Письма в ЖЭТФ, том 85, вып. 12, с. 751 – 755 © 2007 г. 25 июня

Новый механизм эффекта Шоха в немагнитных диэлектриках

Т. В. Лаптева, С. В. Тарасенко[1]*, В. Г. Шавров*[+]

Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины, 340114 Донецк, Украина

[+]*Институт радиотехники и электроники РАН, 103907 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 22 декабря 2006 г.
После переработки 11 апреля 2007 г.

Предложен не зависящий от симметрии кристалла и наличия в диэлектрике магнитной структуры тип линейной связи между компонентами вектора магнитного поля и тензора упругих деформаций (динамическое пьезомагнитное взаимодействие). Показано, что это приводит к ряду аномалий в условиях отражения пучка объемных сдвиговых волн, падающего из глубины немагнитной диэлектрической среды на ее механически свободную поверхность или на границу скольжения с полуограниченной магнитной средой.

PACS: 45.25.Gy, 75.80.+q

Принято считать, что смещение отраженного от механически свободной поверхности пучка объемных сдвиговых волн (эффект Шоха) для центросимметричного, немагнитного диэлектрика в отсутствие внешних полей равно нулю (см., например, [1]). Однако соответствующие расчеты полностью игнорировали возможность локальных поворотов элемента объема упругой среды. В данной работе показано, что учет микровращений среды приводит к новому типу линейной связи между компонентами тензора упругих деформаций и переменного магнитного поля, который не зависит от симметрии упругой среды. Это дало возможность определить условия, при выполнении которых данный тип взаимодействия индуцирует ряд ранее неизвестных аномалий в отражении пучка сдвиговых ($SH-$) объемных волн от механически свободной поверхности немагнитной среды.

Анализ показывает, что поскольку в общем случае деформации в упругой волне приводят к локальным поворотам элементов объема тела (антисимметричная часть тензора дисторсии) [2], то при произвольной симметрии кристаллической среды в ее термодинамическом потенциале становится возможным формирование следующего инварианта:

$$W_{\text{int}} = \gamma\dot{\mathbf{H}}\,[\nabla\mathbf{u}]\,. \qquad (1)$$

Здесь γ – константа взаимодействия, точка в выражении "$\dot{A}$" обозначает дифференцирование величины A по времени, $\mathbf{H}$ – вектор магнитного поля, ∇ – градиент, $\mathbf{u}$ – вектор упругих смещений решетки. Предложенный инвариант характеризует линейную связь между переменным магнитным полем и микровращениями среды (в соответствии с [2] $\boldsymbol{\omega} \equiv 1/2[\mathrm{rot}\mathbf{u}]$ – вектор поворота). Поскольку имеется структурное сходство (1) как с инвариантом, ответственным за наличие в магнитном кристалле пьезомагнитного взаимодействия ($\beta_{ijk}H_i u_{jk}$, u_{ik} – тензор упругих деформаций, β_{ijk} – тензор пьезомагнитного взаимодействия [3]), так и с инвариантом, предложенным в [4] для характеристики динамического магнитоэлектрического взаимодействия в немагнитном кристалле, то в дальнейшем будем называть вклад в энергию кристалла, определяемый (1), динамическим пьезомагнитным взаимодействием (ДПМВ). Особо подчеркнем, что, в отличие от ранее известного типа пьезомагнитного взаимодействия ($\beta_{ijk}H_i u_{jk}$) [5], для существования ДПМВ требование наличия в кристалле магнитной структуры не является обязательным. Что же касается случая магнитного кристалла, то для существования в нем (1) условие отсутствия инверсии времени среди элементов точечной группы магнитной симметрии кристалла [5] теперь также не является необходимым.

Рассмотрим в качестве примера немагнитный кубический диэлектрик, плотность энергии которого с учетом ДПМВ (1) можно представить в виде

$$\begin{aligned} W = {} & \frac{1}{2}c_{11}(u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + u_{zz}^2) + \\ & + c_{12}(u_{xx}u_{yy} + u_{yy}u_{zz} + u_{xx}u_{zz}) + \\ & + c_{44}(u_{xz}^2 + u_{yz}^2 + u_{xy}^2) + \gamma\dot{H}_x\Big(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z}\Big) + \\ & + \gamma\dot{H}_y\Big(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}\Big) + \gamma\dot{H}_z\Big(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\Big) - \frac{\mu\mathbf{H}^2}{8\pi}, \end{aligned} \qquad (2)$$

[1] e-mail: tarasen@mail.fti.ac.donetsk.ua

где c_{ik} – упругие модули, μ – магнитная проницаемость среды.

Если ограничиться магнитостатическим пределом ($\mathbf{H} \equiv -\nabla\phi$, ϕ – магнитостатический потенциал), то упругая динамика рассматриваемой модели немагнитной среды будет описываться с помощью системы стандартных уравнений пьезоакустики для магнитодипольноактивных упругих возбуждений. Покажем, что учет ДПМВ приводит к возникновению ряда ранее неизвестных особенностей в условиях отражения объемной сдвиговой волны, падающей из глубины полуограниченной немагнитной среды на ее механически свободную поверхность.

Будем считать, что в распространяющейся SH-волне вектор упругих смещений совпадает с осью Z. В этом случае соответствующие материальные соотношения могут быть представлены в виде (σ_{ik} – тензор упругих напряжений, $\mathbf{B}$ – магнитная индукция)

$$\begin{gathered}\sigma_{zx} = c_{44}\partial u_z/\partial x - \gamma\partial\dot{\phi}/\partial y,\\ B_x = -\mu\partial\phi/\partial x - 4\pi\gamma\partial\dot{u}_z/\partial y,\\ \sigma_{zy} = c_{44}\partial u_z/\partial y + \gamma\partial\dot{\phi}/\partial x,\\ B_y = -\mu\partial\phi/\partial y + 4\pi\gamma\partial\dot{u}_z/\partial x.\end{gathered} \tag{3}$$

Таким образом, в неограниченном кристалле (2), обладающем ДПМВ, рассматриваемая нормальная сдвиговая SH-волна будет однопарциальной как по u_z, так и по ϕ, а ее дисперсионное соотношение примет вид ($s_t^2 = c_{44}/\rho$, ρ – плотность)

$$\omega^2 = s_t^2\left(k_x^2 + k_y^2\right). \tag{4}$$

Предположим, что кристаллическая среда с ДПМВ (2), (3) занимает нижнее полупространство с нормалью к поверхности $\mathbf{n}\|Y$, а сама поверхность кристалла ($y = 0$) механически свободна ($\sigma_{zy} = 0$). Пусть μ_0 – магнитная проницаемость среды, занимающей верхнее полупространство ($y > 0$). Для вакуума $\mu_0 = 1$, для сверхпроводника $\mu_0 = 0$. Последний случай для выбранной геометрии упругой SH-волны отвечает границе типа скольжения [6] между немагнитным диэлектриком и идеальным сверхпроводником. Расчет показывает, что амплитудный коэффициент отражения объемной SH-волны, падающей на поверхность диэлектрика (2) из его глубины ($y < 0$), с учетом ДПМВ определяется соотношением ($k_x \equiv k_\perp$)

$$R = \frac{k_\| - i\dfrac{\Lambda}{(\mu+\mu_0)}k_\perp}{k_\| + i\dfrac{\Lambda}{(\mu+\mu_0)}k_\perp};\ \Lambda = \frac{4\pi\gamma^2\omega^2}{c_{44}};\ k_\|^2 = \frac{\omega^2}{s_t^2} - k_\perp^2. \tag{5}$$

Здесь $k_\|$ и $k_\perp$ – проекции волнового вектора SH-волны соответственно на нормаль к границе раздела сред $\mathbf{n}$ и на плоскость границы раздела. Таким образом, при любых углах падения вследствие ДПМВ ($\gamma \neq 0$) отраженная объемная SH-волна сдвинута относительно падающей на фазу ψ ($R = \exp i\psi$), величина которой с учетом (5) определяется соотношением

$$\psi = -2\mathrm{arctg}\left(\frac{\Lambda\,\mathrm{tg}\,\theta}{\mu+\mu_0}\right). \tag{6}$$

Здесь θ – угол падения SH-волны на границу раздела сред ($\mathrm{tg}\,\theta = k_\perp/k_\|$). В частном случае скользящего падения ($k_\| = 0$) из (5) получаем, что $R = -1$. Данный результат находится в соответствии с общими положениями теории волновых процессов в слоистых средах [1] и означает, что наличие ДПМВ делает невозможным распространение вдоль механически свободной поверхности немагнитного диэлектрика (2) однородной ($k_\| = 0$) сдвиговой объемной волны заданной поляризации и геометрии распространения. Соотношение (6) позволяет также выяснить характер влияния ДПМВ на смещение Δ вдоль границы раздела сред центра тяжести пучка сдвиговых объемных SH-волн с $\mathbf{u}\|Z$, $\mathbf{k} \in XY$ после отражения (эффект Шоха), если он падает на поверхность ($y = 0$) немагнитного диэлектрика (2) из его глубины. Поскольку $\Delta = -\partial\psi/\partial k_\perp$ [1], то из (6) следует, что при любом угле падения θ под влиянием ДПМВ смещение пучка отраженных сдвиговых объемных $SH-$волн в плоскости падения вдоль оси X ($y = 0$) будет положительным как при $\mu_0 = 1$, так и при $\mu_0 = 0$:

$$\Delta = \frac{2\Lambda}{(\mu+\mu_0)^2 + \left(\dfrac{\Lambda k_\perp}{k_\|}\right)^2}\left[\frac{\omega^2(\mu+\mu_0)}{s_t^2 k_\|^3}\right] > 0. \tag{7}$$

Отсюда следует, что учет ДПМВ ($\gamma \neq 0$) приводит к тому, что в рассматриваемом немагнитном кристалле смещение центра тяжести отраженного пучка по отношению к падающему резко увеличивается ($\Delta \to \infty$) при $k_\| \to 0$ (углы, близкие к скольжению), тогда как в отсутствие ДПМВ ($\gamma = 0$) при любом угле падения пучка $\Delta = 0$. Следует отметить, что по оценкам величина коэффициента ДПМВ γ является релятивистски малой. Однако поскольку во всех полученных выше выражениях для экспериментально измеряемых величин (5)–(7) γ входит в виде комбинации $\Lambda = 4\pi\gamma^2\omega^2/c_{44}$, то можно рассчитывать на существенное усиление эффектов, обусловленных ДПМВ, прежде всего в немагнетиках, находящихся вблизи структурного фазового перехода второго рода, связанного со смягчением одного из сдвиговых упругих модулей (в данном случае c_{44}). Из анализа (3)–(7) следует, что в данном случае боковой волной [1], ответственной за формирование продольного смещения пучка отраженных объемных сдвиговых волн вдоль механически свободной поверхности немагнитного диэлектрика, является неоднородная магнитостатическая волна, сопровождающая отраженную упругую волну. Таким образом, можно ожидать, что резонансное усиление амплитуды магнитостатического потенциала вблизи границы раздела сред позволит резко увеличить величину обсуждаемого эффекта Шоха. Одним из возможных вариантов реализации подобного механизма усиления может быть граница скольжения между двумя полупространствами, одно из которых заполнено рассматриваемым немагнитным диэлектриком (2), а второе – пространственно однородной магнитной средой. В качестве примера магнитной среды рассмотрим легкоосный антиферромагнетик (ЛО АФМ) в коллинеарной фазе, не обладающий пьезомагнитным взаимодействием, для чего его точечная группа магнитной симметрии, согласно [5], должна содержать инверсию времени (антиферромагнетик второго типа). Для простоты и наглядности расчетов магнитоупругие и упругие свойства рассматриваемой среды будем полагать изотропными. В рамках двухподрешеточной модели плотность энергии антиферромагнетика с учетом изотропного магнитоупругого и упругого взаимодействия может быть представлена в виде

$$F = M_0^2 \int d\mathbf{r}\left\{\frac{\delta}{2}\mathbf{m}^2 - \frac{a}{2}l_z^2 + bl_il_ku_{ik} + \right.$$
$$\left. + \frac{\lambda^*}{2}u_{ii}^2 + \mu^* u_{ik}^2 - \mathbf{m}\mathbf{h}_m\right\},$$
$$\mathbf{m} = \frac{(\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2)}{2M_0}, \qquad \mathbf{l} = \frac{(\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)}{2M_0}. \tag{8}$$

Здесь δ – постоянная однородного обмена, b – константа магнитострикции, $\mathbf{h}_m = \mathbf{H}_m/M_0$, $\mathbf{H}_m$ – размагничивающее поле, удовлетворяющее уравнениям магнитостатики, a – константа легкоосной магнитной анизотропии ($a > 0$), λ^*, μ^* – константы Ламе, $\mathbf{M}_{1,2}$ – намагниченности подрешеток, M_0 – модуль намагниченности подрешетки ($|\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = M_0$), $\mathbf{m}$, $\mathbf{l}$ – соответственно векторы ферро- и антиферромагнетизма.

Магнитоупругая динамика такой системы описывается связанной системой дифференциальных уравнений, в которую входят уравнения Ландау–Лифшица для векторов ферро- и антиферромагнетизма, уравнения магнитостатики и основное уравнение механики сплошной среды. Расчет показывает, что для сдвиговой упругой волны, поляризованной вдоль легкой оси рассматриваемого антиферромагнетика и распространяющейся в плоскости XY, система материальных соотношений может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{zx} &= \bar{c}_{44}\partial u_z/\partial x - \bar{\gamma}\partial\dot{\phi}/\partial y, \\ \bar{B}_x &= -\bar{\mu}_{xx}\partial\phi/\partial x - 4\pi\bar{\gamma}\partial\dot{u}_z/\partial y; \\ \bar{\sigma}_{zy} &= \bar{c}_{44}\partial u_z/\partial y + \bar{\gamma}\partial\dot{\phi}/\partial x, \\ \bar{B}_y &= -\bar{\mu}_{yy}\partial\phi/\partial y + 4\pi\bar{\gamma}\partial\dot{u}_z/\partial x, \end{aligned} \tag{9}$$

где

$$\bar{c}_{44} = \mu^*\left(1 + \frac{\omega_{me}^2}{\omega^2 - \omega_0^2 - \omega_{me}^2}\right),$$
$$\bar{\gamma} = \frac{b\omega\omega_s}{\omega^2 - \omega_0^2 - \omega_{me}^2};$$
$$\bar{\mu}_{xx} = \bar{\mu}_{yy} = \bar{\mu} = 1 + \frac{16\pi}{\delta}\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2 - \omega_{me}^2}\right);$$
$$\omega_s = gM_0. \tag{10}$$

Здесь g – магнитомеханическое отношение, "$\bar{A}$" означает принадлежность величины A к антиферромагнетику, ω_0 – щель в спектре спиновых волн, ω_{me} - магнитоупругий вклад в щель.

Таким образом, из сравнения (3) и (9), (10) следует, что упругоизотропный ЛО АФМ для случая распространяющейся сдвиговой упругой волны, поляризованной вдоль легкой оси, может быть представлен как среда с ДПМВ (2), у которой временной дисперсией обладают как некоторые компоненты тензора эффективных упругих модулей (в данном случае $\bar{c}_{44} = \bar{c}_{55}$) и тензора эффективной магнитной восприимчивости (в данном случае $\bar{\mu}_{xx} = \bar{\mu}_{yy}$), так и эффективная пьезомагнитная константа $\bar{\gamma}$. В случае, когда из полуограниченной немагнитной среды (2) на поверхность полуограниченного ЛО АФМ (8)–(10) падает объемная сдвиговая волна с $\mathbf{u}\|Z$, а сама граница раздела с $\mathbf{n}\|Y$ является границей скольжения соответствующая система граничных условий для $y = 0$ может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} &\phi = \bar{\phi}; \quad -\mu\frac{\partial\phi}{\partial y} + 4\pi\gamma\frac{\partial\dot{u}_z}{\partial x} = \bar{B}_y; \\ &c_{44}\frac{\partial u_z}{\partial y} + \gamma\frac{\partial\dot{\phi}}{\partial x} = 0; \quad \bar{\sigma}_{zy} = 0; \end{aligned} \tag{11}$$

В результате амплитудный коэффициент отражения объемной SH-волны, падающей из глубины немагнитной среды (2) на границу скольжения (11), определяется соотношением вида (ρ^* – плотность магнитной среды)

$$\bar{R} = \frac{k_\| - i\Lambda\kappa k_\perp}{k_\| + i\Lambda\kappa k_\perp}, \qquad (12)$$

где

$$\kappa \equiv \frac{q}{k_\perp \Delta_S}, \qquad \Delta_S \equiv \frac{(\bar{\mu}+\mu)q}{k_\perp} + \bar{\Lambda},$$

$$\bar{\Lambda} = \frac{4\pi\bar{\gamma}^2\omega^2}{\bar{c}_{44}}, \qquad q^2 \equiv k_\perp^2 - \frac{\rho^*\omega^2}{\mu^*\bar{c}_{44}}.$$

В результате величина смещения в эффекте Шоха $\bar{\Delta}$ определяется соотношением

$$\bar{\Delta} = \frac{2\Lambda}{\left[\left(\frac{\Delta_S}{q}\right)^2 + \left(\frac{\Lambda}{k_\|}\right)^2\right]} \frac{\omega^2}{s_t^2 k_\| q k_\perp} \left[\frac{\Delta_S}{k_\|^2} + \frac{\bar{\Lambda}}{q^2\bar{c}_{44}}\right]. \qquad (13)$$

Таким образом, при наличии скользящего контакта с магнитной средой существование ДПМВ ($\gamma \neq 0$) в немагнитном кристалле (2) приводит к тому, что резкое увеличение смещения отраженного пучка объемных сдвиговых волн $\bar{\Delta} \to \infty$ реализуется не только при $k_\| \to 0$, но и при $q \to 0$ (для $\gamma = 0$, по-прежнему $\bar{\Delta} = 0$ при любом угле падения пучка). При этом на плоскости внешних параметров ω и $k_\perp$ существуют точки, в которых оба эти случая реализуются одновременно. Соответствующие ω и $k_\perp$ с учетом (12) определяются системой уравнений $k_\| = 0$ и $q = 0$ и отвечают пересечению дисперсионных кривых, принадлежащих соответственно спектрам бегущей вдоль оси Y объемной сдвиговой волны в неограниченной немагнитной среде ($\omega = s_t k_\perp$) и неограниченном ЛО АФМ ($\omega^2 = \mu^*\bar{c}_{44}k_\perp^2/\rho^*$).

Полюс коэффициента отражения $\bar{R}$ отвечает сдвиговой поверхностной акустической волне (ПАВ), формирующейся вблизи границы раздела магнитной и немагнитной сред. С учетом (9), (10) и (12) соответствующий закон дисперсии может быть представлен в виде

$$\omega^2 = s_t^2 k_\perp^2 (1-\alpha^2), \qquad \alpha \equiv \Lambda\kappa > 0. \qquad (14)$$

Отметим, что вследствие ДПМВ в немагнитной среде формирование рассматриваемого типа ПАВ возможно ($\alpha^2 > 0$) даже в пределе абсолютно жесткого ЛО АФМ ($\mu^* \to \infty$).

Чтобы оценить величину константы ДПМВ γ, предположим, что частота вращения ω элемента объема вокруг некоторой выделенной оси i может быть представлена как поворот в некотором внешнем магнитном поле $\mathbf{H}$, направленном вдоль указанной оси вращения ($\omega = gH$, g – магнитомеханическое соотношение). В этом случае выражение для ДПМВ (1) по порядку величины примет вид

$$W_{\text{int}} \sim \gamma g H_i H_k \omega_{ik}, \qquad (15)$$

где ω_{ik} – антисимметричная часть тензора дисторсии. Убедимся, что структурно соотношение (15) совпадает с вкладом в термодинамический потенциал немагнитного диэлектрика, описывающим фотоупругий эффект с учетом локальных поворотов [7]:

$$W_{PE} = \hat{p} E_i E_k \omega_{ik}, \qquad (16)$$

где $\hat{p}$ – матрица безразмерных констант фотоупругого взаимодействия. Поскольку движущаяся со скоростью $\boldsymbol{v}$ частица в присутствии электрического поля $\mathbf{E}$ испытывает действие магнитного поля $\mathbf{H}$, то связь между компонентами $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ приближенно можно представить в виде $E \sim (v/c)H$ [8] . В результате для (16) по порядку величины получаем

$$W_{PE} \sim p\left(\frac{v}{c}\right)^2 H_i H_k \omega_{ik}, \qquad (17)$$

где p – безразмерная константа фотоупругого взаимодействия [7]. С учетом того, что $p \sim 10^{-1}$ [7], $g \sim 10^7\,\text{Гс}^{-1}\cdot\text{с}^{-1}$, $v^2/c^2 \sim 10^{-2} - 10^{-4}$ [8], из сопоставления (15) и (17) следует оценка для константы ДПМВ:

$$\gamma \sim \left(\frac{v}{c}\right)^2 \frac{p}{g} \sim 10^{-10} - 10^{-12}\,\text{Гс}\cdot\text{с}. \qquad (18)$$

Рассмотрим теперь случай проходящей через немагнитную среду сдвиговой объемной упругой волны с $\mathbf{u}\|X$ и волновым вектором $\mathbf{k}\|Y$ и сравним величины эффективной константы динамического пьезомагнитного взаимодействия Λ_{DPMI} и константы пьезомагнитного взаимодействия Λ_2 ($\Lambda_2 \sim 10^{-3} - 10^{-5}\,\text{Гс}\cdot\text{см}^2\cdot\text{кгс}^{-1}$), полученной в [9] для CoF_2 и MnF_2 из статических измерений. Поскольку в [9] индуцированный приложенным напряжением σ_{xy} магнитный момент M_z связан с тензором упругих напряжений как $M_z = \Lambda_2\sigma_{xy}$, то из (15),(18) по аналогии получаем, что по порядку величины

$$\Lambda_{DPMI} \sim \gamma\omega/c_{44}, \qquad (19)$$

где c_{44} – упругий модуль немагнитной среды. Если считать, что $c_{44} \sim 10^5\,\text{кгс}\cdot\text{см}^{-2}$ [7], то из (19) следует, что, начиная с $\omega \sim 10^{10}\,\text{с}^{-1}$, константа Λ_{DPMI} становится порядка величины константы пьезомагнитного взаимодействия Λ_2, получаемой с помощью статических измерений [9]. При этом коэффициент магнитомеханической связи немагнитной среды $4\pi\Lambda^2_{DPMI}/c_{44}\mu$ оказывается лишь на порядок меньше, чем коэффициент электромеханической связи в GaAs [7]. Это позволяет надеяться, что описываемые в работе эффекты ДПМВ в спектрах отражения сдвиговой волны с учетом возможности их резонансного усиления (13) могут быть в принципе зарегистрированы экспериментально уже для немагнитной среды.

1. Л. М. Бреховских, О. А. Годин, *Акустика слоистых сред*, М.: Наука, 1989.
2. В. Новацкий, *Теория упругости*, М.: Мир, 1975.
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, М.: Наука, 1982.
4. И. Е. Чупис, Д. А. Мамалуй, Письма в ЖЭТФ **68**, 876 (1998).
5. Ю. И. Сиротин, М. П. Шаскольская, *Основы кристаллофизики*, М.: Наука, 1979.
6. Л. М. Бреховских, В. В. Гончаров, *Введение в механику сплошных сред*, М.: Наука, 1982.
7. Э. Дьелесан, Д.Руайе, *Упругие волны в твердых телах*, М.: Наука, 1982.
8. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, М.: Наука, 1967.
9. А. С. Боровик-Романов, ЖЭТФ **36**, 1954 (1959).