Письма в ЖЭТФ, том 45, вып. 7, стр. 344 – 347 *10 апреля 1987 г.*

СПЕКТРАЛЬНАЯ ДИФФУЗИЯ ФОНОНОВ В СТЕКЛАХ

Д.А.Паршин, Э.А.Рзаев

Показано, что за счет процесса спектральной диффузии генерируемые в стекле монохроматическим сигналом фононы расплываются по спектру. Это увеличивает ширину выжженной дыры и сильно модифицирует явление узкого фононного горла.

Как известно, за резонансное поглощение звука или СВЧ поля в диэлектрических стеклах при низких температурах ответственны так называемые двухуровневые системы (ДУС) [1]. ДУС, поглощая квант звука при СВЧ поля $\hbar\omega$, как правило, испускает затем фонон той же или близкой энергии. Дальнейшая судьба этих резонансных фононов зависит от соотношения между двумя временами τ_r и τ_{nr}. Первое – есть время жизни фонона относительно резонансного поглощения его ДУС с той же энергией $\tau_r^{-1} = (\pi P M^2 \Omega / \rho v^2)\,\mathrm{th}(\hbar\Omega/2T)$. Здесь Ω – частота фонона, T – температура, P – плотность состояний ДУС в стекле, M – матричный элемент перехода, ρ – плотность стекла, v – скорость звука. Второе – есть время жизни фонона относительно нерезонансного поглощения его тепловыми ДУС энергия которых порядка T $(T \gg \hbar\Omega)$ [1]: $\tau_{nr}^{-1} = \pi^3 P D^2 M^2 T^3 / 32\rho^2 \hbar^4 v^7$, где D – константа деформационного потенциала.

Отношение этих времен $\tau_{nr}/\tau_r \simeq E_c^2 (\hbar\Omega)^2/T^4$, где $E_c = (\rho v^5 \hbar^3)^{1/2}/D$ – характерная энергия порядка 10 – 30 К в стеклах [2]. При $T \ll E_c$ и $\hbar\Omega \gg T^2/E_c$, уже в классической области частот $(\hbar\Omega \ll T)$, $\tau_{nr} \gg \tau_r$ [1)]. В этом случае резонансные фононы с частотой $\Omega \approx \approx \omega$ имеют тенденцию накапливаться. При сильном импульсном возбуждении это приводит к явлению узкого фононного горла в нелинейном резонансном поглощении [3].

Однако, как мы покажем ниже, при слабом стационарном возбуждении накопление фононов в узкой резонансной области затруднено вследствие явления спектральной диффузии [4]. И хотя резонансные фононы в течение времени жизни τ_{nr} много раз перепоглощаются резонансными ДУС, случайные со временем изменения расстояния между уровнями в последних (из-за переходов (скачков) в тепловых ДУС) приводят к тому, что испускается фонон не той частоты, что поглощается – т. е. к расплыванию по спектру неравновесного фононного распределения. Это сказывается как на величине порога нелинейности резонансного поглощения, так и на ширине выжженной дыры [5].

Система уравнений для диагональной части, n_s, матрицы плотности s-ой резонансной ДУС, недиагональной части – $if_s \exp(i\omega t)$ и функции распределения фононов N_k имеет вид

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}} \Lambda_k [N_k - n_s(2N_k + 1)]\,\delta(e_s(t) - \hbar\Omega_k) - F\,\mathrm{Re} f_s - \frac{n_s - n_s^0}{\tau'}, \qquad (1a)$$

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + i\left(\omega - \frac{e_s(t)}{\hbar}\right) f_s + f_s \frac{\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}} \Lambda_k (2N_k + 1)\,\delta(e_s(t) - \hbar\Omega_k) = F\left(n_s - \frac{1}{2}\right), \qquad (1b)$$

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} + \frac{N_k - N_k^0}{\tau_{nr}} + \frac{2\pi}{\hbar} \sum_s \Lambda_k [N_k(1 - 2n_s) - n_s]\,\delta(e_s(t) - \hbar\Omega_k) = 0. \qquad (1c)$$

Здесь $\hbar F/2$ – матричный элемент перехода, характеризующий взаимодействие сигнала с резонансной ДУС, N_k^0 – равновесная функция распределения фононов, Ω_k – частота фонона с волновым вектором $\mathbf{k}$, $\Lambda_k = \hbar k^2 M^2 / 2\rho V \Omega_k$ – квадрат матричного элемента взаимодействия ДУС с фононами, V – объем, n_s^0 – равновесное заполнение верхнего уровня резонансной ДУС, τ' – время релаксации заселенности резонансной ДУС за счет двухфононных процессов [6]. Зависящее от времени расстояние между уровнями s-ой резонансной ДУС $e_s(t) = e_{0s} + \hbar\Delta\omega_s(t)$. $\hbar\Delta\omega_s(t) = \hbar\sum_l J_l \xi_l(t)$ – добавка к затравочной энергии e_{0s} обусловленная взаимодействием резонансной ДУС с окружающими ее тепловыми ДУС (суммирование производится по всем тепловым ДУС). Далее, $J_l = D^2/\hbar\rho v^2 r_l^3$, где r_l – расстояние от l-ой тепловой ДУС до данной резонансной. Функция $\xi_l(t)$ представляет собой телеграфный процесс [7]. Она попеременно принимает значения 1 и -1 в случайные моменты времени; средняя частота таких скачков есть Γ_l. Различные функции ξ_l считаются некоррелированными.

Считая амплитуду накачки F малой, из (1c) получаем связь между поправкой к функции распределения фононов ΔN_k и средним изменением заселенности верхнего уровня ре-

[1)] В квантовом случае $\hbar\Omega \gtrsim T$ (но $\hbar\Omega < E_c$) всегда $\tau_{nr} > \tau_r$ [2].

зонансных ДУС $\Delta n\ (\Omega)$:

$$\Delta N_k = \frac{\tau_{nr}}{\tau_r + \tau_{nr}}\ \Delta n(\Omega_k)\operatorname{cth}^2\frac{\hbar\omega}{2T}\ , \tag{2}$$

где

$$\Delta n(\Omega) = P^{-1}V^{-1}\hbar^{-1}\sum_s \Delta n_s \delta(e_s(t)/\hbar - \Omega). \tag{3}$$

Функция $\Delta n(\Omega)$ описывает выжженную дыру, т. е. изменение коэффициента поглощения слабого сигнала на частоте Ω в присутствие сигнала накачки на частоте ω [5]. Таким образом, при слабой накачке форма функции распределения неравновесных фононов повторяет форму выжженной дыры.

Для $\Delta n(\Omega)$ из (1) может быть получено следующее интегральное уравнение

$$\Delta n(\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega' R(\Omega - \Omega')\Delta n(\Omega') + I(\Omega - \omega), \tag{4}$$

где

$$R(x) = \frac{\nu}{\pi}\int_0^\infty d\tau \cos x\tau \int_0^\infty d\tau'\, e^{-\gamma'\tau'}\langle B(\tau, \tau')\rangle_c\ , \tag{5}$$

а

$$I(x) = \frac{1}{2}F^2 \operatorname{th}\frac{\hbar\omega}{2T}\int_0^\infty d\tau\, e^{-(\gamma/2)\tau}\cos x\tau \int_0^\infty d\tau'\, e^{-\gamma\tau'}\langle L(\tau, \tau')\rangle_c\ . \tag{6}$$

Здесь γ^{-1} – равновесное время релаксации заселенности резонансной ДУС за счет однофононных процессов, $\gamma' = \gamma + 1/\tau'$, $\nu = \gamma\tau_{nr}/(\tau_r + \tau_{nr})$, угловые скобки $\langle\cdots\rangle_c$ означают усреднение по параметрам и расположению тепловых ДУС. $B(\tau, \tau')$ представляет собой произведение независимых средних, каждое из которых отвечает одной какой-нибудь тепловой ДУС и равно

$$b(\tau, \tau') = \langle \exp[iJ\tau(\xi(\tau') - (0))]\rangle_{\xi,\ \xi(0)}\ . \tag{7}$$

Усреднение производится по всем реализациям случайного процесса $\xi(t)$ при заданном значении $\xi(0)$ в некоторый произвольный момент времени $t = 0$ и по всем $\xi(0)$. Функция $I(x)$ описывает форму выжженной дыры в случае, когда накопление фононов отсутствует ($\tau_{nr} \ll \tau_r$). Вместе с функцией $L(\tau, \tau')$ она была вычислена в [5].

Производя усреднение в (7) с помощью [7], приходим к результату

$$b(\tau, \tau') = 1 - (1 - e^{-2\Gamma\tau'})\sin^2 J\tau. \tag{8}$$

Далее, усредняя по всевозможным расположениям тепловых ДУС (см. [8]) и значениям их туннельных прозрачностей, от которых зависят частоты переходов Γ, мы получаем:

$$\langle B(\tau, \tau')\rangle_c = \exp\left[-\frac{\pi\tau}{2\tau_d}\int_0^{\Gamma_0}\frac{d\Gamma}{\Gamma}\left(1 - e^{-2\Gamma\tau'}\right)\right]. \tag{9}$$

Здесь Γ_0 – характерная частота переходов тепловых ДУС за счет взаимодействия с тепловыми фононами, равная по порядку величины $\Gamma_0 \simeq M^2T^3/\rho\hbar^4 v^5$, а $\hbar/\tau_d = D^2PT/\rho v^2$ – характерная энергия взаимодействия тепловых ДУС на среднем расстоянии между ними, равном $\bar{r} = (PT)^{-1/3}$.

Уравнение (4) решается методом Фурье. Ниже приводятся результаты расчета в одном из предельных случаев низких температур ($T \ll T_D \simeq (P\hbar^3 v^3)^{1/2} \simeq 1$ К, т. е. $\Gamma_0\tau_d \ll 1$), когда $\hbar\omega \ll T$. Для добавки к функции распределения фононов получаем

$$\Delta N_k = \frac{2\nu\tau_d F^2}{\gamma^2 \ln\Gamma_0/\gamma}\ \operatorname{th}\frac{\hbar\omega}{2T}\int_0^\infty dx \cos\left(\frac{\omega - \Omega_k}{\Delta_0}x\right)\frac{e^{-x}}{1 - \dfrac{\nu}{\gamma'}e^{-x}}\ , \tag{10}$$

где $\Delta_0 = (\pi \ln(\Gamma_0 / \gamma))/2\tau_d$. Когда $\nu \ll \gamma'$ ($\tau_{nr} \ll \tau_r$), накопление фононов отсутствует и ΔN_k как функция расстройки $\omega - \Omega_k$ имеет лоренцову форму с полушириной Δ_0. Если же $1 - \nu/\gamma' \ll 1$ ($\tau_{nr} \gg \tau_r$) фононы много раз перепоглощаются резонансными ДУС. Зависимость ΔN_k от расстройки в этом случае существенно нелоренцова. Эффективная ширина распределения равна $\Delta_0(\tau_{nr}/\tau_r)$ – она в τ_{nr}/τ_r раз больше, чем в отсутствие накопления фононов. Фононы сильно расплываются по спектру за счет процесса спектральной диффузии.

При малых значениях F коэффициент нелинейного поглощения α можно представить в виде $\alpha = \alpha_0(1 - F^2/F_c^2)$, где α_0 – его линейное значение. Критическое значение амплитуды сигнала F_c было рассчитано таким же методом. При $\tau_{nr} \gg \tau_r$, в рассмотренном нами случае $F_c^2 = (\pi\gamma \ln \Gamma_0/\gamma)/2\tau_d \ln(\tau_{nr}/\tau_r)$, т. е. уменьшается с ростом τ_{nr} всего лишь по закону обратного логарифма (а не пропорционально $1/\tau_{nr}$ как в явлении узкого фононного горла [9]). Это также является следствием расплывания по энергии фононного распределения. Как следует из (10), число фононов в резонансной области ($|\omega - \Omega_k| < \Delta_0$) растет с увеличением τ_{nr}/τ_r всего лишь как $\ln(\tau_{nr}/\tau_r)$.

Авторы выражают сердечную благодарность Ю.М.Гальперину и В.Л.Гуревичу за полезное обсуждение результатов работы.

Литература

1. *Amorphous Solids.* Low Temperature Properties. Ed. by W.A.Phillips, Springer-Verlag, N.Y., 1981.
2. *Гуревич В.Л., Паршин Д.А.* ЖЭТФ, 1982, **83**, 2301.
3. *Laikhtman B.D.* Phys. Rev. B., 1986, **33**, 2781.
4. *Black J.L., Halperin B.I.* Phys. Rev. B., 1977, **16**, 2879.
5. *Гальперин Ю.М., Гуревич В.Л., Паршин Д.А.* Письма в ЖЭТФ, 1987, **45**, 85.
6. *Левинсон И.Б.* Письма в ЖЭТФ, 1983, **37**, 157.
7. *Кляцкин В.И.* Стохастические уравнения и волны в случайно неоднородных средах. М.: Наука, 1980.
8. *Чандрасекар С.* Стохастические проблемы в физике и астрономии. М.: ИЛ. 1947.
9. *Scott P.L., Jeffries C.D.* Phys. Rev., 1962, **127**, 32.

Ленинградский
политехнический институт им. М.И.Калинина

Поступила в редакцию
19 февраля 1987 г.