

ФРАКТАЛЬНОСТЬ В ПРОЦЕССАХ МНОЖЕСТВЕННОГО РОЖДЕНИЯ

И.М.Дремин

Предложен способ определения внутренней размерности блужданий партонов по экспериментальным данным о средней множественности и наклоне дифракционного конуса в адронных процессах. Проведено сопоставление с e^+e^- -аннигиляцией.

Пространственно-временные характеристики систем, образующихся в результате соударения двух адронов высокой энергии, обсуждались, начиная с ранних работ Гейзенберга, а затем работ Ферми, Померанчука и Ландау по статистическому и гидродинамическому описанию эволюции таких систем. Впоследствии они изучались в рамках мультипериферических (клас-терных и партонных) моделей, а также для кварк-глюонной плазмы. Несомненный интерес представляет и пространственно-временное развитие партонного каскада в электрон-позитронной аннигиляции и в глубоконеупругом рождении адронов.

Обычно процесс множественного рождения адронов рассматривается на первом этапе как образование большого числа партонов (кварков, глюонов), которые затем за счет взаимодействий, направленного движения, диффузии и слипания превращаются в конечные бесцветные адроны. Феноменологическое описание динамики процесса бывает либо мультипериферическим (с учетом перерасеяния), либо струнным (где адронизация струн представляет собой классический стохастический процесс), либо каскадным (уравнения Алтарелли – Паризи).

В частности, в простой мультипериферической лестнице развитие процесса представляется как броуновское движение партонов ^{1, 2} между точками рождения частиц. При этом средний квадрат прицельного параметра – расстояния в поперечной плоскости $\bar{\rho}^2$, определяющий наклон дифракционного конуса b , пропорционален числу шагов, т. е. средней множественности \bar{n} :

$$b \sim \bar{\rho}^2 \sim \bar{n}, \quad (1)$$

где \bar{n} и b растут с энергией логарифмически в мультипериферической картине. В действительности, их рост на опыте разный и заметно более быстрый для \bar{n} . Столь простая связь наклона конуса со средней множественностью нарушается даже в мультипериферической картине, если учесть перерасеяние начальных партонов и взаимодействия партонов в лестнице. При этом диффузия партонов уже более сложная, а сами диаграммы напоминают разветвленные электрические цепи или фракталы ³⁻⁵.

Естественно поставить вопрос о том, какова внутренняя размерность блужданий партонов в образовавшейся системе. Эта размерность обозначается D'_W и определяется как ⁵

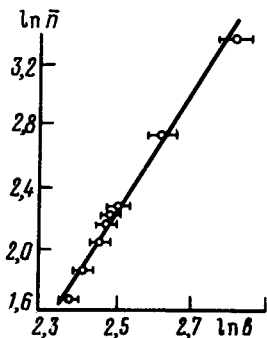
$$b \sim \bar{\rho}^2 \sim \bar{n}^{2/D'_W}, \quad (2)$$

причем $D'_W = 2 + \theta$, где θ — показатель аномальной диффузии (коэффициент диффузии зависит от расстояния по закону $\kappa(\rho) = \kappa\rho^{-\theta}$). Отсюда найдем:

$$D'_W = 2 \frac{d \ln \bar{n}}{d \ln b} \quad (3)$$

т. е. по экспериментальным данным о множественности и наклоне дифракционного конуса можно определить внутреннюю размерность блужданий партонов. Соответствующие результаты для pp - и $p\bar{p}$ -взаимодействий приведены на рисунке. Видно, что в первом приближении они описываются единой прямой, по наклону которой находим

$$(D'_W)_p \approx 7,5 \pm 1,5 \quad (4)$$



Экспериментальные данные о средней множественности \bar{n} и наклоне дифракционного конуса b для pp и $p\bar{p}$ -взаимодействий (указаны точками) определяют размерность внутренних блужданий партона. По наклону проведенной прямой находим $D'_W \approx 7,5 \pm 1,5$

Столь большая величина (напомним, что для броуновского движения $\theta = 0$ и $D'_W = 2$) внутренней размерности блужданий¹⁾ указывает на то, что партон диффундирует с многократными возвратами, т. е. его путь — весьма запутанная траектория. При этом вероятность найти партон с прицельным параметром ρ ведет себя как

$$P \sim \exp \left[- \frac{\rho^{D'_W}}{\kappa D'^2_W \bar{n}} \right] \quad (5)$$

Экспериментальные данные для $p\pi$ в меньшей области энергий дают $(D'_W)_\pi \approx 4$.

Возможна и другая интерпретация полученных результатов. Может расти не запутанность траектории отдельного партона, а число партонов. Наклон конуса отражает среднюю удаленность партона. Тогда при броуновском движении число шагов партона должно быть равно

\bar{n}^{2/D'_W} , т. е. число партонов велико $\sim \bar{n}^{1-2/D'_W}$.

Независимо от интерпретации экспериментальные данные дают аргумент в пользу статистико-гидродинамических моделей неупругих адронных соударений.

Попробуем теперь применить соображения о блуждании партонов к e^+e^- -аннигиляции. К сожалению, здесь в нашем распоряжении нет такой величины как наклон дифракционного конуса и внутреннюю размерность блужданий партонов можно определить, лишь опираясь на конкретную теоретическую схему. В качестве таковой возьмем уравнения Алтарелли — Паризи⁶, вводя динамическое обрезание процесса развития каскада^{7,8}. Роль квадрата расстояния играет здесь обратный квадрат 4-импульса партона $1/k^2$. Поэтому кажется естественным по аналогии с (3) определить внутреннюю размерность блужданий партонов как

$$D'_W = - 2 \frac{d \ln \bar{n}}{d \ln k^2} \quad (6)$$

¹⁾ Хотя точность определения D'_W невелика из-за неопределенностей в определении b (фактически выбраны значения, дающие нижнюю границу D'_W), важно, что эта величина заметно больше 2.

Используя решения уравнений развития глюонного каскада из начального глюона, полученные в ^{5, 6}, имеем²⁾ :

$$D'_W = \frac{e^{2\pi b y}}{\pi b \ln Q^2 / \Lambda^2} \left[\frac{I_1(\sqrt{8C_V y \ln E_0 / \beta})}{I_0(\sqrt{8C_V y \ln E_0 / \beta})} \left(\frac{2C_V \ln E_0 / \beta}{y} \right)^{1/2} - a \right], \quad (7)$$

где $b = \frac{33 - 2n_f}{12\pi}$; $n_f = C_V = 3$, $a = \frac{101}{18}$, $y = \frac{1}{2\pi b} \ln \frac{\ln Q^2 / \Lambda^2}{\ln k^2 / \Lambda^2}$, E_0 — начальная энергия, Q^2 — начальный квадрат 4-импульса партона, Λ и β — параметры обрезания, которые примем одинаковыми, I_μ — функции Бесселя порядка μ .

Отсюда при $y = 0$, т. е. в самом начале эволюции каскада, получим

$$D'_W = \frac{1}{\pi b \ln Q^2 / \Lambda^2} \left(2C_V \ln \frac{E_0}{\beta} - a \right), \quad (8)$$

Полагая $Q^2 \sim E_0^2/4$, оцениваем $D'_W \sim 1$ (при $E_0 \rightarrow \infty$ имеем $D'_W = 4/3$), т. е. партон слабо отклоняется от прямой в начальный период развития каскада. Используя экспериментальную зависимость множественности от энергии (см., например, ⁹), можно оценить конец развития каскада y_c как

$$(8C_V y_c)^{1/2} = 1,92 \pm 0,07. \quad (9)$$

Подставляя это значение y_c в формулу (6), нетрудно заметить, что и в конце развития каскада значение D'_W не сильно отлично от единицы и мало меняется при современных энергиях. Таким образом, приходим к выводу, что в электрон-позитронной аннигиляции партоны слабо отклоняются от прямой в процессе развития каскада в отличие от картины сложного запутанного движения, которая имеет место в адронных столкновениях.

Предлагаемый метод, естественно, можно использовать и в других процессах, где доступна партоновая интерпретация. К сожалению, он не дает информации о фрактальной размерности D образующейся системы³⁾, но можно думать, что большая размерность внутренних блужданий партонов в адронной системе говорит о ее сложной структуре.

Я благодарен И.В.Андрееву, И.М.Соколову, Е.Л.Фейнбергу за обсуждение вопросов, затронутых в статье.

Литература

1. Фейнберг Е.Л., Чернавский Д.С. УФН, 1964, **82**, 3.
2. Грибов В.Н. Элементарные частицы (Первая школа физики ИТЭФ), вып. 1, с. 65 — М: Атомиздат, 1973.
3. Зельдович Я.Б., Соколов Д.Д. УФН, 1985, **146**, 493.
4. Смирнов Б.М. УФН, 1986, **149**, 177.
5. Соколов И.М. УФН, 1986, **150**, 221.
6. Altarelli G., Parisi G. Nucl. Phys., 1977, **B126**, 298.
7. Дремлюк И.М. Письма в ЖЭТФ, 1980, **31**, 201.
8. Дремлюк И.М., Леонидов А.В. ЯФ, 1982, **35**, 430.
9. Barreiro F. Fortschritte d. Phys., 1986, **8**, 503.
10. O'Shanhnessy B., Procaccia I. Phys. Rev. Lett., 1985, **54**, 455.

Поступила в редакцию

7 января 1987 г.

4 апреля 1987 г.

Физический институт им П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

²⁾ Другие каскады отличаются лишь несущественными здесь предэкспоненциальными множителями.

³⁾ Она входит лишь в предэкспоненциальный множитель в решении (5) уравнения диффузии ^{5, 10}.