Письма в ЖЭТФ, том 45, вып. 12, стр. 586 – 589 *25 июня 1987 г.*

СВЕРХТЕКУЧИЙ ПЕРЕНОС ПРЕЦЕССИИ В ^{3}He-*B*

Э.Б.Сонин

Рассматривается сверхтекучий перенос прецессии, наблюдавшийся недавно в B-фазе. Определено значение критического тока по Ландау. Обсуждается структура вихря прецессии, возникающего при проскальзывании фазы прецессии.

Недавно были опубликованы экспериментальные [1] и теоертические [2] исследования, указывающие на существование магнитной сверхтекучести в B-фазе He^3. Под магнитной сверхтекучестью понимается перенос спина на макроскопически большие расстояния бездиссипативным потоком (сверхпотоком), пропорциональным углу поворота в спиновом пространстве параметра порядка. Применительно к процессам релаксации в A-фазе He^3 это явление обсуждалось начиная с работ [3,4]. Аналогия бездиссипативного переноса спина со сверхтекучим переносом массы ограничена тем, что спин, в отличие от массы, не подчиняется строгому закону сохранения. Это существенно влияет на характер бездиссипативного переноса, но не исключает при этом возможности его существования и наблюдения [5].

Явление бездиссипативного переноса, обнаруженного в B-фазе [1,2], имеет ряд специфических особенностей, отличающих его от бездиссипативного переноса спина, обсуждавшегося прежде. Если раньше [5] речь шла о переносе проекции спина на ось постоянного магнитного поля, то в B-фазе имел место перенос физической величины, равной разности проекций спина на ось магнитного поля на некую подвижную ось, почти совпадающую с прецессирующим вокруг магнитного поля вектором спина [1)]. Эта величина является приближенным интегралом движения (в пределе исчезающих градиентов – точным интегралом [6]). Ниже она будет называться моментом прецессии, поскольку канонически сопряженной ей величиной является не угол поворота в спиновом пространстве параметра порядка, как для настоящего спина, а угол поворота прецессирующего спина (фаза прецессии). Поэтому можно говорить о двух типах сверхтекучего переноса в спиновой динамике: переносе спина и переносе момента прецессии (переноса прецессии).

В настоящей работе излагается расчет критического градиента фазы прецессии, выше которого сверхпоток прецессии теряет устойчивость в смысле Ландау: рождение спиновых волн уменьшает энергию системы. Критический градиент равен по порядку величины обратной дипольной длине $\sim 10^3$ см$^{-1}$, если угол β между прецессирующим спином и магнитным полем превышает $104°$, а при $\beta < 104°$ обращается в нуль.

Свободная энергия спиновой прецессии для случая градиентов, перпендикулярных магнитному полю, имеет вид (Фомин [2,6])

$$F = \frac{\chi}{\gamma^2}\left\{(\omega_P - \omega_L)\omega_L(u-1) + \frac{1}{2}[(1-u)^2 c_\parallel^2 + (1-u^2)c_\perp^2](\vec\nabla\alpha)^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}c_\parallel^2(\vec\nabla\phi)^2 - c_\parallel^2(1-u)\vec\nabla\alpha\cdot\vec\nabla\Phi + \frac{1}{2}c_\perp^2\frac{(\vec\nabla u)^2}{1-u^2}\right\} + V(u,\Phi), \qquad (1)$$

где χ – воспроиимчивость, γ – гиромагнитное отношение, $c_\parallel$ и $c_\perp$ – скорости спиновых волн, α, Φ и β – углы Эйлера в теории Фомина (α – фаза прецессии), $\omega_L = \gamma H$ – ларморовская частота. Частота ω_P прецессии является лагранжевым множителем, обеспечивающим минимум свободной энергии для заданного значения момента прецессии с плотностью

---
1) На это обратил внимание автора В.Л.Голо.

$P = M_z - M = (u-1)\omega_L \chi/\gamma$. Угол Φ в однородном состоянии определяется из условия минимума дипольной энергии

$$V(u,\Phi) = \frac{2}{15}\,\frac{\chi\Omega^2}{\gamma^2}\left[(1+\cos\Phi)u + \cos\Phi - \frac{1}{2}\right]^2 \tag{2}$$

и равен нулю при $\beta > 104^\circ$. При $\beta < 104^\circ$ минимизация V по Φ обращает V в нуль. Из уравнений Гамильтона для пары сопряженных переменных α, P следует, что $\vec{\nabla}\Phi = \vec{\nabla}u = 0$ для стационарного состояния с потоком прецессии

$$\mathbf{j}_P = -\gamma\frac{\partial F}{\partial\vec{\nabla}\alpha} = -\gamma A(u)\vec{\nabla}\alpha = -\frac{\chi}{\gamma}[(1-u)^2 c_\parallel^2 + (1-u^2)c_\perp^2]\vec{\nabla}\alpha. \tag{3}$$

Значение u определяется из условия минимума свободной энергии (1):

$$\frac{\partial F}{\partial u} = \frac{\chi}{\gamma^2}(\omega_P - \omega_L)\omega_L + \frac{1}{2}A'(u)(\vec{\nabla}\alpha)^2 + V'(u) = 0. \tag{4}$$

Это условие эквивалентно условию постоянства химического потенциала для стационарного сверхтекучего потока массы.

Для определения устойчивости потока прецессии определим изменение энергии состояния с потоком прецессии, обусловленное малой статической флуктуацией его параметров, имеющей вид плоской волны $\sim e^{ikx}$. Для малых k все поправки, возникающие от членов, содержащих $\nabla\Phi$ и ∇u, могут быть опущены, и энергия флуктуации

$$\delta F = A(u_0)\frac{(\vec{\nabla}\alpha')^2}{2} + A'(u_0)\mathbf{h}\cdot\vec{\nabla}\alpha' u' + [A''(u_0)\frac{\mathbf{h}^2}{2} + V''(u_0)]\frac{u'^2}{2}. \tag{5}$$

квадратична по малым отклонениям $u' = u - u_0$ и $\vec{\nabla}\alpha' = \vec{\nabla}\alpha - \mathbf{h}$ от стационарного токового состояния с заданными $u = u_0$ и $\vec{\nabla}\alpha = \mathbf{h}$ (в дальнейшем нижний индекс 0 опускается). Условие положительной определенности этой квадратичной формы

$$A(u)[A''(u)h^2 + 2V''(u)] > 2A'(u)^2 h^2 \tag{6}$$

есть условие устойчивости, а значение h, при котором оно впервые нарушается, есть критическое значение градиента, равное при $\beta > 104^\circ$

$$h_{\text{кр}} = \left\{\frac{A(u)\,V''(u)}{A'(u)^2 - A(u)A''(u)/2}\right\}^{1/2} = \frac{4\Omega}{3\sqrt{5}}\left\{\frac{c_\parallel^2(1-u)^2 + c_\perp^2(1-u^2)}{[c_\parallel^2 + (c_\perp^2 - c_\parallel^2)u]^2 + c_\perp^4/3}\right\}^{1/2}. \tag{7}$$

При $\beta < 104^\circ$ $V''(u) = 0$, откуда следует, что $h_{\text{кр}} = 0$. Таким образом при $\beta = 104^\circ$ происходит скачок критического градиента от 0 до значения порядка обратной дипольной длины $\xi_D^{-1} \sim \Omega/c$.

В работе Фомина [2] критическое значение определялось длиной $\xi \approx c/\sqrt{(\omega_P - \omega_L)\omega_L}$, которая согласно вышеприведенному анализу не влияет прямо на устойчивость, так как член $\sim(\omega_P - \omega_L)$ в энергии (1) линеен по $P \sim (u-1)$ и не дает вклада в квадратичную форму, определяющую устойчивость. Но от $\omega_P - \omega_L$ зависит значение u в потоке, а изменение u может вызвать переход от большого критического градиента к нулевому (см. обсуждение эксперимента в конце сообщения).

Выведенное выше условие устойчивости сверхтекучего потока прецессии есть аналог критерия Ландау (ср. с выводом аналогичного критерия для спинового потока в ферромагнетике, кратко изложенного в конце разд. 3г в [5]). Из теории сверхтекучести известно, что диссипация в сверхпотоке начинается раньше достижения критических скоростей по Ландау (на эксперименте – иногда значительно раньше) и определяется процессом вихреобразования и движением вихрей поперек потока (проскальзывание фазы). Структура осесимметричного вихря, осуществляющего проскальзование фазы прецессии, вихря прецессии, определяется тем, что градиент фазы $\vec{\nabla}\alpha$ имеет только азимутальную компоненту $\nabla\alpha = 1/r$ (r – расстояние до линии вихря), а Φ и $u = \cos\beta$ зависят только от r и находятся минимизацией энергии. В центре вихря $u = 1$, $\Phi = 104°$, а на периферии угол Φ экспоненциально стремится к нулю на длине ξ_D, закон же спадания отклонения $u' = u - u_\infty$ (u_∞ – значение u при $r \to \infty$) – степенной:

$$u' \doteq \frac{15}{16}\,\frac{c_\parallel^2(1-u) + c_\perp^2 u}{\Omega^2}\,\frac{1}{r^2}\,.$$

На рис. 1 изображено отображение состояний с однородным потоком прецессии на пространство параметра порядка B-фазы (пространство трехмерных поворотов $R(\mathbf{n}, \theta)$), представляющего собой сферу радиуса π. Точки сферы получаются откладыванием величины угла поворота θ вдоль направления директриссы $\mathbf{n}$ (оси поворота), проведенной из центра сферы. Из рис. 1 видно, что в состоянии с потоком прецессии происходит пространственное вращение $\mathbf{n}$ вокруг оси z. На рис. 2 показан разрез отображения вихря прецессии.

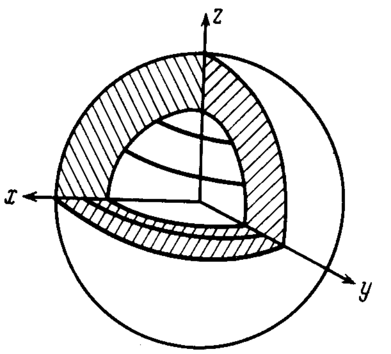

Рис. 1

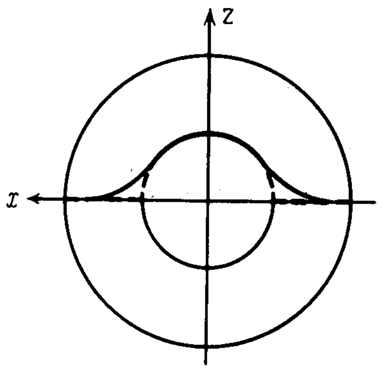

Рис. 2

Рис. 1. Отображение состояний с однородным потоком прецессии на пространство параметра порядка B-фазы (сфера радиуса π). Часть сферы вырезана, чтобы показать сферу радиуса $\arccos(1/4)$ (угол 104°), на которой дипольная энергия исчезает (вырожденные основные состояния). Толстые сплошные линии – отображения состояний с потоком прецессии на сферу угла 104° ($\beta < 104°$) и на плоскость xy ($\beta > 104°$)

Рис. 2 Отображение вихря прецессии в разрезе по плоскости xz. Пунктирная линия – разрез поверхности отображения для однородных потоков. Толстая сплошная линия – тоже для вихря. Полные поверхности отображения являются поверхностями вращения показанных линий вокруг оси z

В экспериментах [1] проскальзывание фазы наблюдалось при градиентах фазы на порядок меньших определенного выше критического значения $\xi_D^{-1} \simeq 10^3$ см$^{-1}$. Помимо общих причин, связанных с неясными до сих пор даже для обычной сверхтекучей жидкости закономерностями вихреобразования такое расхождение можно объяснить следующим образом. На эксперименте угол β незначительно превышал 104°. Из условия (4), определяющего $u = \cos\beta$, следует, что рост $\nabla\alpha$ при заданной скорости прецессии ω_P приводит к увеличению u, т. е. уменьшению β. Локально в местах большого градиента $\nabla\alpha$ угол β может стать меньше 104° и там сразу начнется проскальзывание фазы в силу обращения в нуль критического градиента при $\beta < 104°$.

Автор признателен И.А.Фомину за полезные дискуссии.

Литература

1. *Боровик-Романов А.С., Буньков Ю.М., Дмитриев В.В., Мухарский Ю.М.* Письма в ЖЭТФ, 1987, **45**, 98.
2. *Фомин И.А.* Письма в ЖЭТФ, 1987, **45**, 106.
3. *Vuorio M.J.* J. Phys. 1974, **C7**, *L*5.
4. *Corruccini L.R., Osheroff D.D., Lee D.M., Richardson R.C.* Phys. Rev. Lett., 1975, **34**, 564.
5. *Сонин Э.Б.* УФН, 1982, **137**, 267.
6. *Фомин И.А.* ЖЭТФ, 1985, **88**, 2039.

Физико-технический инстит им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
30 апреля 1987 г.