

Возможные типы эволюции вакуумных оболочек вокруг мира де Ситтера

В. И. Докучаев¹⁾, С. В. Чернов*¹⁾

⁺ Институт ядерных исследований РАН, 117312 Москва, Россия

* Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 9 апреля 2007 г.

Найдены все возможные сценарии эволюции и построены соответствующие глобальные геометрии для тонкой вакуумной оболочки, окружающей сферически симметричный мир де Ситтера. Подобные конфигурации могут возникать на конечной стадии космологического фазового перехода, когда остаются изолированные области (острова) старого вакуума. Острова старого вакуума в зависимости от их размеров, а также плотности и скорости движения окружающих их оболочек либо поглощаются новым вакуумом, либо неограниченно расширяются, либо образуют черные дыры и кротовые норы (wormhole).

PACS: 04.20.–q, 04.70.–s, 98.80.–k

Рассматривается динамическая эволюция самогравитирующего острова (пузыря) старого вакуума, возникающего между растущими и пересекающимися островами нового вакуума в процессе космологического фазового перехода в ранней Вселенной. Внутренняя часть пузыря моделируется метрикой де Ситтера, а внешняя часть пузыря – метрикой Шварцшильда. Предполагается также, что доменная стенка, разделяющая внешнюю и внутреннюю части пузыря, является тонкой оболочкой. Различные частные случаи этой задачи рассматривались во многих работах по космологическим фазовым переходам (см., например, ранние работы [1–4]), результатом которых, в частности, может быть образование черных дыр и различных типов кротовых нор [4, 6–10]. В настоящем письме мы находим все возможные сценарии эволюции и соответствующие глобальные геометрии для тонкой вакуумной оболочки, окружающей сферически симметричный мир де Ситтера. Определение возможных сценариев эволюции вакуумных пузырей может служить основой для вычислений вероятностей образования кротовых нор и первичных черных дыр в детальных моделях фазовых переходов.

В формализме тонких оболочек [5] уравнения движения вакуумного пузыря можно записать в виде [6, 9]

$$4\pi S = \frac{\sigma_{\text{in}}}{\rho} \sqrt{\dot{\rho}^2 + 1 - \frac{8\pi}{3} \rho^2 \varepsilon} - \frac{\sigma_{\text{out}}}{\rho} \sqrt{\dot{\rho}^2 + 1 - \frac{2m}{\rho}}, \quad (1)$$

где $\rho(\tau)$ – радиус пузыря, τ – собственное время наблюдателя на оболочке, S – поверхностная плотность энергии пузыря на оболочке, ε – плотность энергии внутри пузыря, m – полная шварцшильдовская масса оболочки, $\sigma_{\text{in},\text{out}} = \pm 1$. Для дальнейшего анализа это уравнение движения удобно представить в форме уравнения для эффективной энергии $\dot{\rho}^2 + U(\rho) = 0$, где эффективный потенциал имеет вид

$$U(\rho) = 1 - \left[\frac{\varepsilon(1+e)}{3S} \right]^2 \rho^2 - \left(1 - \frac{1}{e} \right) \frac{m}{\rho} - \frac{m^2}{16\pi^2 S^2 \rho^4}. \quad (2)$$

При этом

$$\sigma_{\text{in}} = \text{sign} \left[m - \frac{4\pi}{3} \rho^3 \varepsilon (1-e) \right]; \quad (3)$$

$$\sigma_{\text{out}} = \text{sign} \left[m - \frac{4\pi}{3} \rho^3 \varepsilon (1+e) \right]. \quad (4)$$

где параметр $e = 6\pi S^2 / \varepsilon$.

В анализируемой задаче есть четыре характерных радиуса: два гравитационных радиуса

$$\rho_{\text{bh},1} = \sqrt{3/8\pi\varepsilon} \quad \text{и} \quad \rho_{\text{bh},2} = 2m, \quad (5)$$

и два радиуса

$$\rho_1 = \left[\frac{3}{4\pi\varepsilon(1-e)} \right]^{1/3} \quad \text{и} \quad \rho_2 = \left[\frac{3}{4\pi\varepsilon(1+e)} \right]^{1/3}, \quad (6)$$

на которых σ меняет знак. Отметим, что радиус ρ_1 существует только при $e < 1$, то есть при $\varepsilon > 6\pi S^2$. Различное поведение решений уравнения эволюции

¹⁾ e-mail: dokuchaev@inr.npd.ac.ru, chernov.s@mail.ru

(1) будет зависеть от относительных величин четырех характерных радиусов $\rho_{bh,1}$, $\rho_{bh,2}$, ρ_1 и ρ_2 и от того, пересекает ли потенциал ось $U = 0$ или нет. Рассмотрим последовательно все возможные комбинации по аналогии с анализом, проведенным в [9].

Условие пересечения потенциалом $U(\rho) = 0$ оси $U = 0$ зависит от величины параметра массы

$$m_0 = \frac{y^2}{\left\{ [2\pi S(1 + \frac{1}{e})]^2 y^2 + (1 - \frac{1}{e}) y + (4\pi S)^{-2} \right\}^{3/2}}, \quad (7)$$

где

$$y = \frac{1 - \frac{1}{e} + \sqrt{(1 - \frac{1}{e})^2 + 8(1 + \frac{1}{e})^2}}{[4\pi S(1 + \frac{1}{e})]^2}. \quad (8)$$

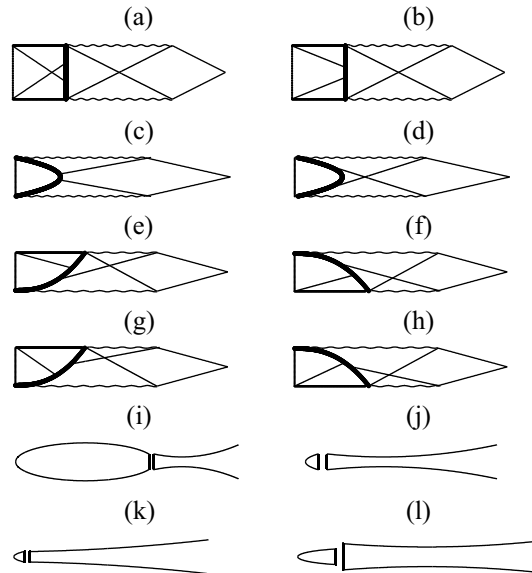
Потенциал пересекает ось $U = 0$ только при $m < m_0$. Можно также легко показать, что вторая производная от потенциала всегда меньше нуля. Это означает, что в данной задаче устойчивого положения равновесия не существует. Случай $m < m_0$ в свою очередь делится на подслучаи. Если $m < m_1$, где

$$m_1 = \left(\frac{3}{32\pi \varepsilon} \right)^{1/2} (1 - e) < m_0, \quad (9)$$

то четыре радиуса расположены в следующем порядке: $\rho_{bh,2} < \rho_2 < \rho_1 < \rho_{bh,1}$ (если ρ_1 вообще существует). Радиусы ρ_1 и ρ_2 находятся в запрещенной области и оболочка в данном случае не пересекает их. Тогда, если $e < 1$ (то есть $\varepsilon > 6\pi S^2$) и оболочка движется из бесконечности с отрицательной скоростью, то есть сжимается, то она достигает точки остановки, отражается и начинает расширяться до бесконечности. Это решение соответствует случаю C из работы [9]. На рисунке этому решению соответствует диаграмма Картера-Пенроуза (a) и диаграмма погружения (i). На диаграммах (a) и (i) можно проследить, что в этом случае оболочка движется в пространственно-временной области R_- внешней метрики, образуя кротовую нору [6] (wormhole).

На рисунке случаю $e > 1$ и движению оболочки из бесконечности с отрицательной скоростью соответствует диаграмма Картера-Пенроуза (b) и диаграмма погружения (j). В этом случае оболочка также движется в области R_- внешней метрики, образуя кротовую нору [6] (wormhole).

Если оболочка движется с положительной скоростью (расширяется) из начала координат, то она достигнет точки остановки, отразится и начнет сжиматься. В этом случае эволюция оболочки соответствует решению "A" из работы [9], которому соответствуют диаграммы (c) и (k) на рисунке. В этом



Диаграммы Картера-Пенроуза и диаграммы погружения, описывающие все возможные типы глобальной геометрии оболочки вокруг мира де Ситтера

случае оболочка не пересекает область R_- и, следовательно в конечном итоге образуется не кротовая нора, а черная дыра [6].

Следующий случай, это когда $m_1 < m < m_2$, где

$$m_1 < m_2 = \left[\frac{32\pi}{3} \varepsilon (1 + e) \right]^{-1/2} < m_0. \quad (10)$$

В этом случае четыре характерных радиуса расположены в таком порядке: $\rho_{bh,2} < \rho_2 < \rho_{bh,1} < \rho_1$. Радиус ρ_2 находится в запрещенной области и оболочка его не пересекает. При этом, если оболочка движется из бесконечности с отрицательной скоростью, то она достигает точки остановки, отражается и начинает расширяться. Это есть решение "D" из работы [9]. Этому случаю соответствует диаграмма Картера-Пенроуза (b) и диаграмма погружения (j). При этом оболочка пересекает область R_- и образует кротовую нору [6]. Если же оболочка изначально движется с положительной скоростью из начала координат, то мы возвращаемся к случаю "A" из работы [9], которому соответствуют диаграммы (c) и (k) на рисунке. В этом случае в конечном итоге образуется черная дыра.

Соответственно при $m_2 < m < m_0$ потенциал пересекает ось $U = 0$. В этом случае четыре характерных радиуса расположены в таком порядке: $\rho_2 < \rho_{bh,2} < \rho_{bh,1} < \rho_1$. Случай, когда оболочка движется из бесконечности с отрицательной скоростью, сводится к уже рассмотренному выше. Это случай "D" из работы [9]. Если же оболочка движется из

начально с положительной скоростью из начала координат, то это случай "B" из той же работы. Этому случаю соответствуют диаграммы (d) и (j). При этом оболочка пересекает область R_- внешней метрики, образуя кротовую нору [6] (wormhole).

И, наконец, последний возможный случай, когда $m > m_0$. Кривая потенциала теперь не пересекает ось $U = 0$, и точки отражения в решении отсутствуют. Это случай "E" из работы [9]. Его мы рассмотрим более подробно, так как в цитируемой работе он не анализировался. Здесь также возможны два подслучая. При $m_0 < m < m_3$, где $m_3 = (32\pi\epsilon/3)^{-1/2}$, реализуется следующая последовательность характерных радиусов: $\rho_2 < \rho_{bh,2} < \rho_{bh,1} < \rho_1$. Если оболочка первоначально расположена вблизи начала координат и скорость оболочки положительная, то она будет неограниченно расширяться, как это следует из соответствующих диаграмм (e) и (j). При своем движении оболочка пересекает область R_- внешней метрики и, следовательно, образует кротовую нору [6] (wormhole). Если же оболочка первоначально находилась на бесконечности и скорость движения оболочки была отрицательная, то ей ничто не будет препятствовать сжиматься. Этому случаю соответствуют диаграммы (f) и (j). Видно, что оболочка в конце концов пересекает область R_- внешней метрики и образует кротовую нору [6] (wormhole).

Следующий возможный случай зависит от соотношения между ϵ и $6\pi S^2$. Если $\epsilon < 3\pi S^2(1 + \sqrt{5})$, то тогда будет справедливо неравенство $m_4 < m_5$, где

$$m_4 = \left(\frac{32\pi\epsilon}{3}\right)^{-1/2} (1+e), \quad m_5 = \left[\frac{32\pi\epsilon}{3}(1-e)\right]^{-1/2}. \quad (11)$$

При массах $m_3 < m < m_4$ выполняются следующие неравенства: $\rho_2 < \rho_{bh,1} < \rho_{bh,2} < \rho_1$. Этому случаю соответствует диаграмма Картера-Пенроуза (g) для расширяющейся оболочки и диаграмма (h) для сжимающейся оболочки. Соответствующая диаграмма погружения (l) изображена лишь условно, поскольку области существования диаграмм погружения де Ситтера и Шварцшильда в данном случае не перекрываются. Соответственно, при массах $m_4 < m < m_5$ выполняются следующие неравенст-

ва: $\rho_{bh,1} < \rho_2 < \rho_{bh,2} < \rho_1$. Диаграмма Пенроуза при этом остается прежней. Наконец, в последнем случае при массах $m > m_5$ выполняются неравенства $\rho_{bh,1} < \rho_2 < \rho_1 < \rho_{bh,2}$ и соответствующие диаграммы также не изменяются. Если же $\epsilon > 3\pi S^2(1 + \sqrt{5})$, то $m_4 > m_5$ и, следовательно, сначала меняются местами $\rho_{bh,2}$ и ρ_1 , а не ρ_2 и $\rho_{bh,1}$. Качественная картина динамической эволюции при этом не меняется.

Отметим в заключение, что величина полной массы оболочки m , с помощью которой удалось найти и систематизировать все возможные глобальные геометрии эволюционирующей оболочки вокруг мира де Ситтера, определяется плотностью энергии внутри оболочки ϵ , поверхностной плотностью энергии на оболочке S , а также зависит неявно от начального радиуса и скорости движения оболочки в момент образования пузыря.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, гранты # 06-02-16029 и # 06-02-16342.

1. Д. А. Киржниц, Письма в ЖЭТФ **15**, 745 (1972); D. A. Kirzhnits and A. D. Linde, Phys. Lett. B **42**, 471 (1972).
2. И. Ю. Кобзарев, Л. Б. Окунь, М. Б. Волошин, ЯФ **20**, 1229 (1974) [Sov. J. Nucl. Phys. **20**, 644 (1975)].
3. S. Coleman and F. D. Luccia, Phys. Rev. D **15**, 2929 (1977); ibid. D **21**, 3305 (1980).
4. K. Sato, M. Sasaki, H. Kodama, and K. Maeda, Prog. Theor. Phys. **65**, 1443 (1981).
5. W. Israel, Nuovo Cim. B **44**, 1 (1966); ibid. B **48**, 463 (1967).
6. В. А. Березин, В. А. Кузмин, И. И. Ткачев, ЖЭТФ **86**, 785 (1984); ibid. Письма в ЖЭТФ **41**, 446 (1985); ibid. Phys. Rev. D **36**, 2919 (1987); ibid. Phys. Lett. B **120**, 91 (1983).
7. J. Ipser and P. Sikivie, Phys. Rev. D **30**, 712 (1984).
8. A. Aurilia, G. Denardo, F. Legovivni, and E. Spallucci, Phys. Lett. B **147**, 258 (1984); Nucl. Phys. B **252**, 523 (1985).
9. S. K. Blau, E. I. Guendelman, and A. H. Guth, Phys. Rev. D **35**, 1747 (1987).
10. V. P. Frolov, M. A. Markov, and V. F. Mukhanov, Phys. Rev. D **41**, 383 (1990).