*Письма в ЖЭТФ, том 45, вып. 5, стр. 225 – 227* *10 марта 1987 г.*

# ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ В ОКРЕСТНОСТИ УРОВНЯ ФЕРМИ В ОДНОМЕРНОЙ СИСТЕМЕ С ЛОКАЛИЗОВАННЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ

*М.Э.Райх, А.Л.Эфрос*

Рассчитана плотность состояний в одномерной системе с локализованными электронами в окрестности уровня Ферми, где она имеет кулоновскую щель. Расчет производился путем решения самосогласованного уравнения.

В работе [1] приведены результаты экспериментального исследования энергетической зависимости плотности состояний (ПС) в окрестности уровня Ферми в тонких проволоках из гранулированного алюминия. Фактически в [1] измерялась зависимость проводимости туннельного контакта проволока – окисел – металлический электрод от приложенного смещения $V$, которая пропорциональна ПС $g(\epsilon)$ в проволоке при энергии $\epsilon = eV$. Для проволок с большим удельным сопротивлением авторы [1] наблюдали резкое (в несколько раз) уменьшение проводимости контакта в области малых смещений $eV \lesssim 20$ мэВ, которое они связали с проявлением кулоновской щели, обусловленной взаимодействием локализованных электронов в одномерном случае. В связи с этим представляет интерес теоретическое исследование поведения ПС в одномерной неупорядоченной системе с кулоновским взаимодействием.

Следуя модели, предложенной в работе [2], будем считать, что электроны могут занимать узлы периодической цепочки, находящиеся на расстоянии $a$ друг от друга. Энергия $i$ го узла, отсчитанная от уровня Ферми, определяется выражением

$$\epsilon_i = \Phi_i + \frac{e^2}{\kappa a} \sum_{j \neq i} \frac{n_j}{|i-j|}, \qquad (1)$$

где $e$ — заряд электрона, $\kappa$ — диэлектрическая проницаемость среды, окружающей цепочку. Случайные величины $\Phi_i$ считаются равномерно распределенными в интервале от $-A$ до $A$, причем корреляция между их значениями на разных узлах отсутствует. Они моделируют затравочный разброс энергий некулоновской природы, так что затравочная ПС есть $g_\infty = 1/2aA$. Второе слагаемое в (1) описывает сдвиг энергии $i$ - го узла, обусловленный потенциалом, создаваемым электронами, локализованными на соседних узлах. Числа заполнения $n_j$ принимают значения 1/2, если узел занят, и $-1/2$, если узел пуст. Общее число электронов предполагается равным половине числа узлов, что обеспечивает электронейтральность цепочки в целом. Благодаря симметрии по отношению к положительным и отрицательным зарядам энергия Ферми в рассматриваемой модели равна нулю.

Примем, что $E_M = e^2/\kappa a \ll A$. При этом межэлектронное взаимодействие влияет на ПС лишь в узкой полоске вблизи уровня Ферми. Это условие можно представить в виде $g_\infty e^2/\kappa \ll \ll 1$. Самосогласованное уравнение, выведенное в [2, 3], для плотности одноэлектронных состояний $g(\epsilon)$ в основном состоянии системы в рассматриваемом случае имеет вид

$$g(\epsilon) = g_\infty e^{-(e^2/\kappa) \int_0^{E_M} \frac{d\epsilon' g(\epsilon')}{(|\epsilon| + \epsilon')}}. \qquad (2)$$

Интеграл в показателе экспоненты представляет собой среднее число электронных состояний, для которых нарушается неравенство $|\epsilon| + |\epsilon'| < e^2/\kappa r$, где энергии $\epsilon$ и $\epsilon'$ лежат по разные стороны от уровня Ферми, а $r$ — расстояние между соответствующими узлами. Перейдем в уравнении (2) к новым переменным

$$G = \frac{g(\epsilon)}{g_\infty}, \qquad |\epsilon| = E_M e^{-\kappa z/g_\infty e^2}, \qquad \epsilon' = E_M e^{-\kappa z'/g_\infty e^2} \qquad (3)$$

после чего оно примет вид

$$G(z) = \exp\left\{ -\int_0^\infty dz' G(z') \left[1 + e^{\frac{\kappa(z'-z)}{g_\infty e^2}}\right]^{-1} \right\}. \qquad (4)$$

Как будет видно из дальнейшего, существенное изменение ПС имеет место в области энергий $|\epsilon| \ll E_M$, т. е. при $z \gg g_\infty e^2/\kappa$. При этом второй сомножитель в подынтегральном выражении (4) изменяется от единицы до нуля в узком интервале $|z' - z| \sim g_\infty e^2/\kappa \ll 1$, так что его можно заменить ступенькой. В результате получаем уравнение

$$G(z) = \exp\left[ -\int_0^z dz' G(z') \right]. \qquad (5)$$

Решение этого уравнения есть $G(z) = (1+z)^{-1}$, а окончательное выражение для ПС имеет вид

$$g(\epsilon) = \frac{g_\infty}{1 + \frac{g_\infty e^2}{\kappa} \ln \frac{E_M}{|\epsilon|}}. \qquad (6)$$

Из (6) видно, что в одномерном случае кулоновская щель является экспоненциально узкой. Ее ширина $\Delta_1 = E_M \exp(-\kappa/g_\infty e^2) \ll E_M$. При $|\epsilon| \ll \Delta_1$ $g(\epsilon) \approx \kappa/e^2 \ln(E_M/|\epsilon|)$ и не зависит от затравочного разброса энергии $A$, а при $|\epsilon| \gg \Delta_1$ $g(\epsilon) \approx g_\infty$.

Для обсуждения экспериментальных данных необходимо изучить переход от трехмерного случая к одномерному по мере уменьшения толщины проволоки $d$. Рассмотрим трехмерную решетку с периодом $a$, расположенную внутри кругового цилиндра с диаметром основания $d$. Примем, что $d \gg a$. Мысленно разобьем цилиндр перегородками на отсеки высотой $d$. Учет кулоновского взаимодействия в пределах каждого отсека приведет к образованию кулоновской щели в ПС шириной $\Delta_3 = (e^2/\kappa a)(e^2/\kappa a A)^{1/2}$ [2, 3]. При $|\epsilon| \ll \Delta_3$ ПС, отнесенная к единице длины цилиндра, есть

$$g(\epsilon) = \frac{3d^2\kappa^3}{4e^6}\epsilon^2 . \tag{7}$$

Это выражение справедливо при $|\epsilon| \gg e^2/\kappa d$ и имеет, поэтому, область применимости, лишь если выполняется условие $d \gg e^2/\kappa\Delta_3$. Уберем теперь перегородки между отсеками. Изменение энергии каждого узла, обусловленное кулоновским взаимодействием электронов из разных отсеков, порядка $e^2/\kappa d$, так что существенное изменение ПС после убирания перегородок произойдет в интервале энергий $|\epsilon| \lesssim e^2/\kappa d$. Число узлов с энергиями в этом интервале в каждом из отсеков порядка $d(e^2/\kappa d)g(e^2/\kappa d) \sim 1$, так что мы приходим к эффективной одномерной модели, аналогичной рассмотренной выше, с параметрами $a \sim d$ и $A \sim E_M \sim e^2/\kappa d$. Неравенство $E_{M/A} = g_\infty e^2/\kappa \ll 1$ при этом не выполняется, однако в области малых энергий $|\epsilon| \ll e^2/\kappa d$, где ПС определяется кулоновским взаимодействием на расстояниях $e^2/_{\kappa|\epsilon|} \gg d$, формула (6) остается в силе, так что ПС имеет вид

$$g(\epsilon) = \frac{\kappa}{e^2}\left[\ln\left(\frac{e^2}{\kappa d|\epsilon|}\right)\right]^{-1} . \tag{8}$$

Общий вид ПС $g(\epsilon)$ при $\epsilon \ll \Delta_3$:

$$g(\epsilon) = \frac{\kappa}{e^2} f\left(\frac{\kappa d|\epsilon|}{e^2}\right), \tag{9}$$

где $f$ – безразмерная функция, такая что $f(x) = 1/\ln(1/|x|)$ при $|x| \ll 1$, $f(x) = 3x^2/4$ при $|x| \gg 1$. Заметим, что в рассматриваемом случае $e^2/\kappa d \ll \Delta_3$ ПС имеет универсальный вид и не зависит от $a$ и $A$ при $|\epsilon| \ll \Delta_3$.

В случае $d \gg a$, но $e^2/\kappa d \gg \Delta_3$ кулоновская щель имеет чисто одномерный характер. В этом случае справедлива формула (6), где $g_\infty = \pi d^2/8Aa^3$, а $E_M$ следует заменить на $e^2/\kappa d$. Ширина щели $\Delta_1 \approx (e^2/\kappa d)\exp(-{}^8/_\pi(e^2/\kappa d\Delta_3)^2)$. Итак, во всех случаях одномерная формула (6) применима при $|\epsilon| \ll e^2/\kappa d$.

В эксперименте [1] проволока с толщиной $d = 750$ Å располагалась на подложке из $SiO_2$. Диэлектрическую проницаемость $\kappa$, характеризующую взаимодействие зарядов на расстояниях значительно больше $d$, естественно принять равной $(\kappa_{SiO_2} + 1)/2 \approx 2$. Оценивая величину $e^2/\kappa d$, найдем, что выражение (6) для плотности состояний применимо при $|\epsilon| \lesssim 10$ мэВ, а интервал изменения смещений $V$ в эксперименте [1] простирался от 0,05 до 20 мВ, но проводимость в области малых смещений $0{,}05 < V < 2{,}5$ мВ приведена лишь для одного образца. Эта зависимость имеет логарифмический характер и может быть описана формулой (6). К сожалению, данные в области больших смещений для этого образца отсутствуют, что затрудняет детальное сравнение с теорией.

### Литература


1. *White A.E., Dynes R.C., Garno J.P.* Phys. Rev. Lett., 1986, 56, 532.
2. *Efros A.L.* J. Phys., 1976, C9, 2021.
3. *Efros A.L., Shklovskii B.I.* In "Electron-Electron Interactions in Disordered Systems" ed. by A.L. Efros and M. Pollak, North-Holland 1985.



Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР



Поступила в редакцию
24 декабря 1986 г.