Письма в ЖЭТФ, том 45, вып. 12, стр. 556 – 559 *25 июня 1987 г.*

ВИХРИ НА МИРОВОМ ЛИСТЕ СТРУНЫ И КРИТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА

Я.И.Коган

Вихри на мировом листе струны, движущейся в неодносвязном пространстве, приводят к непрерывной зависимости критических индексов, в частности, критической размерности, от параметров нестягиваемых циклов. Существуют предельные значения последних вследствие фазового перехода, связанного с потерей конформной симметрии. Обсуждаются многочисленные приложения.

Рассмотрим струну в формализме суммирования по поверхностям [1], когда струнная динамика определяется двумерной конформной теорией на мировом листе [2], распространяющуюся в неодносвязном пространстве M. Далее мы будем говорить для простоты только о бозонных струнах. Обобщение на случай суперструн требует некоторых незначительных модификаций и, наряду с подробными объяснениями приводимых далее утверждений, будет опубликовано. Нетривиальная $\pi_1(M)$ возникает в широком классе задач, например: а) компактификация на торы порожденные решетками, в частности на максимальные торы групп Ли, порожденные корневыми решетками в модели гетеротической струны [3], $\pi_1(M) = \underbrace{Z \times \ldots \times Z}_{r}$, r – ранг группы; б) компактификация на неодносвязные многообразия Калаби – Яо или орбифолды [4], $\pi_1(M)$ – конечная группа, может быть неабелева; в) струны при конечных температурах [5], пространство периодично по мнимому времени с периодом T^{-1}, топология $M = R^{D-1} \times S^1$, $\pi_1(M) = Z$. Радиус R связан с температурой T соотношением $R = (2\pi T)^{-1}$. Этот же пример можно рассматривать и как простейшую компактификацию на S^1.

Кроме этого нетривиальная π_1 возникает при описании метрик типа черной дыры, с отождествленными правым и левыми мирами, на фоне космологических струн и т. д. Мы начнем изучение вихрей со случая в).

1. Действие струны имеет вид

$$S = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2 z \sqrt{g} g^{ab}(z) \partial_a x^\mu \partial_b x^\nu g_{\mu\nu}(x) ,$$

где $g_{ab}(z)$ и $g_{\mu\nu}(x)$ – метрики на мировом листе и в пространстве вложения. В критической размерности можно избавиться от $g_{ab}(z)$ и получить действие двумерной конформной теории только полей x^μ. Интересующему нас компактному измерению отвечает действие

$$S = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2 z\, \partial_a x \partial_a x = (R^2/4\pi\alpha') \int d^2 z\, \partial_a \varphi \partial_a \varphi ; \quad \varphi \in [0, 2\pi] \quad a = 1,2 , \tag{1}$$

описывающее непрерывный предел XY-модели или планарного магнетика, детальное изучение этой модели было предпринято Березинским [6] и продолжено Костерлицем и Таулесом [7] (БКТ). Существуют две фазы : низкотемпературная, обладающая конформной инвариантностью, и высокотемпературная, с экспоненциально спадающими корреляторами, привычная нам струна описывается только первой фазой. Причина фазового перехода БКТ – рождение вихрей, непертурбативных флуктуаций с логарифмически большим действием. Появление таких флуктуаций не является артефактом регуляризации (в [6, 7] на решетке), в частности наивная регуляризация по Паули – Вилларсу не годится, так как массовый член нарушает симметрию $\varphi \Rightarrow \varphi + 2\pi n$, а потенциал типа $M^2 \cos\varphi$ приводит к бесконечному самодействию при $M \to \infty$, что есть проявление тех же вихревых эффектов.

В неконформной фазе вихри образуют двумерную кулоновскую плазму, дебаевское экранирование в которой и приводит к потере конформных свойств, а в конформной фазе вихри и антивихри связаны в диполи. Поле и действие вихря с зарядом q (класс отображения $\pi_1(S^1)$) есть :

$$\varphi(z) = -\frac{i}{2} q \ln[(z - z_0)/(\bar{z} - \bar{z}_0)], \qquad S_q = \pi\beta q^2 \ln(A/a^2) ; \tag{2}$$

$z = x + iy$, $\beta = R^2/4\pi\alpha'$, A – площадь мирового листа, a – шаг решетки, ультрафиолетовое обрезание. Фазовый переход происходит когда рождение вихря термодинамически выгодно, его свободная энергия равна нулю, и, поскольку энтропия вихря очевидно равна $\ln(A/a^2)$, то

$$F_q = (\pi\beta q^2 - 1)\ln(A/a^2), \quad |q| = 1, \quad \beta_c = \pi^{-1}, \quad R_c = 2\sqrt{\alpha'}.$$

Именно при этом R_c солитонный сектор содержит дополнительные безмассовые состояния, а при $R < R_c$ в теории были бы дополнительные тахионы, так что видна связь между потерей конформных свойств на мировом листе и появлением дополнительных тахионов. Массовый спектр в теории струны имеет вид (L – солитонное число, m – номер импульса p_φ :

$$\frac{\alpha' M^2}{2} = 2(N-1) + \frac{\alpha' m^2}{2R^2} + \frac{L^2 R^2}{2\alpha'} + mL; \quad m, L = 0, \pm 1, \dots \tag{3}$$

Если теперь перевести R_c в критическую температуру $T_c = (2\pi R_c)^{-1}$, то получим $T_c = (4\pi)^{-1}(\alpha')^{-1/2}$. Сравнивая ее с предельной температурой в теории струны, температурой Хагедорна T_H, которая для бозонной струны равна [5]: $T_H = (2\pi)^{-1}((D-2)\alpha'/6)^{-1/2}$ D – размерность пространства-времени, получаем:

$$D = 26, \quad T_c = T_H , \quad D < 26, \quad T_c < T_H, \quad D > 26, \quad T_c > T_H \;!$$

Истинная причина расходимости в гиббсовском ансамбле струн – фазовый переход БКТ на мировом листе и потеря конформной симметрии!

В конформной дипольной фазе возникают непертубативные по α' поправки к корреляторам, а следствие этого и ко всем критическим параметрам двумерной конформной теории. В однодипольном приближении:

$$\langle \varphi(z)\, \varphi(0) \rangle = -(8\pi\beta)^{-1} (1 + 8\pi^2 \frac{\beta}{\beta - \beta_c} \exp(-\mu\beta)) \ln z^2 \qquad (4)$$

μ – минимальная энергия диполя, химический потенциал. Из (4) находим поправки к коэффициентам в операторных разложениях определяющих, например, массовый спектр струны и критическую размерность. В первом случае рассматривается произведение вершинного оператора $V(z)$ и двумерного тензора энергии-импульса $T(z)$:

$$V(z)T(z') = \Delta_V (z - z')^{-2} V(z) + (z - z')^{-1} \partial_z V + \ldots .$$

Из конформной симметрии $\Delta_V = 2$ и находя Δ_V из (4) получаем спектр:

$$\frac{M^2\alpha'}{2} = 2(N-1) + \frac{m^2\alpha'}{2R^2} (1 + 8\pi^2 \frac{R^2}{R^2 - 4\alpha'} \exp(-\mu R^2/4\pi\alpha')) \qquad (3')$$

Из (3′) можно получить перенормировку R_c за счет диполь-дипольного взаимодействия, полученную ранее ренормгрупповыми методами [7, 8]. Поправки к центральному заряду алгебры Вирасоро находятся из :

$$T(z)\, T(z') = \frac{c}{2} (z - z')^{-4} + \ldots .$$

и получаем

$$c_\varphi = (1 + 8\pi^2 \frac{\beta}{\beta - \beta_c} \exp(-\mu\beta))^2 ; \qquad \sum_{i=1}^{D} c_i = 26, \qquad (5)$$

что означает отклонение критической размерности от обычной при наличии нестягиваемого цикла (циклов)! Это может позволить строить теорию в других критических размерностях. Также возникают поправки к уравнениям движения безмассовых полей (гравитон, дилатон, ...), в частности генерируется космологический член, зависящий от параметров, например T:

$$\Lambda = (8/3)\pi^2 (\alpha')^{-1} \exp(-\mu/16\pi^3\alpha' T^2) .$$

2. Перейдем к решеткам. Интересующее действие в этом случае есть:

$$S = \beta \int d^2 z a_{ij} \partial_a \varphi^i \partial_a \varphi^j ; \qquad i, j = 1, \ldots r.$$

a_{ij} – матрица решетки. Эта модель обобщает XY-модель на случай нескольких "цветов", в ней также есть вихри, но теперь взаимодействуют "цвета". Коррелятор в этой модели имеет вид: $\langle \varphi^i(z) \varphi^j(0) \rangle = -(8\pi\beta)^{-1} a^{-1}_{ij} \ln z^2$, в однодипольном приближении поправка пропорциональна δ_{ij}, а в двухдипольном – a_{ij} (корреляционной энергии диполей с "цветами" i и j), высшие поправки сводятся либо к δ_{ij} либо к степеням a_{ij} :

$$\langle \varphi^i(z) \varphi^j(0) \rangle = -(8\pi\beta)^{-1} (a^{-1}_{ij} + c_1 \delta_{ij} + c_2 a_{ij} + \ldots) \ln z^2 . \qquad (6)$$

Из (6) следует, что только самодуальные решетки с $a_{ij} = a^{-1}_{ij}$ сохраняют свою структуру при дипольных перенормировках – и именно эти решетки используются в модели гетеротической струны! Если изучается решетка с лоренцовой сигнатурой, то компоненты имеющие неправильный знак действия отвечают антиферромагнетику, непертурбативные эффекты здесь также существенны.

3. В заключение кратко остановимся на компактификации. Помимо уже упоминавшейся выше возможности других размерностей (см. (5)) имеется механизм генерации конденса-

тов внешних полей при уменьшении $R < R_c$. В этом случае образуется вихревая фаза, описываемая действием (см. [10])

$$S = \int d^2 z \, (\beta \partial_a \chi \partial_a \chi + \lambda \cos \beta \chi).$$

Если теперь рассмотреть модель синус-Гардон во внешнем поле тахиона то оно может сократить потенциал и восстановить конформную симметрию. В суперслучае в конденсат будет выпадать поле Янга – Миллса, так как потенциал супер синус-Гардон есть $\bar{\psi} \psi \cos \beta \chi$, именно такой вид имеет нужная часть вершинного оператора поля Янга – Миллса. Этот механизм может объяснять дальнейшее нарушение калибровочной симметрии в модели суперструн (см. [9, 4]).

Автор благодарен А.А.Абрикосову (мл.) и К.А.Тер-Мартиросяну за интересные обсуждения. После того как эта работа была подготовлена к печати, А.А.Цейтлин обратил внимание автора на препринт [11], в котором также обсуждалась роль вихрей для объяснения температуры Хагедорна, но не говорилось о изменении критических параметров.

Литература

1. *Polyakov A.M.* Phys. Lett., 1981, **103B**, 207.
2. *Belavin A.A., Polyakov A.M., Zamolodchikov A.B.* Nucl. Phys., 1984, **B241**, 333.
3. *Freund P.G.O.* Phys. Lett., 1984, **151B**, 387; *Gross D.J. et al.* Phys. Rev. Lett., 1985, **54**, 502.
4. *Candelas P. et al.* Nucl. Phys., 1985, **B258**, 46; *Dixon L. et al.* Nucl. Phys., 1985, **B261**, 678.
5. *Hagedorn R.* Nuov. Cim., 1967, **52A**, 1336; *Huang K., Weinberg S.* Phys. Rev. Lett., 1970, **25**, 895; *Bowick M.J., Wijewardhana L.C.R.* Phys. Rev. Lett., **1985**, **54**, 2485; *Alvarez E.* Phys. Rev., 1985, **D31**, 418.
6. *Березинский В.Л.* ЖЭТФ, 1970, **59**, 907; 1971, **61**, 1144.
7. *Kosterlitz J.M., Thouless D.* J.Phys., 1973, **C6**, 1181.
8. *Паташинский А.З., Покровский В.Л.* Флуктуационная теория фазовых переходов. М.: Наука, 1982.
9. *Hosotani Y.* Phys. Lett., 1984, **129B**, 183.
10. *Coleman S.* Phys. Rev., 1975, **D11**, 2088; *S.Samuel.* Phys. Rev., 1978, **D18**, 1916.
11. *Sathiapalan B.* Preprint UCLA 86/TEP/37.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
13 мая 1987 г.