad (1)$$

где  $\mu_0$  — значение  $\mu_h$  на геометрической оси стелларатора,  $\rho$  — текущий радиус, отсчитываемый от этой оси,  $\mu_b = \mu_h(b)$ . Формула (1) охватывает все существующие и проектируемые стеллараторы как бесшировые, так и с большим широм за исключением Геттиотрона — E, в котором  $\mu_h = 0,55 + 1,95\rho^4/b^4$ .

С ростом давления плазмы вращательное преобразование меняется, причем так, что при  $\beta$  (отношение давления плазмы к магнитному), близких к равновесному пределу  $\beta_{eq}$ , теряются его основные положительные качества, которыми оно обладало при  $\beta = 0$ : монотонность в стеллараторах с широм и отсутствие резонансных значений  $m/n$  с малыми  $m$  и  $n$  в бесшировых. Этот факт, твердо установленный в численных расчетах, привлекает сейчас особое внимание, поскольку возможности современных стеллараторов уже позволяют приближаться к  $\beta_{eq}$ . Интерес к этим эффектам подогревается еще и их кажущимися загадочностью и непредсказуемостью, см. <sup>1-3</sup>. С теоретической точки зрения их учет принципиально важен в задачах устойчивости <sup>1, 3, 4</sup>.

Вращательное преобразование в стеллараторе  $\mu_{st}$ , совпадающее с  $\mu_h$  при  $\beta = 0$ , определяется в отсутствие продольного тока только геометрией магнитных поверхностей. Естественно поэтому искать причину искажения профиля  $\mu_{st}$  с ростом  $\beta$  в изменении внутренней геометрии плазменного шнура.

Основной эффект конечного давления плазмы в тороидальных системах — смещение магнитных поверхностей наружу (баллонное растяжение). Кроме того при  $\beta \rightarrow \beta_{eq}$  в бестоковых стеллараторах внутренние поверхности заметно вытягиваются (становятся эллиптическими) даже при круглой границе плазмы. Простейшее параметрическое задание усредненных магнитных поверхностей  $a(r) = \text{const}$ , позволяющее явно учесть их смещение  $\Delta$  и вытянутость  $K$ , имеет вид

$$\rho \cos u = a \cos \theta - \Delta, \quad \rho \sin u = K(a) a \sin \theta, \quad (2)$$

где  $\rho$  и  $u$  — связанные с круговой геометрической осью стелларатора квазицилиндрические координаты. Функция  $\mu_{st}$  связана с  $K$  и  $\Delta$  через метрические коэффициенты потоковой системы координат с выпрямленными силовыми линиями, которые при заданных  $\rho(a, \theta)$  и  $u(a, \theta)$  рассчитываются по общим формулам работы <sup>5</sup>. С их помощью можно убедиться, что для стеллараторов с  $\mu_h$  в виде (1)

$$\mu_{st} = \frac{2K}{K^2 + 1} \left[ \mu_0 + \frac{\mu_b - \mu_0}{b^2} \left( a^2 \frac{K^2 + 1}{2} + 2\Delta^2 \right) \right] (1 - \delta), \quad (3)$$

где  $\delta$  — малая по сравнению с единицей величина:

$$\delta = \frac{1}{2(1+d)^2} \left[ \Delta'^2 + d^2 + \frac{K^2 - 1}{K^2 + 1} \left( d^2 + d + \frac{\Delta'^2}{2} \right) \right] \quad (4)$$

Здесь  $d \equiv aK'/(2K)$ , штрихом обозначена производная по  $a$ . При выводе (3) считалось, что  $|\Delta'| \ll 1$ ,  $|d| \ll 1$ .

Выражение (3) позволяет объяснить многие казавшиеся непонятными особенности поведения  $\mu_{st}$ . Начнем с бесшировых систем ( $\mu_b = \mu_0$ ).

В стеллараторах этого типа основной причиной изменения  $\mu_{st}$  с ростом  $\beta$  является смещение  $\Delta$ . Наглядная формула

$$\mu_{st} = \mu_0 (1 - \Delta'^2/2), \quad (5)$$

справедливая при  $K = 1$  (круглые поверхности), показывает, что смещение поверхностей приводит к уменьшению  $\mu_{st}$  всюду за исключением магнитной оси, где  $\Delta' = 0$ . Ход  $\mu_{st}$  по радиусу зависит от  $\Delta'(a)$ . Явную связь  $\Delta'(a)$  с давлением  $p(a)$  получим из уравнений равновесия (см., например, <sup>5</sup>):

$$\Delta' = \frac{R}{\mu_0^2} \frac{2[\bar{p}(a) - p(a)]}{aB_0^2}; \quad \bar{p}(a) \equiv \frac{2}{a^2} \int_0^a p(a) a da. \quad (6)$$

Здесь  $R$  — радиус геометрической оси,  $B_0$  — напряженность продольного поля. Распределению давления  $p = p_0(1 - a^2/b^2)^2$  соответствует

$$\Delta' = \frac{2p_0}{B_0^2} \frac{R}{\mu_0^2 b} \left( \frac{a}{b} - \frac{2}{3} \frac{a^3}{b^3} \right). \quad (7)$$

Профиль  $\mu(a)$  (5) при такой зависимости  $\Delta'(a)$  показан на рис. 1:  $\mu(a)$  убывает при  $a/b < \sqrt{0,5} \approx 0,7$  и возрастает при  $a/b > 0,7$ . Такая зависимость  $\mu_{st}(a)$  была обнаружена в численных расчетах равновесия<sup>1-3</sup> и до сих пор не имела объяснения. Немонотонность  $\mu_{st}(a)$ , как видно из (5), (6), возникает лишь при пикированных профилях давления. При  $p = p_0(1 - a^2/b^2)$  профиль  $\mu_{st}(a)$  — параболический:

$$\mu_{st}(a) = \mu_0 \left[ 1 - \frac{1}{8} \frac{\beta_0^2}{\beta_{eq}^2} \frac{a^2}{b^2} \right]. \quad (8)$$

Здесь  $\beta_0 = 2p_0/B_0^2$ ,  $\beta_{eq} = \mu_0^2 b/R$ . Сказанное относится и к конфигурациям с некруглыми поверхностями. Новые черты поведения  $\mu_{st}$  в бесшировых стеллараторах, обусловленные вытянутостью поверхностей ( $K > 1$ ) — небольшое общее понижение  $\mu_{st}$  см. (3), более сильное в центре из-за слабого роста  $K$  к центру, рис. 2.

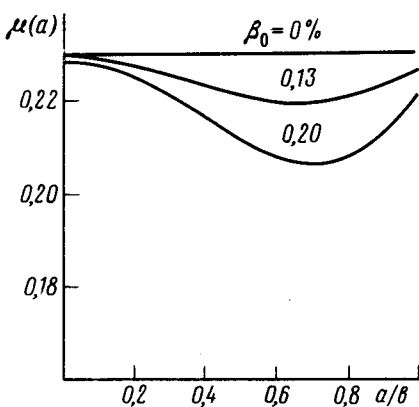


Рис. 1

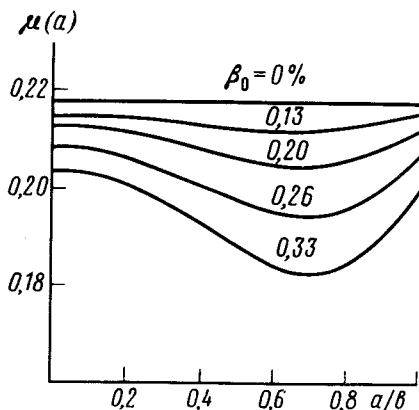


Рис. 2

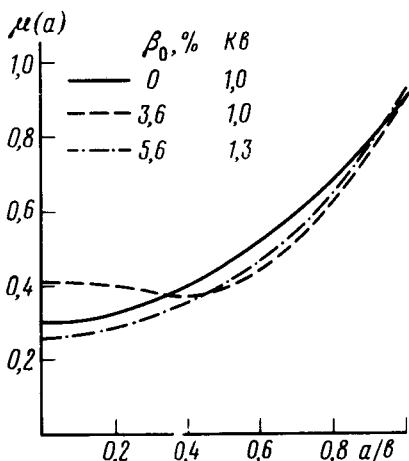


Рис. 3

Рис. 1. Вращательное преобразование в бесшировом стеллараторе с  $\mu_0 = 0,23$ ,  $R/b = 20$  при  $p = p_0(1 - a^2/b^2)^2$

Рис. 2. Рассчитанный профиль  $\mu_{st}(a)$  в бесшировом стеллараторе ( $\mu_0 = 0,23$ ,  $R/b = 20$ ) с некруглой границей плазмы;  $K(b) = 1,4$ ;  $p = p_0(1 - a^2/b^2)^2$

Рис. 3. Вращательное преобразование в стеллараторе с широм ( $R/b = 7$ )

Соотношение (3) показывает, что в стеллараторах с большим вакуумным широм влияние эллиптичности на  $\mu_{st}$  гораздо сильнее, чем в случае  $\mu_b = \mu_0$ . Это влияние прямо противоположно тому, что оказывает на  $\mu_{st}$  смещение (см. <sup>5</sup>): вытягивание магнитных поверхностей приводит к понижению  $\mu_{st}(0)$  в  $2K/(K^2 + 1)$  и подъему  $\mu_{st}$  на краю плазменного шнура

(слагаемое  $K(\mu_b - \mu_0)a^2/b^2$ ) при  $K > 1$ . При этом эффективно подавляются возникающие из-за тороидального смещения нежелательные деформации  $\mu_{st}(a)$  даже при умеренной вытянутости границы, рис. 3. Впервые возможность управления профилем  $\mu_{st}(a)$  в стеллараторе ATF численно исследовалась в <sup>6</sup>. Наше рассмотрение раскрывает механизм этого управления и демонстрирует определяющую роль вытянутости. Важно отметить, что в стеллараторах с широм  $K(a)$  сильно растет к центру, что усиливает благоприятное влияние вытянутости на  $\mu_{st}$ .

Нахождение  $\mu_{st}(a)$  тесно связано с задачей равновесия (расчет  $\Delta$  и  $K$ ), для решения которой мы пользуемся кодом EMEQ-ST-модификацией кода EMEQ <sup>7</sup> для токамака. Знания  $\Delta$  и  $K$  достаточно для надежного описания точно рассчитанных  $\mu_{st}(a)$ , рис. 2 и 3.

#### Литература

1. *Strauss H.R., Monticello D.A.* Phys. Fluids, 1981, **24**, 1148.
2. *Anania G., Johnson J.L., Weimer K.E.* Phys. Fluids, 1983, **26**, 2210.
3. *W VII-A Team et al.* Plasma Phys. and Contr. Fus., 1984, **26**, 183.
4. *Rewoldt G., Johnson J.L.* Nuclear Fusion, 1984, **24**, 733.
5. *Пустовитов В.Д.* Физика плазмы, 1983, **3**, 575.
6. *Carreras B.A. et al.* Nuclear Fusion, 1984, **24**, 1347.
7. *Захаров Л.Е.* Препринт, ИАЭ-4114/6. Москва, 1986.

Институт атомной энергии  
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию  
18 января 1987 г.