

К теории спиновой восприимчивости иттриевых купратов в рамках двухплоскостной модели фruстрированного антиферромагнетика

Н. А. Козлов¹⁾, А. Ф. Барабанов¹⁾

Институт физики высоких давлений РАН, 142190 Троицк, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 27 марта 2007 г.

Развивается теория сферически-симметричного подхода для двухплоскостной фрустрированной модели Гейзенберга с учетом конечного затухания у динамической спиновой восприимчивости $\chi(q, \omega)$ при конечных температурах. Для иттриевых купратов теория позволяет описать результаты нейтронных экспериментов для акустической, $\chi_{ac}(q, \omega)$, и оптической, $\chi_{opt}(q, \omega)$, ветвей восприимчивости в широком интервале по допированию. Обсуждаются проблема восстановления значений обменных констант, страйл сценарий формирования пика в области 40 мэВ у q -принтегрированной восприимчивости $\chi''_{2D}(\omega)$, сильная перенормировка спектра спиновых возбуждений (обусловленная конечным затуханием) и отличия подхода от метода линейных спиновых волн.

PACS: 71.27.+a, 74.72.-h, 75.20.-g

1. Введение. Экспериментальное изучение спинового отклика в купратах, главным образом с помощью нейтронного рассеяния, составляет предмет огромного числа статей и значительного количества обзоров (см., например, [1–5]). Общепризнанно, что решающим структурным элементом купратов является плоскость CuO₂ с большой величиной обмена $J \sim 100 \div 150$ мэВ. Нейтронные эксперименты подтверждают – спиновые свойства La_{2-x}(Sr,Ba)_xCuO₄ и YBa₂Cu₃O_{6+x} подобны, за исключением важных различий, вызванных наличием двух близко лежащих CuO₂ плоскостей в YBa₂Cu₃O_{6+x}. Последнее приводит к наличию акустической и оптической ветвей восприимчивости $\chi_{ac,opt}(\mathbf{q}, \omega)$.

Настоящая работа представляет собой попытку построения теории $\chi(\mathbf{q}, \omega)$ на основе фрустрированной двумерной модели Гейзенберга и трактовку экспериментов для несверхпроводящего состояния YBa₂Cu₃O_{6+x}.

Нейтронные эксперименты [1–5] для иттриевых купратов дают следующие отличия (см. экспериментальные кривые, приведенные на рис.1–4) в диэлектрическом пределе $x = 0.15$ (сильно недодопированный предел) – ниже режим A – и в пределе большого и оптимального допирования – режим B – $x \geq 0.5$. В первом случае $\chi''_A(\mathbf{q}, \omega)$ (χ'' – мнимая часть χ) демонстрирует хорошие квазичастичные свойства (малое затухание). Далее, $\chi''_{ac,A}(\mathbf{q}, \omega)$ при $\mathbf{q} = \mathbf{Q}$ ($\mathbf{Q} = (\pi; \pi)$ – антиферромагнитный вектор) отвечает ну-

левой спиновой щели $\Delta_{\mathbf{Q}}^{ac,A}$, а $\chi''_{opt,A}(\mathbf{q}, \omega)$ отвечает $\Delta_{\mathbf{Q}}^{opt,A} \approx 80$ мэВ. Важно, что q -принтегрированные восприимчивости $\chi''_{2D}^{(opt),A}(\omega)$ имеют пик по частоте при $\omega \gtrsim 200$ мэВ (см. рис.2). Переход в режим B радикально перестраивает систему, что в первую очередь сказывается в сдвиге пика $\chi''_{2D}^{(ac),B}(\omega)$ в область $\omega \approx 40$ мэВ ([6], см. рис.3). При этом низкочастотная восприимчивость $\chi''_{ac,opt}(\mathbf{Q}, \omega)$ сохраняет следы квазичастичных свойств с шириной пиков порядка $40 \div 50$ мэВ. Далее, $\chi''_{ac,B}(\mathbf{q}, \omega)$ отвечает “размытой” щели $\Delta_{\mathbf{Q}}^{ac,B} \approx 30$ мэВ. Нетривиальным является то, что щель $\Delta_{\mathbf{Q}}^{opt,B} \approx 60$ мэВ оказывается меньше $\Delta_{\mathbf{Q}}^{opt,A} \approx 80$ мэВ, а скорость спиновых возбуждений $c^B < c^A$ ($c^{A,B}$ определяются по наклону линейной области спектра вблизи \mathbf{Q}). Последние два обстоятельства приводят к широко распространенному утверждению относительно сильного уменьшения (почти в два раза) величины внутриплоскостного обмена J_1 при увеличении допирования (см., например, [7]). При этом все известные нам теоретические анализы экспериментальных результатов, включая последнее утверждение, основываются на трактовке эксперимента в рамках теории линейных спиновых волн (LSW) [3–10]. В случае двухплоскостной модели антиферромагнетика (АФМ) LSW дает следующий явный вид для спектра возбуждений [11]: $\omega_{ac,opt}^{LSW}(\mathbf{q}) = 2J_1 \{1 - \gamma_g^2(\mathbf{q}) + J_3/2J_1[1 \pm \gamma_g(\mathbf{q})]\}^{1/2}$, где $\gamma_g(\mathbf{q}) = \frac{1}{2}(\cos(q_x) + \cos(q_y))$. Как видно, $\omega_{ac}^{LSW}(\mathbf{q})$ всегда является бесщелевой при $\mathbf{q} = \mathbf{Q}$ и всегда имеет симметрию магнитной зоны Бриллюэна $\omega_{ac}^{LSW}(\mathbf{Q} - \mathbf{q}) =$

¹⁾e-mail: apos84@mail.ru, abarabanov@mtu-net.ru.

$= \omega_{opt}^{LSW}(\mathbf{q})$ из-за наличия двух подрешеток при построении теории. В этой теории трактовка АФМ возможна только при $T = 0$. Кроме того, известно, что в существующем виде LSW не пригодна для трактовки случая B , где эксперимент указывает на необходимость учитывать затухание спиновых возбуждений. И наконец, LSW не контролирует выполнение важного правила сумм для $\chi''(\mathbf{q}, \omega)$. Поэтому представляется актуальным развитие теории, преодолевающей упомянутые выше ограничения.

В настоящей работе для объяснения основных свойств спиновой системы $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ предлагается подход, основанный на двумерной фruстрированной модели Гейзенберга. Ниже параметр фruстрации p ($0 \leq p \leq 1$) определяется как $p = J_2/(J_1 + J_2)$; J_1, J_2 – константы АФМ внутриплоскостного обменного взаимодействия для первых и вторых ближайших соседей. Ключевое предположение состоит в соответствии между допированием в моделях со свободными носителями и фruстрацией в чисто спиновой модели, оно предложено в [12]. Это предположение физически естественно: движущаяся дырка разрушает магнитный порядок; в чисто спиновой модели то же самое происходит с ростом p . Кроме того, оно основано на сходном характере изменения спиновых корреляторов в зависимости от x и p . Подчеркнем, что никаких строгих утверждений относительно соответствия $x \longleftrightarrow p$ не существует. Однако оказывается, что чисто спиновая фruстрированная модель позволяет воспроизвести все основные свойства $\chi(\mathbf{q}, \omega)$ для $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ в широком диапазоне допирования.

Отметим, что фruстрация всегда присутствует в спиновой подсистеме допированной плоскости CuO_2 . Даже в диэлектрическом пределе отношение обмена на вторых соседях к обмену на первых оценивается примерно в $J_2/J_1 \approx 0.1$ [13]. Широко обсуждается роль фruстрации как движущей силы образования различных спин-жидкостных состояний. Считается, что в области $J_2/J_1 \approx 0.5$ (это отвечает $p \approx 0.3$) может иметь место квантовый фазовый переход [14]. Близкие значения параметра фruстрации принимаются при обсуждении страйл-схемария возникновения несоизмеримых пиков [15]. Упомянем, что чисто спиновая модель неоднократно использовалась для анализа спинового отклика допированной плоскости CuO_2 (см., например, [16]).

Излагаемый ниже подход близок к подходам [17–20], основанным на методе функции памяти [21]. Однако в рамках метода функции памяти затруднительно получить явное аналитическое выражение для спектра спиновых возбуждений, вследствие чего воз-

никают трудности при вычислении самосогласованной $\chi''(\mathbf{q}, \omega)$.

2. Модель и метод. Гамильтониан двумерной фruстрированной модели Гейзенберга имеет вид:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \frac{1}{2} J_1 \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{g}, \alpha} (S_{\mathbf{r}}^{\alpha} S_{\mathbf{r}+\mathbf{g}}^{\alpha} + B_{\mathbf{r}}^{\alpha} B_{\mathbf{r}+\mathbf{g}}^{\alpha}) + \\ & + \frac{1}{2} J_2 \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{d}, \alpha} (S_{\mathbf{r}}^{\alpha} S_{\mathbf{r}+\mathbf{d}}^{\alpha} + B_{\mathbf{r}}^{\alpha} B_{\mathbf{r}+\mathbf{d}}^{\alpha}) + J_3 \sum_{\mathbf{r}, \alpha} S_{\mathbf{r}}^{\alpha} B_{\mathbf{r}}^{\alpha}. \quad (1) \end{aligned}$$

Здесь \hat{H} описывают двухплоскостную систему локализованных спинов $S = 1/2$ и $B = 1/2$ на квадратных решетках, \mathbf{g} и \mathbf{d} – векторы первых и вторых ближайших соседей. S, B – операторы спина на первой и второй CuO_2 плоскостях. Первые два члена (1) описывают АФМ фruстрированное внутриплоскостное J_1, J_2 взаимодействие. Последний член отвечает межплоскостному взаимодействию с константой обмена J_3 .

Фruстрированная спиновая система рассматривается в сферически-симметричном приближении. Спиновые возбуждения описываются запаздывающими функциями Грина $\langle\langle S_{\mathbf{q}}^{\alpha} | S_{-\mathbf{q}}^{\alpha} \rangle\rangle_{\omega} = \langle\langle B_{\mathbf{q}}^{\alpha} | B_{-\mathbf{q}}^{\alpha} \rangle\rangle_{\omega}$ и $\langle\langle S_{\mathbf{q}}^{\alpha} | B_{-\mathbf{q}}^{\alpha} \rangle\rangle_{\omega} = \langle\langle B_{\mathbf{q}}^{\alpha} | S_{-\mathbf{q}}^{\alpha} \rangle\rangle_{\omega}$, которые вырождены по декартовому индексу α . При этом среднее значение спина на узле есть ноль $\langle S_{\mathbf{R}}^{\alpha} \rangle = \langle B_{\mathbf{R}}^{\alpha} \rangle = 0$.

В случае одной плоскости, следуя [22–24], методом неприводимых функций Грина [25, 26] можно вывести формально точное выражение для функции Грина $\langle\langle S_{\mathbf{q}}^z | S_{-\mathbf{q}}^z \rangle\rangle_{\omega}$. Обобщая этот подход на двухплоскостную модель и используя $u-v$ -преобразование

$$\mathbf{s}_{\mathbf{q}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{S}_{\mathbf{q}} - \mathbf{B}_{\mathbf{q}}), \quad \mathbf{b}_{\mathbf{q}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{S}_{\mathbf{q}} + \mathbf{B}_{\mathbf{q}}),$$

можно получить выражения для экспериментально наблюдающихся акустической, $\chi_{ac}(\mathbf{q}, \omega) = -\langle\langle b_{\mathbf{q}}^{\alpha} | b_{-\mathbf{q}}^{\alpha} \rangle\rangle_{\omega}$, и оптической, $\chi_{opt}(\mathbf{q}, \omega) = -\langle\langle s_{\mathbf{q}}^{\alpha} | s_{-\mathbf{q}}^{\alpha} \rangle\rangle_{\omega}$, восприимчивостей:

$$\begin{aligned} \chi_{ac}(\mathbf{q}, \omega) &= \frac{-2F_{ac}(\mathbf{q})}{\omega^2 - \omega_{ac}^2(\mathbf{q}) - R_{ac}(\mathbf{q}, \omega)}; \\ \chi_{opt}(\mathbf{q}, \omega) &= \frac{-2F_{opt}(\mathbf{q})}{\omega^2 - \omega_{opt}^2(\mathbf{q}) - R_{opt}(\mathbf{q}, \omega)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Выражения для $F_{ac, opt}(\mathbf{q}), \omega_{ac, opt}(\mathbf{q}), R_{ac, opt}(\mathbf{q}, \omega)$ имеют громоздкий вид, и мы приведем схематический вид только для спиновых спектров $\omega_{ac, opt}(\mathbf{q})$:

$$\begin{aligned} \omega_{opt}^2(\mathbf{q}) &= 2[(\gamma_1 K_1 + \gamma_2 K_2) - (\gamma_3 K_3 + \gamma_4 K_4) - \\ &\quad - (\gamma_5 K_5 + \gamma_6 K_6)] + 8J_1 J_3 \gamma_1 (m_g - c_g), \\ \omega_{ac}^2(\mathbf{q}) &= 2[(\gamma_1 K_1 + \gamma_2 K_2) - (\gamma_3 K_3 + \gamma_4 K_4) - \\ &\quad - (\gamma_5 K_5 + \gamma_6 K_6)] - 8J_1 J_3 (m_g(\gamma_g - 3) + \\ &\quad + 2m_0 \gamma_g - c_g \gamma_1) + J_3^2, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\gamma_1 = 1 - \gamma_g$, $\gamma_2 = 1 - \gamma_d$, $\gamma_3 = 1 - \gamma_g^2$, $\gamma_4 = 1 - \gamma_d^2$, $\gamma_5 = (1 - \gamma_g)\gamma_d$, $\gamma_6 = (1 - \gamma_d)\gamma_g$, $\gamma_g(\mathbf{q}) = \frac{1}{2}(\cos(q_x) + \cos(q_y))$, $\gamma_d(\mathbf{q}) = \cos(q_x)\cos(q_y)$.

Величины $K_1 \div K_6$ выражаются через двухузельные парные внутриплоскостные корреляционные функции $c_{\mathbf{r}} = \langle S_{\mathbf{i}}^z S_{\mathbf{i+r}}^z \rangle$, $\mathbf{r} = \{\mathbf{g}, 2\mathbf{g}, \mathbf{d}, \mathbf{g+d}, 2\mathbf{d}\}$. Величины m_0 и m_g отвечают межплоскостным корреляционным функциям $m_{\mathbf{r}} = \langle S_{\mathbf{i}}^z B_{\mathbf{i+r}}^z \rangle$ с $\mathbf{r} = \{0, \mathbf{g}\}$. Явное выражение для $F_{ac,opt}(\mathbf{q})$ также определяется через упомянутые корреляторы. Отметим, что в предельном случае $J_1 = J_2 = 0$ (система распадается на межплоскостные невзаимодействующие димеры) восприимчивости (2) точно отражают двухузельную задачу.

В выражении (2) $R_{ac,opt}(\mathbf{q}, \omega) = R'_{ac,opt} + iR''_{ac,opt}$ – фурье-образы новых трехузельных неприводимых функций Грина, описывающих распад одной спиновой волны на три (или эффективный распад спинового возбуждения на электронное и дырочное возбуждения – в случае $t-J$ модели). Аналитические свойства этих функций Грина такие же, как у двухузельных, в частности, мнимая часть их $R''_{ac,opt}(\mathbf{q}, \omega)$ нечетна по ω . Последовательное вычисление $R''_{ac,opt}(\mathbf{q}, \omega)$ наталкивается на существенные математические трудности [24]. Поэтому, как и в [17], будем использовать простейшее приближение: полагаем $R''_{ac}(\mathbf{q}, \omega) = R''_{opt}(\mathbf{q}, \omega) = -\omega\gamma$, ограничиваясь затуханием γ , не зависящим от \mathbf{q} и ω , и опускаем действительные перенормировки $R'_{ac,opt}$.

В результате мнимые части восприимчивостей (2) имеют вид:

$$\begin{aligned} \chi''_{ac,opt}(\mathbf{q}, \omega) &= \\ &= 2F_{ac,opt}(\mathbf{q})\omega\gamma/[(\omega^2 - \omega_{ac,opt}^2(\mathbf{q}))^2 + \omega^2\gamma^2]. \end{aligned} \quad (4)$$

Процедура самосогласованного вычисления $\chi(\mathbf{q}, \omega)$ подробно изложена в [22, 23, 27] и основана на замкнутой системе самосогласованных уравнений: $F_{ac,opt}$ и $\omega_{ac,opt}$ в $\chi''_{ac,opt}(\mathbf{q}, \omega)$ (4) выражаются через корреляционные функции $c_{\mathbf{r}} = \langle S_{\mathbf{i}}^z S_{\mathbf{i+r}}^z \rangle$ ($\mathbf{r} = \{\mathbf{g}, 2\mathbf{g}, \mathbf{d}, \mathbf{g+d}, 2\mathbf{d}\}$), m_0 и m_g , которые в свою очередь выражаются через $\chi''_{ac,opt}(\mathbf{q}, \omega)$. Кроме того используется уравнение для выражения $\langle S_{\mathbf{i}}^z S_{\mathbf{i}}^z \rangle$ и накладывается условие спинового констрейнта (выполнение правила сумм) $\langle S_{\mathbf{i}}^z S_{\mathbf{i}}^z \rangle = 1/4$.

Замкнутая система самосогласованных уравнений далее решается численно при каждом фиксированном значении температуры T и фruстриации p .

3. Результаты и обсуждения. Ниже мы рассматриваем случаи фruстриации $p = 0.15$ (относим его к режиму A, см. Вступление) и $p = 0.28$ (режим B). Везде выбираются фиксированные реалистические значения обменных констант $J_1 = 120$ мэВ и

$J_3 = 0.1J_1 = 12$ мэВ. В случае режима $p = 0.15$ предполагается сравнительно малое затухание $\gamma_{p=0.15} \approx 0.1J_1$ и высокая температура $T_{p=0.15} = 0.25J_1 \approx 300$ К (сравнивать с экспериментом для диэлектрика $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.15}$ при $T = 296$ К), а для $p = 0.28$ выбирается $\gamma_{p=0.28} = J_1$ и $T_{p=0.28} = 0.07J_1 \approx 90$ К (сравнивать с экспериментом для $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.5-6.7}$ при низких T).

В качестве спектра, который надо сравнивать с экспериментом (рис.1а) следует принимать значение частоты $\tilde{\omega}(\mathbf{q})$, при которой для фиксированного \mathbf{q} восприимчивость $\chi''(\mathbf{q}, \omega)$ (4) достигает максимума. Для $p = 0.15$, благодаря малому затуханию, $\tilde{\omega}_{ac,opt}^{p=0.15}(\mathbf{q})$ практически совпадают с $\omega_{ac,opt}^{p=0.15}(\mathbf{q})$ (рис.1б, пунктирные линии). Как видно из сравнения пунктирных линий на рис.1а и б, представленный спектр $\tilde{\omega}_{ac,opt}^{p=0.15}(\mathbf{q})$ количественно отражает экспериментальный спектр для диэлектрика.

Для $p = 0.28$ перенормированный затуханием спектр $\tilde{\omega}_{ac,opt}^{p=0.28}(\mathbf{q})$ представлен на рис.1б сплошными линиями, положение которых относительно диэлектрического спектра $\tilde{\omega}_{ac,opt}^{p=0.15}(\mathbf{q})$ такое же, как у $\omega_{ac,opt}^{x=0.5}(\mathbf{q})$ относительно $\omega_{ac,opt}^{x=0.15}(\mathbf{q})$: на эксперименте $\omega_{opt}^{x=0.5}(\mathbf{Q}) < \omega_{opt}^{x=0.15}(\mathbf{Q})$. Сравнение перенормированных $\tilde{\omega}_{ac,opt}^{p=0.28}(\mathbf{q})$ и неперенормированных $\omega_{ac,opt}^{p=0.28}(\mathbf{q})$ (рис.1б, штрих-пунктир) показывает, что в случае существенного затухания ($\gamma_{p=0.28} \sim 100$ мэВ) эти спектры в точке \mathbf{Q} могут отличаться на величину порядка 30 мэВ. Отметим, что $\tilde{\omega}_{ac,opt}^{p=0.28}(\mathbf{q})$ и $\omega_{ac,opt}^{p=0.28}(\mathbf{q})$ качественно отличаются: $\omega_{opt}^{p=0.28}(\mathbf{Q}) > \omega_{opt}^{p=0.15}(\mathbf{Q})$, а $\tilde{\omega}_{opt}^{p=0.28}(\mathbf{Q}) < \tilde{\omega}_{opt}^{p=0.15}(\mathbf{Q})$.

На рис.2 и 3 представлены q -пронтегрированные восприимчивости $\chi_{2D}''_{ac,opt}(\omega)$ для $p = 0.15$ и $p = 0.28$, соответственно. Результаты качественно согласуются с экспериментальными данными для диэлектрического и сильно допированного (вставка на рис.3) случаев. Напомним, что вычисленные $\chi_{2D}''_{ac,opt}(\omega)$ строго удовлетворяют правилу сумм, нарушение которого может приводить к неправильным результатам. Рис.2 и 3 также демонстрируют, что увеличение фruстриации и затухания сдвигает пик $\chi_{2D}''_{ac}(\omega)$ из области $\omega \approx 250$ мэВ в область $\omega \approx 50$ мэВ, как это и наблюдается на эксперименте при росте допирования.

На рис.4 приведены экспериментальные и вычисленные \mathbf{Q} -пики $\chi_{p=0.28}''(\mathbf{Q}, \omega)$. Сравнение показывает, что для $\chi''_{ac}(\mathbf{Q}, \omega)$ высоты и положения пиков качественно совпадают. Ширина \mathbf{Q} -пика $\chi_{p=0.28}''_{ac}(\mathbf{Q}, \omega)$ естественно определяется затуханием $\gamma_{p=0.28}$ и такого же порядка (40 \div 50 мэВ), как на эксперименталь-

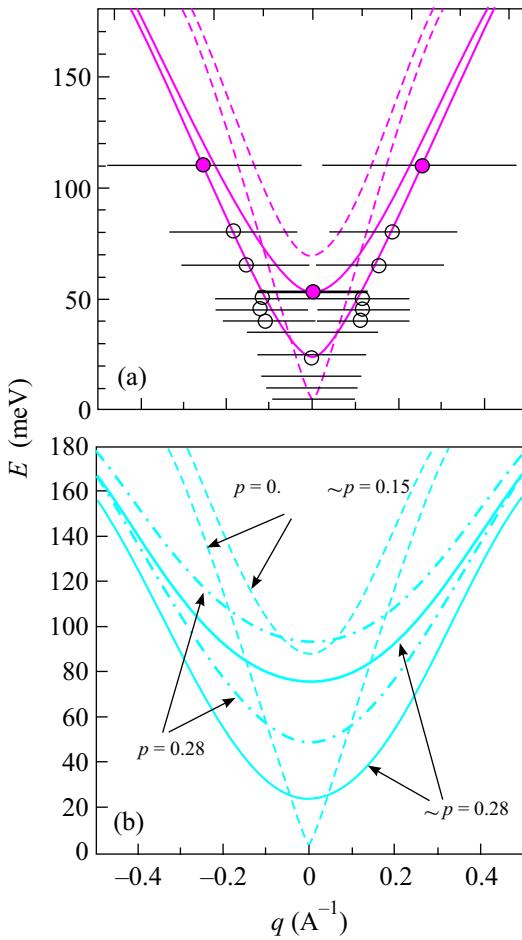


Рис.1. Спектр акустических и оптических мод относительно точки $\mathbf{Q} = (\pi; \pi)$: (а) Данные из нейтронных экспериментов [2]. Пунктирные линии отвечают спектрам $\omega_{ac, opt}^{p=0.15}(\mathbf{q})$ диэлектрика $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.15}$ при $T = 296$ К [11]. Светлые и черные кружки отвечают соответственно $\omega_{ac}^{p=0.5}(\mathbf{q})$ и $\omega_{opt}^{p=0.5}(\mathbf{q})$ для допированного $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.5}$ при $T = 5$ К, сплошные линии – квадратичная подгонка $\omega^2 = \omega_0^2 + c^2 q^2$. (б) Вычисленные спектры для двух фruстраций $p = 0.15$ ($T_{p=0.15} = 0.25J_1$; $\gamma_{p=0.15} \approx 0.1J_1$) и $p = 0.28$ ($T_{p=0.28} = 0.07J_1$; $\gamma_{p=0.28} = J_1$) при фиксированных значениях $J_1 = 120$ мэВ, $J_3 = 12$ мэВ. Пунктирные линии отвечают спектрам $\tilde{\omega}_{ac, opt}^{p=0.15}(\mathbf{q})$ при $p = 0.15$ (соответствуют пунктирным линиям на рис.1а). В случае $p = 0.28$: штрих-пунктирные линии – $\omega_{ac, opt}^{p=0.28}(\mathbf{q})$ в выражении (3); сплошные линии – спектры $\tilde{\omega}_{ac, opt}^{p=0.28}(\mathbf{q})$, определяемые по положениям пиков у $\chi_{ac, opt}^{p=0.28}(\mathbf{q}, \omega)$ (сравни со сплошными линиями на рис.1а)

ных кривых. Поэтому выбранное нами затухание $\gamma_{p=0.28} = 100$ мэВ представляется реалистичным.

На рис.5 представлены акустические ветви спектра $\tilde{\omega}_{ac}(\mathbf{q})$ для $p = 0.15$ и $p = 0.28$ в четверти зоны Бриллюэна. Явно видно, что увеличение

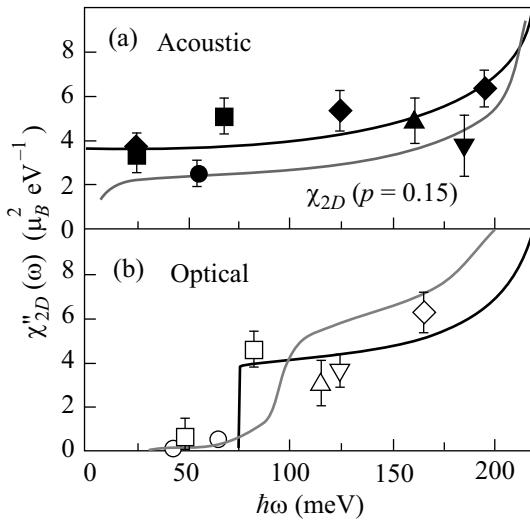


Рис.2. Экспериментальные (диэлектрик $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.15}$, $T = 296$ К [11]) и вычисленные для $p = 0.15$ (кривые показаны стрелками) q -проинтегрированные восприимчивости $\chi_{2D}^{ac}(\omega)$ и $\chi_{2D}^{opt}(\omega)$. Вычисленные $\chi_{2D}^{ac, opt}(\omega)$ отвечают спектрам $\tilde{\omega}_{ac, opt}^{p=0.15}(\mathbf{q})$ на рис.1б

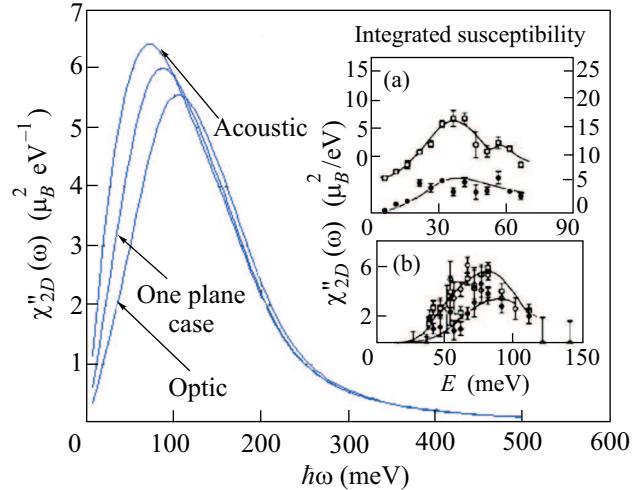


Рис.3. Вычисленная q -проинтегрированная восприимчивость $\chi_{2D}^{ac}(\omega)$ и $\chi_{2D}^{opt}(\omega)$ для случая $p = 0.28$, а также $\chi_{2D}(\omega)$ для одной CuO_2 плоскости ($J_3 = 0$). Параметры те же, что и для рис.1б. На вставке – экспериментальные результаты [6] для сильно допированного $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.7}$: (а) $\chi_{2D}^{ac}(\omega)$; (б) $\chi_{2D}^{opt}(\omega)$

фрустрации приводит к уменьшению щели в точках $\mathbf{X} = (0; \pi), (\pi; 0)$ и к возникновению седловой точки в области $\mathbf{q} = (\pi/2; \pi/2)$, то есть реализуется страйл-схемарий перестройки спиновой системы (при формальном увеличении $p \rightarrow 1$ щель в точках \mathbf{X} закрывается и при низких T состояние системы отвечает когерентной суперпозиции двух классических

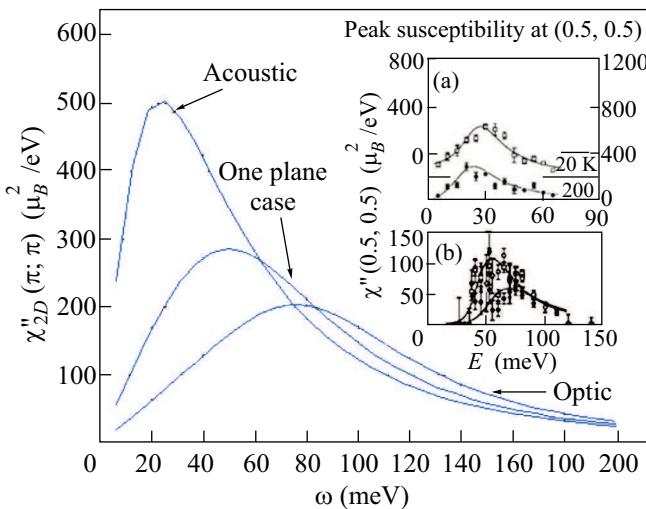


Рис.4. Q-пики ($\chi''(Q, \omega)$) для случая фruстриации $p = 0.28$ (параметры те же, что и для рис.1б). На вставке – экспериментальные результаты [6] для сильно допированного $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.7}$.

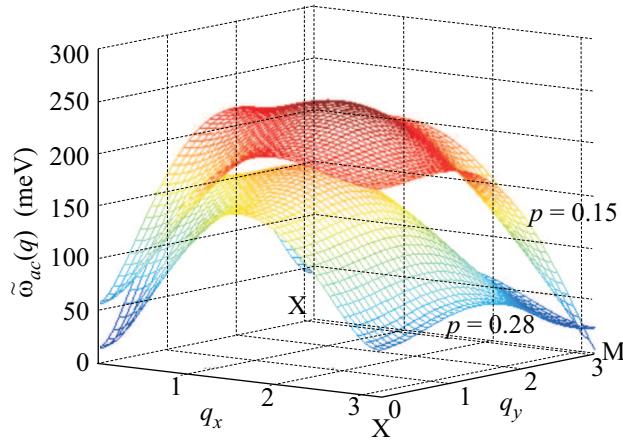


Рис.5. Акустические ветви перенормированного спектра спиновых возбуждений $\tilde{\omega}_{ac}(\mathbf{q})$ для $p = 0.15$ и $p = 0.28$ (параметры те же, что и для рис.1б). Показана четверть зоны Бриллюэна, $\mathbf{M} \equiv \mathbf{Q} = (\pi; \pi)$, $\mathbf{X} = (0; \pi)$, $(\pi; 0)$

страйп фаз [23]). Следствием этого является упомянутый сдвиг пика $\chi''_{2D}(\omega)$ в область $\omega \approx 50$ мэВ.

В заключение отметим, что представленные результаты вновь поднимают вопрос об оценке величины внутриволностного обмена J_1 в иттриевых купратах. Наше рассмотрение показывает, что объяснение экспериментальной ситуации (рис.1) возможно без предположения об уменьшении J_1 на 60%. К последнему предположению приводит, как отмечалось, подход LSW. Что касается сравнения лантановых и иттриевых купратах, то различие между одно- и двухплоскостными кривыми для $\chi''_{2D}(\omega)$ и $\chi''(\mathbf{Q}, \omega)$

на рис.3, 4 показывают, что при одних и тех же значениях J_1 и J_2 результаты нейтронных экспериментов могут существенно различаться.

Отметим также, что наш подход не учитывает \mathbf{q} -и ω -зависимость затухания γ , возможность разных γ у акустических и оптических ветвей и действительных перенормировок $R'_{ac, opt}$ (роль последних может быть существенной [28]). Мы также не останавливаемся на описании несоизмеримых пиков восприимчивости, для объяснения которых, по-видимому, необходимо привлекать либо спиновый гамильтониан вида $\hat{H} = \sum_{\mathbf{q}} J(\mathbf{q}) \vec{S}_{\mathbf{q}} \vec{S}_{-\mathbf{q}}$, либо в явном виде учитывать дырки и их анизотропное взаимодействие со спинами.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

1. M. A. Kastner, R. J. Birgeneau, G. Shirane et al., Rev. Mod. Phys. **70**, 897 (1998).
2. P. Bourges, in *The Gap Symmetry and Fluctuations in High Temperature Superconductors*, Eds. J. Bok, G. Deutscher, D. Pavuna, and S. A. Wolf, Plenum, New York, 1998, p. 349, cond-mat/9901333.
3. T. E. Mason, in *Handbook on the Physics and Chemistry of Rare Earths: High-Temperature Superconductors – II*, Eds. J. K. A. Gschneidner, L. Eyring, and M. B. Maple, Elsevier, Amsterdam, 2001, Vol. 31, pp. 281–314.
4. J. M. Tranquada, in *Handbook on High-Temperature Superconductivity. Theory and Experiment*, Ed. J. R. Schrieffer, Springer, Berlin, 2007, in press; cond-mat/0512115.
5. R. J. Birgeneau, C. Stock, J. M. Tranquada et al., J. Phys. Soc. Jpn. **75**, 111003 (2006); cond-mat/0604667.
6. H. F. Fong, P. Bourges, Y. Sidis et al., Phys. Rev. B **61**, 14773 (2000).
7. C. Stock, W. J. L. Buyers, R. A. Cowley et al., Phys. Rev. B **71**, 024522 (2005).
8. J. Igarashi, Phys. Rev. B **46**, 107063 (1992); J. Phys. Cond. Matt. **4**, 10265 (1992).
9. R. R. P. Singh, Phys. Rev. B **39**, 9760 (1989).
10. E. Manousakis, Rev. Mod. Phys. **63**, 1 (1991).
11. S. M. Hayden, G. Aepli, T. G. Perring et al., Phys. Rev. B **54**, R6905 (1996).
12. M. Imai, S. Doniach, and M. Gabay, Phys. Rev. B **38**, 6631 (1988).
13. J. F. Annet, R. M. Martin, A. K. McMahan et al., Phys. Rev. B **40**, 2620 (1989).
14. P. A. Lee, N. Nagaosa, and X.-G. Wen, Rev. Mod. Phys. **78**, 17 (2006).
15. S. Sachdev, in *Quantum magnetism*, Lecture Notes in Physics, Springer, Berlin, 2004, cond-mat/0401041; M. Vojta, T. Vojta, and R. K. Kaul, Phys. Rev. Lett. **97**, 097001 (2006).

16. M. Vojta and T. Ulbricht, Phys. Rev. Lett. **93**, 127002 (2004).
17. P. Prelovšek, I. Sega, and J. Bonča, Phys. Rev. Lett. **92** 027002 (2004); I. Sega, P. Prelovšek, and J. Bonča, Phys. Rev. B **68**, 054524 (2003).
18. I. A. Larionov, Phys. Rev. B **69**, 214525 (2004); B **72**, 094505 (2005).
19. A. Sherman, Phys. Lett. A **337**, 435 (2005).
20. A. Sherman and M. Schreiber, Phys. Rev. B **65**, 134520 (2002); B **68**, 094519 (2003); Eur. Phys. J. B **32**, 203 (2003).
21. H. Mori, Prog. Theor. Phys. **33**, 423 (1965); **34**, 399 (1965).
22. H. Shimahara and S. Takada, J. Phys. Soc. Jpn. **60**, 2394 (1991).
23. А. Ф. Барабанов, В. М. Березовский, ЖЭТФ **106**, 1156 (1994); A. F. Barabanov and V. M. Berezovsky, J. Phys. Soc Jpn. **63**, 3974 (1994).
24. A. F. Barabanov and L. A. Maksimov, Phys. Lett. A **207**, 390 (1995).
25. Ю. А. Церковников, ТМФ **7**, 250 (1971); **49**, 219 (1981).
26. N. N. Plakida, Phys. Lett. A **43**, 481 (1973).
27. A. F. Barabanov, L. A. Maksimov, and A. V. Mikheenkov, Spin Polaron in the Cuprate Superconductor: Interpretation of the ARPES Results, in: *Spectroscopy of High- T_c Superconductors. A theoretical View*, Ed. N. M. Plakida, Taylor&Francis, 2003, p. 1.
28. A. F. Barabanov, A. V. Mikheyenkov, and A. M. Belemuk, Phys. Lett. A, to be published (2007); Cond.-matt. 0609248, (2006).