

СОЛИТОНЫ В ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ СВЕРХРЕШЕТКАХ

A.Ф.Волков

Получены уравнения, описывающие поведение солитонов (магнитных вихрей) в многослойных джозефсоновских системах. Показано, что если скорости солитонов, распространяющихся в двух соседних переходах, различаются мало, то при сближении солитонов происходит их взаимный захват и они распространяются с одинаковой скоростью.

В последние годы созданы и изучаются джозефсоновские сверхрешетки, т.е. системы, состоящие из чередующихся слоев $S - N - S - N - \dots$ или $S - I - S - I - \dots$ (S – сверхпроводник, N – нормальный металл, I – изолятор)¹. С другой стороны длинный джозефсоновский переход $S - I - S$ ($L \gg \lambda_J$, L – длина перехода, λ_J – джозефсоновская глубина проникновения) является удобной системой для изучения солитонов или, как их называют в данном случае, флаксонов. В таких переходах при определенных токах и напряжениях V образуются движущиеся флаксоны и (или) антифлаксоны. Вид зависимости $I(V)$ позволяет сделать определенные заключения о динамике флаксонов (антифлаксонов) и их взаимодействии².

Представляет интерес исследовать взаимодействие флаксонов в многослойных системах. Ранее теоретически изучалось, в основном, излучение из многослойных систем^{3,4}. Между тем в таких системах открываются новые возможности изучения взаимодействия флаксонов, поскольку изменения параметры системы и внешние условия (магнитное поле, токи через переходы) можно управлять характеристиками флаксонов в разных переходах (их скоростями, периодом вихревой решетки и т.п.). В данной работе будут получены уравнения, описывающие поведение солитонов в многослойных системах, и рассмотрен ряд эффектов в таких системах.

Рассмотрим систему $S_1 - I - S_2 - I - \dots$ (см. рис. 1). Предполагая локальную связь тока j_{\perp} в плоскости n -го S -слоя с импульсом p_S

$$j_{\perp} = b p_S, \quad p_S = \vec{\nabla}_{\perp} \chi - (2e/c) A \quad (1)$$

из уравнения Лондонов получим для магнитного поля $H(z)$ в n -ом S -слое

$$H_n(z) = \frac{1}{2} \left[(h_n - h_{n-1}) \frac{\sinh(z/\lambda)}{\sinh(a_n/\lambda)} + (h_n + h_{n-1}) \frac{\cosh(z/\lambda)}{\cosh(a_n/\lambda)} \right], \quad (2)$$

где $b^{-1} = 8\pi e \lambda^2 / c^2$, λ – лондоновская глубина проникновения, h_n – значение магнитного поля в n -ом I -слое (см. рис. 1). Для скачка тока на этом слое с учетом непрерывности A имеем $j_{\perp}(a_n + 0) - j_{\perp}(a_n - 0) = b \vec{\nabla}_{\perp} \varphi_n$, где φ_n – разность фаз на этом I -слое. Из уравнения Максвелла

$$\frac{4\pi}{c} j + \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial E}{\partial t} = \text{rot } H \quad (3)$$

выразим $j_{\perp}(a_n \pm 0)$ через поля H_n и H_{n+1} , пренебрегая полями E_{\perp} в S -слоях. Получим

$$-(c/e \lambda) [n_z \times \vec{\nabla}_{\perp} \varphi_n] = (h_{n+1} - h_n) \coth \tilde{a}_{n+1} - (h_{n+1} + h_n) \tanh \tilde{a}_{n+1} - (h_n - h_{n-1}) \coth a_n -$$

$$- (h_n + h_{n-1}) \tanh \tilde{a}_n, \quad (4)$$

где $\tilde{a}_n = a_n / \lambda$. Далее возьмем дивергенцию от уравнения (3) и интегрируем это равенство по объему, обведеному на рис. 1 пунктиром. Используя связь j_{\perp} с H , определяемую уравнени-

ем (3), и выражением для H (2), придем к уравнению

$$i_{c,n} \sin \varphi_n + (\sigma_n/2e) \dot{\varphi}_n - (c/4\pi) [\mathbf{n}_z \times \vec{\nabla}_{\perp}] \mathbf{h}_n + (\epsilon/8\pi e d_n) \dot{\varphi}_n = 0. \quad (5)$$

Здесь первые два члена описывают джозефсоновский и диссипативный токи через n -ый I -слой толщиной d_n , последнее слагаемое – ток смещения, \mathbf{n}_z – единичный вектор по оси z . Уравнения (4) и (5) описывают электродинамику рассматриваемой системы. Рассмотрим конкретные примеры. а) Система одинаковых переходов с тонкими ($a_n \equiv a \ll \lambda$) S -слоями (слоистый сверхпроводник). Тогда из (4) получим для $\mathbf{h} = (0, h, 0)$ равенство $-(2\pi b/ac)\varphi_x = h_{zz}$ (где $h_{zz} = \partial^2 h / \partial z^2$). Это уравнение совместно с (5) описывает в стационарном случае вихрь (или вихревую решетку). Вдали от центра изолированного вихря, где $\sin \varphi \approx \varphi$, из этих уравнений получим $\kappa^2 h_{zz} + h_{xx} = 0$ (здесь $\kappa^2 = 16\pi e a_j \lambda^2 / c^2 \equiv a \lambda / \lambda_J^2 \ll 1$). Это уравнение описывает анизотропный вихрь в слоистом сверхпроводнике⁵. б) Система переходов с толстыми ($a_n \gg \lambda$) S -слоями. Тогда из (4) получим

$$h_n = (2\pi \lambda b / c) [\varphi'_n + \gamma_{n+1} \varphi'_{n+1} + \gamma_{n-1} \varphi'_{n-1}], \quad (6)$$

где $\gamma_n = \exp(-2a_n/\lambda) \ll 1$, штрих обозначает дифференцирование по x . Подставляя (6) в уравнение (5), в стационарном случае получим

$$\sin \varphi_n - \lambda_{J,n}^2 [\varphi''_n + \gamma_{n+1} \varphi''_{n+1} + \gamma_{n-1} \varphi''_{n-1}] = 0. \quad (7)$$

Это уравнение описывает вихревую решетку в джозефсоновских, слабо взаимодействующих переходах. Варьируя связь между переходами (изменяя температуру или толщину S -слоев) и структуру системы (она может быть периодической или непериодической) можно получить различные типы вихревых решеток, а, следовательно, различные зависимости намагниченности от внешнего магнитного поля. Оставляя этот вопрос для дальнейшего исследования, обратимся к другому случаю. в) Система, состоящая из двух переходов (рис. 2). В слу-

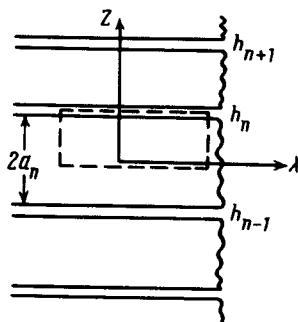


Рис. 1

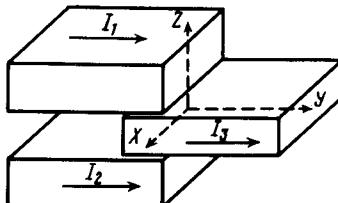


Рис. 2

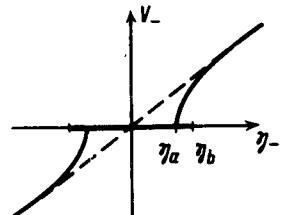


Рис. 3

чае одного перехода такая геометрия используется для изучения движения солитонов². Размер по оси y предполагается малым по сравнению с λ_J . Тогда h и φ в (5) будут слабо зависеть от y и мы можем проинтегрировать (5) по y от $-L_y/2$ до $L_y/2$. Возникающие при этом компоненты полей $h_x(\pm L_y/2)$ выразим через токи I , интегрируя (3) по площади каждого S -слоя. Предполагая, как и в предыдущем пункте, слабую связь между переходами, придем к уравнению

$$\sin \varphi_{1(2)} - \lambda_{J,1(2)}^2 [\varphi''_{1(2)} + \gamma \varphi''_{2(1)}] + (\alpha/\omega)_{1(2)} \dot{\varphi}_{1(2)} + \omega_{1(2)}^{-2} \ddot{\varphi}_{1(2)} = \eta_{1(2)}, \quad (8)$$

где $(\alpha/\omega)_{1(2)} = (\sigma/j_c)_{1(2)}/2e$, $\omega_{1(2)}^{-2} = 8\pi e (j_c d / \epsilon_0)_{1(2)}$, $\eta_{1(2)} = \mp (I/j_c)_{1(2)} (L_x L_y)^{-1}$. Если система помещена в магнитное поле $(0, h, 0)$, то граничное условие к (8) имеет вид $\varphi'_{1(2)} = (4e\lambda/c)h$.

Рассмотрим для простоты одинаковые переходы с разными "токами" η_1 и η_2 , при которых в переходах распространяются флаксоны. Если $\eta_1 \eta_2 > 0$ (т.е. токи I_1 и I_2 направлены в одну сторону), то флаксоны в переходах 1 и 2 будут двигаться в разные стороны и можно изучать столкновения их между собой. Если же $\eta_1 \eta_2 < 0$ (токи I_1 и I_2 направлены в разные стороны), то флаксоны будут двигаться в одну сторону со скоростями v_1 и v_2 , определяемыми токами η_1 и η_2 . Оказывается, что в зависимости от величины $\eta_- \equiv \eta_1 - \eta_2$ (отметим, что $\eta_- \sim I_3$) возможны различные значения относительной скорости $v_- = v_1 - v_2$. Это следует из уравнения для расстояния между флаксонами $x_- \equiv \xi \lambda_j$, которое мы выпишем в предложении малости $v_{1(2)}$ по сравнению с $c_0 = \omega_0 \lambda_j$ (где $\omega_0 = \omega_1 = \omega_2$), когда ширина флаксона не зависит от его скорости.

$$\omega_0^{-2} \ddot{\xi} + (\alpha/\omega_0) \dot{\xi} + (\pi/4) \eta_- + 2\gamma F(\xi) = 0, \quad (9)$$

где $F(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} dx f'(x) f'''(x + \xi)$, $f(x) = 4 \operatorname{arc tg}(\exp x)$. Из (9) следует, что при $\eta_- < \eta_a \equiv \equiv 8\alpha\sqrt{\gamma}/\pi$ скорость $v_- = \dot{x}_- = 0$, т. е. флаксоны движутся в виде связки. При $\eta_- > \eta_b \equiv \equiv 0,79\gamma$ скорость v_- отлична от нуля и в длинном переходе основную часть времени она равна $v_- = -\eta_- \omega_0 \pi / 4\alpha$. В интервале токов $\eta_a < \eta_- < \eta_b$ возможны оба типа движения. Напряжения на переходах V связаны со средней скоростью движений $2eV_{1(2)} = \pi \bar{v}_{1(2)}/L$. Следовательно, приведенные результаты позволяют сделать заключения, например, о виде зависимости $V_- \equiv V_1 - V_2 = \pi \bar{v}_- / eL$ от η_- . Эта зависимость качественно изображена на рис. 3. Отметим, что при $\eta_- \rightarrow \eta_a$ имеет место $V_- \sim \sqrt{\gamma} \ln \sqrt{\gamma / \eta_a} (\eta_- - \eta_a)$; с увеличением η_- зависимость $V_- (\eta_-)$ быстро выходит на линейную $eV_- = \pi |\eta_-| \omega_0 \lambda_j / 4e\alpha L$. В приведенных выше формулах предполагалось, что $\gamma < \alpha \ll \sqrt{\gamma}$.

Существуют и другие эффекты в рассматриваемых системах. Например, если использовать систему (рис. 2) с различными переходами и поместить ее в магнитное поле, то в одном из переходов может возникнуть вихревая решетка, а флаксон в другом переходе будет двигаться в периодическом потенциале, создаваемом вихревой решеткой ⁶.

Литература

1. Ruggiero S.T., Barbee T.W., Beasley M.R. Phys. Rev., 1982, **B26**, 4894.
2. Солитоны в действии. М.: Мир, 1981, с. 185.
3. Ngai K.L. Phys. Rev., 1969, **182**, 555.
4. Owen C.S., Scalapino D.J. J. Appl. Phys., 1970, **41**, 2047.
5. Булаевский Л.Н. ЖЭТФ, 1973, **64**, 2241.
6. Mineev M.B., Mkrtchjan G.S., Schmidt V.V. J. Low Temp. Phys., 1981, **45**, 497.