

Фрустрационный механизм формирования геликоидальной магнитной структуры в двухподсистемном антиферромагнетике CuV_2O_4

С. Н. Мартынов⁺¹⁾, А. Д. Балаев*

* Институт физики им. Л.В. Киренского Сибирского отд. РАН, 660036 Красноярск, Россия

⁺ Сибирский федеральный университет, 660041 Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 3 мая 2007 г.

После переработки 16 мая 2007 г.

Предложен новый механизм формирования несоизмеримой магнитной структуры типа поперечная спираль за счет снятия фрустрации по межподсистемному обмену в двухподсистемном антиферромагнетике. Симметричный анализ распределения взаимодействия Дзялошинского-Мория и сравнение с экспериментальными данными по полевой зависимости намагниченности позволяют сделать вывод о том, что антисимметричный обмен и конкуренция симметричных обменов не могут быть ответственными за образование геликоидальной магнитной структуры в CuV_2O_4 .

PACS: 75.10.Jm, 75.50.Ee, 75.50–y

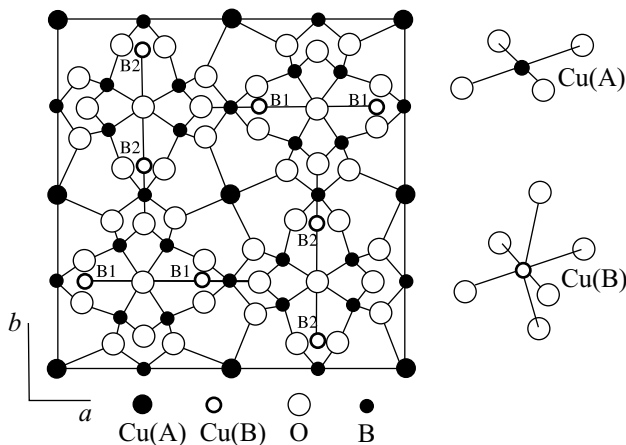
Фрустрированные магнитные системы в течение многих лет являются постоянным объектом исследований в физике фазовых переходов и критических явлений [1, 2]. Этот интерес связан с дополнительной степенью свободы, возникающей из вырождения классического основного состояния. Наиболее известным примером может служить 120-градусная ориентация спинов, возникающая в треугольном фрустрированном антиферромагнетике и приводящая к хиральности как дополнительной степени свободы и новому классу критических экспонент [3]. Как следствие, природа фазового перехода в фрустрированных системах может принципиально отличаться от аналогичных превращений в нефрустрированных магнетиках.

Магнитным свойствам метабората меди CuV_2O_4 за последние несколько лет были посвящены десятки работ [4–11]. Прежде всего это обусловлено существованием в этом соединении несоизмеримой магнитной структуры (НМС). Однако вопрос о механизме ее формирования – взаимодействиях, приводящих к несоизмеримости, остается открытым. Формирование НМС происходит в результате конкуренции магнитных, прежде всего обменных, взаимодействий. Обычно выделяют два механизма: 1) конкуренция симметричных обменов (чаще всего между ближайшими и следующими магнитными соседями) – так называемый обменный механизм, и 2) конкуренция между симметричным и антисимметричным обме-

нами – релятивистский механизм [12]. В силу относительной малости антисимметричного обмена (взаимодействия Дзялошинского-Мория [13]) во втором случае, как правило, формируется длиннопериодическая НМС. Из-за отсутствия в кристаллической структуре CuV_2O_4 центра инверсии в большинстве работ именно второй механизм считается ответственным за возникновение НМС. Обменные взаимодействия в CuV_2O_4 осуществляются через боркислородные тетраэдры, что приводит к большой протяженности и разнообразию обменных связей, в том числе и возможных конкурирующих. Этот механизм как альтернативный или дополняющий также обсуждался в ряде работ [14, 15]. В магнетиках, состоящих из двух и более различных магнитных подсистем, класс возможных взаимодействий, приводящих к образованию НМС, существенно расширяется. Оба механизма могут присутствовать как в каждой подсистеме отдельно, так и в межподсистемных взаимодействиях. Целью настоящей работы является ответ на вопрос, что формирует НМС в CuV_2O_4 .

Кристаллическая структура CuV_2O_4 принадлежит пространственной группе $I\bar{4}2d$, хорошо изучена и описана в ряде работ [16, 5, 9] (рис.1). Ее особенность заключается в наличии двух неэквивалентных положений ионов Cu^{2+} и, как следствие, качественно различных обменных взаимодействий как внутри каждой магнитной подсистемы, так и между ними. Антиферромагнитное обменное взаимодействие между ионами в позиции 4b (CuA) является самым сильным и формирует дальний антиферромаг-

¹⁾e-mail: unonav@iph.krasn.ru

Рис.1. Кристаллическая структура CuV_2O_4

нитный порядок в этой “сильной” подсистеме при $T_N = 20\text{ K}$. Внутри “слабой” подсистемы ионов меди в позиции 8d (CuB) существуют обменные связи, формирующие двойные зигзагообразные магнитные цепочки вдоль тетрагональной оси c [14]. Между подсистемами обменные взаимодействия полностью фрустрированы – каждый момент CuB в упорядоченной фазе $T < T_N$ одинаково связан со спинами обеих антиферромагнитных подрешеток CuA. Между цепочками подсистемы B также существуют обменные пути, которые могут быть фрустрированными, если предположить антиферромагнитное упорядочение внутри цепочек. Все эти обмены осуществляются через гибридизированные $s-p$ -орбитали боркислородных комплексов – одиночные или двойные пути Cu-O-B-O-Cu различных конфигураций.

Магнитная фазовая диаграмма температура-поле [11] при $T < 20\text{ K}$ имеет соизмеримую слабоферромагнитную фазу в больших полях и две модулированные фазы в полях, меньших критических. Вопрос о длиннопериодической структуре при $9.5\text{ K} < T < 20\text{ K}$ остается открытым, а ниже $T_s = 9.5\text{ K}$ формируется спиральная (геликоидальная) НМС с волновым вектором $\mathbf{k} \parallel \mathbf{c}$ и поперечной поляризацией [9]. В окрестности перехода в спиральную фазу T_s при рассеянии нейтронов в нулевом поле наряду с основным пиком НМС также наблюдаются более слабые сателлитные пики, что говорит о слабой модуляции спирали – так называемой “солитонной решетке” [6]. Волновой вектор спирали с понижением температуры непрерывно возрастает от нуля при T_s до $0.15\pi/a$ при $T \approx 2\text{ K}$. Феноменологический анализ [10] показал, что такое поведение волнового вектора структуры может быть описано в термодинамическом потенциале с помощью инварианта Лифшица, построенного на двух двухкомпонентных параметрах порядка, вклю-

чающих магнитные моды обеих подсистем. Первым важным моментом для понимания температурной и полевой эволюции магнитной структуры является температурная зависимость средних намагниченностей подсистем. При $T < 10\text{ K}$ момент на узле “сильной” подсистемы A уже в нулевом поле $H = 0$ близок к насыщению: $M_a = g\mu_B S_A > 0.9\mu_B$. Магнитный момент на узле “слабой” подсистемы B в нулевом поле не насыщен вплоть до доступных низких температур и составляет $M_B \sim 0.2\mu_B$ при $T = 12\text{ K}$ и $M_B \sim 0.5\mu_B$ при $T = 2\text{ K}$ [9]. Последнее может говорить как о малости обменных взаимодействий с участием моментов подсистемы B, так и о квазинизкомерном характере обменов в этой подсистеме. На доминирующую роль обмена вдоль двойных цепочек среди взаимодействий в подсистеме B указывает и существование низкоэнергетической ветви в спектре неупругого рассеяния нейтронов только для $\mathbf{k} \parallel \mathbf{c}$ [14]. Вторым фактором, напрямую влияющим на формирование поперечной спирали, является ориентация магнитных моментов подсистем. Подсистема моментов A является легкоплоскостным антиферромагнетиком со слабым ферромагнитным моментом в тетрагональной плоскости в соизмеримой высокополевой фазе $H > H_c(T)$. Моменты ее подрешеток в отсутствии поля лежат, в основном, в тетрагональной плоскости с небольшими отклонениями к оси c . Моменты S_B при $T = 12\text{ K}$, наоборот, ориентированы почти точно вдоль оси c и испытывают ориентационный переход при понижении температуры до 2 K в угловую фазу с углом между направлением моментов и осью c порядка 60° [9].

В зависимости от операций симметрии, преобразующих пары взаимодействующих спинов, антисимметричное взаимодействие может приводить либо к слабому ферромагнетизму, либо к спиральной структуре. Для того чтобы оно приводило к возникновению поперечной спирали с вектором распространения вдоль тетрагональной оси $\mathbf{k} \parallel \mathbf{c}$, необходимо существование компоненты псевдовектора этого обмена \mathbf{D} вдоль этой оси. Поэтому ограничимся анализом только этой компоненты псевдовектора. Вводя нумерацию индексов $i \in A$, $j \in B1$ и $j' \in B2$ вдоль оси c для обменов внутри подсистемы A и между подсистемами получаем, соответственно,

$$\begin{aligned} H_D^A &= \sum_i \mathbf{D}_i^A [\mathbf{S}_i \times \mathbf{S}_{i+1}], \\ H_D^{AB} &= \sum_{ij(j')} \mathbf{D}_{ij(j')}^{AB} [\mathbf{S}_i \times \mathbf{S}_{j(j')}], \end{aligned} \quad (1)$$

где индекс $l = 1, 2, 3$ относится к трем различным путям обменных взаимодействий между подсистемами

ми. На рис.2 показаны пути обмена внутри подсистемы А и пути взаимодействия между ближайшими

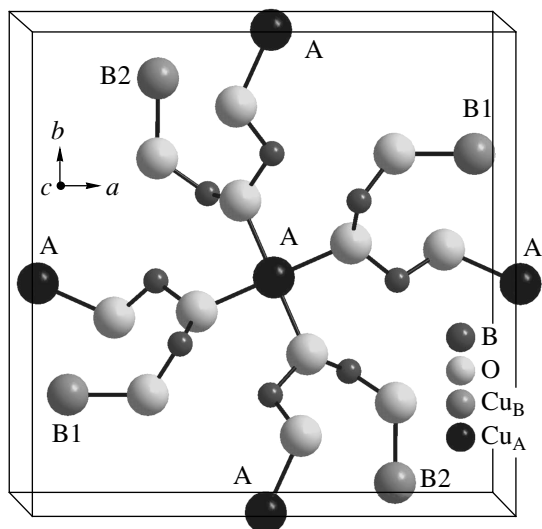


Рис.2. Обмен между спинами подсистемы А и обмен между ближайшими по тетрагональной оси спинами А и В(В1 и В2)

по оси с соседями А и В. Оба обмена эквивалентны – пары взаимодействующих спинов при смещении вдоль тетрагональной оси $i \rightarrow i + 1$ в первом случае (или $j \rightarrow j'$ во втором) преобразуются друг в друга поворотом вокруг осей четвертого порядка $\bar{4}_3^1$ и $\bar{4}_3^3$ в сочетании с инверсией $\bar{1}$ относительно центрального спина А. В результате $\mathbf{D}_i^A = (-1)^i \mathbf{D}^A$ и $\mathbf{D}_{ij}^{AB} = \text{Sign}(i - j(j')) \mathbf{D}_i^{AB}$. Эти обмены приводят к чередованию скоса магнитных моментов при смещении по с и, как следствие, к слабому ферромагнетизму.

Следующая группа обменов внутри двойных цепочек подсистемы В

$$H_D^B = \sum_{nj} \mathbf{D}_{nj}^B [\mathbf{S}_j \times \mathbf{S}_{j+n}], \quad (2)$$

где $n = 1, 2$ относится к обменам между ближайшими и вторыми соседями в цепочке, соответственно, преобразуется поворотом вокруг осей второго порядка 4_1^2 и 4_2^2 , лежащих в тетрагональной плоскости и проходящих через ионы В. Это приводит как к замене индексов $j + n \leftrightarrow j - n$, так и к смене знака псевдовектора \mathbf{D} , что в конечном итоге сводится к второму типу антисимметричного обмена $\mathbf{D}_{nj}^B = \mathbf{D}_n^B$. Таким образом, внутри цепочек подсистемы В возможно формирование спиральной структуры. Однако разные цепочки В1-В1 и В2-В2 (рис.1) переходят друг в друга тем же поворотом вокруг оси четвертого порядка с инверсией, что и для обменов первой

группы. При этом меняется порядок следования индексов в соседних цепочках $j + 1 \leftrightarrow j' - 1$, но псевдовектор сохраняет знак. В результате у соседних цепочек при следовании в одинаковом направлении по индексам j и j' знаки псевдовекторов противоположны: $\mathbf{D}_n^{B1} = -\mathbf{D}_n^{B2}$. Таким образом, восстанавливается общее двукратное вырождение и симметрия параметра порядка повышается до $Z_2 \times SO(2)$. Следовательно, при наличии антисимметричного обмена с продольными компонентами $\mathbf{D}_n^{B1,2}$ формирование общей простой спирали с одним вектором \mathbf{k} становится невозможным. В этом случае антисимметричный обмен может привести либо к более сложной НМС, либо к модуляции простой спирали, сформированной другими механизмами. Антисимметричный обмен, который может существовать между спинами В различных цепочек, также будет иметь чередующийся знак продольной компоненты.

Гамильтониан модели

$$H = h \left(\sum_i \mathbf{S}_i^A + \sum_j \mathbf{S}_j^B \right) + J^A \sum_{ii'} \mathbf{S}_i \mathbf{S}_{i'} + J_1^B \sum_j \mathbf{S}_j^B \mathbf{S}_{j+1}^B + J_2^B \sum_j \mathbf{S}_j^B \mathbf{S}_{j+2}^B + \sum_{l=1}^3 J_l^{AB} \sum_{ij} \mathbf{S}_i^A \mathbf{S}_j^B \quad (3)$$

включает в себя энергию взаимодействия с внешним полем, изотропный обмен внутри подсистемы А, два обмена с ближайшими и вторыми соседями в двойных цепочках подсистемы В, а также три межподсистемных обмена. Поскольку основное внимание уделяется анализу поведения на границе фазовой диаграммы (в окрестности перехода в несоизмеримую фазу) в сравнительно больших полях, то влияние других анизотропных взаимодействий на данном этапе не учитывается. Так как анализируется формирование простой, то есть однородной, спирали, локальная ориентация магнитных моментов во вращающейся при смещении вдоль тетрагональной оси системы координат зависит только от трех углов (рис.3): α и β – углы между внешним полем, приложенным вдоль тетрагональной оси с, и спинами \mathbf{S}^A и \mathbf{S}^B , соответственно, γ – угол между их проекциями на тетрагональную плоскость. Все спины каждой из подсистем находятся в одинаковом локальном окружении.

Минимизация свободной энергии по углам α, β, γ равновесной ориентации спинов проводилась в приближении молекулярного поля. Для одного спина \mathbf{S}^A и двух \mathbf{S}^B ($S = 1/2$)

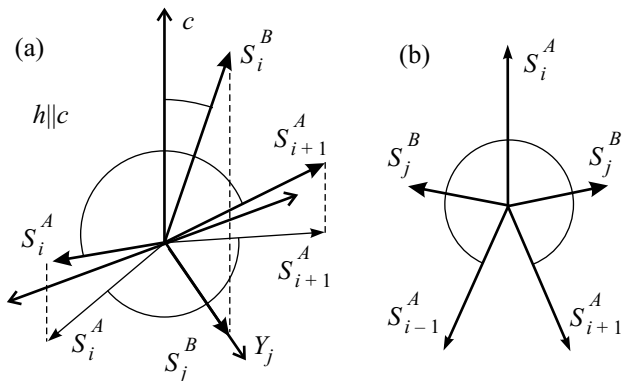


Рис. 3. Локальная ориентация спинов в пространстве (а) и их проекций на плоскость (x_j, y_j) (б)

$$F = -T \ln Z_{1+2} = -T \left(\ln(\exp(h_a/2T) + \exp(-h_a/2T)) + 2 \ln(\exp(h_b/2T) + \exp(-h_b/2T)) \right), \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} h_a &= h \cos \alpha - 2J^A S_a (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos 2\gamma) - \\ &\quad - J_1^{AB} S_b (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma) - \\ &\quad - J_2^{AB} S_b (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos 3\gamma) - \\ &\quad - J_3^{AB} S_b (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos 5\gamma), \\ h_b &= h \cos \beta - 2J_1^B S_b (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta \cos 4\gamma) - \\ &\quad - 2J_2^B S_b (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta \cos 8\gamma) - \\ &\quad - J_1^{AB} S_a (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma) - \\ &\quad - J_2^{AB} S_a (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos 3\gamma) - \\ &\quad - J_3^{AB} S_a (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos 5\gamma), \end{aligned}$$

а S_a и S_b – средние значения спинов в каждой подсистеме. Значение обмена в подсистеме А было взято из анализа спектра спиновых волн, полученного из эксперимента по неупругому рассеянию нейтронов [17] $J_a = 45$ К. Из анализа данных по упругому рассеянию нейтронов [9] следует, что в рассматриваемой области температур $T \sim 4$ К \div 6 К подсистема А близка к насыщению и значение S_a можно считать постоянным $S_a = 0.475$. Среднее значение спина S_b находилось самосогласованно:

$$S_b = \frac{1}{2} \tanh \frac{h_b}{2T}. \quad (5)$$

Полученные численной минимизацией свободной энергии (4) с условием (5) углы α, β использовались для расчета продольной намагниченности

$$M = S_a \cos \alpha + 2S_b \cos \beta. \quad (6)$$

Угол γ определял волновой вектор спирали $k(rlu) = 2 - 4\gamma/\pi$.

Намагниченность монокристалла CuV_2O_4 измерялась методом токовой оболочки на автоматизированном вибрационном магнетометре со сверхпроводящим соленоидом [18] в поле до 80 кЭ. Погрешность в измерении магнитного момента не превышала величину $1 \cdot 10^{-4}$ Гс \cdot см³, что для намагниченности кристалла CuV_2O_4 с $m = 31$ мг составляет величину $3 \cdot 10^{-3}$ Гс \cdot см³/г $\approx 10^{-4}$ μ_B /атом Cu. Погрешность в измерении температуры не превышала ± 0.15 К. Ориентация и фиксация кристалла на кварцевой подложке с точностью $1-2^\circ$ с осью $c||h$ проводилась визуально по естественной гранке, предварительно проверенной с помощью рентгеноструктурных измерений.

Определение обменных параметров проводилось из сравнения намагниченности (6) с нормированными экспериментальными данными при $T = 4.23$ К и $h > 5$ К (рис.4а). Значения обменов, полученные из этой подгонки, использовались для контрольного сравнения с намагниченностью при $T = 6$ К. Для удобства сравнения зеемановской энергии с величинами обменов и температурю поле приведено в градусах Кельвина (1 К = 7400 Э). Критическое поле при этой температуре $h_c \approx 9.1$ К. Намагниченность отнормирована на намагниченность насыщения подсистемы В $M_0^B = 27$ э.м.е./г и представляет собой при $h > h_c$ суперпозицию близкого к линейному вкладу от антиферромагнитной подсистемы А и квазипарамагнитного вклада от подсистемы В, также близкой к насыщению в этих полях. Выше h_c $\beta = 0$ – подсистема В находится в коллинейрной фазе и выстраивается вдоль внешнего поля. Сравнение с экспериментальной намагниченностью в этой фазе дает ферромагнитный знак суммарного обмена в подсистеме В. Ниже критического поля полевые зависимости ориентации моментов В (рис.4б) и, как следствие, суммарной намагниченности качественно различны для разных моделей формирования НМС. Кривые 1 соответствуют модели конкурирующих обменов первой и второй координационных сфер в цепочках подсистемы В: $J_1^B = -34.3$ К, $J_2^B = 23.8$ К, $J_1^{AB} = 3$ К, $J_2^{AB} = J_3^{AB} = 0$. Переход в НМС при понижении поля происходит скачком – моменты подсистемы В переориентируются в угловую фазу. Также скачком возникает вектор НМС $\mathbf{k} \neq 0$ (рис.4с). Таким образом, полевая зависимость продольной намагниченности в CuV_2O_4 свидетельствует о том, что данный механизм формирования НМС в метаборате меди не реализуется. Кривые 2 соответствуют полевым зависимостям намагниченности, угла β и значения

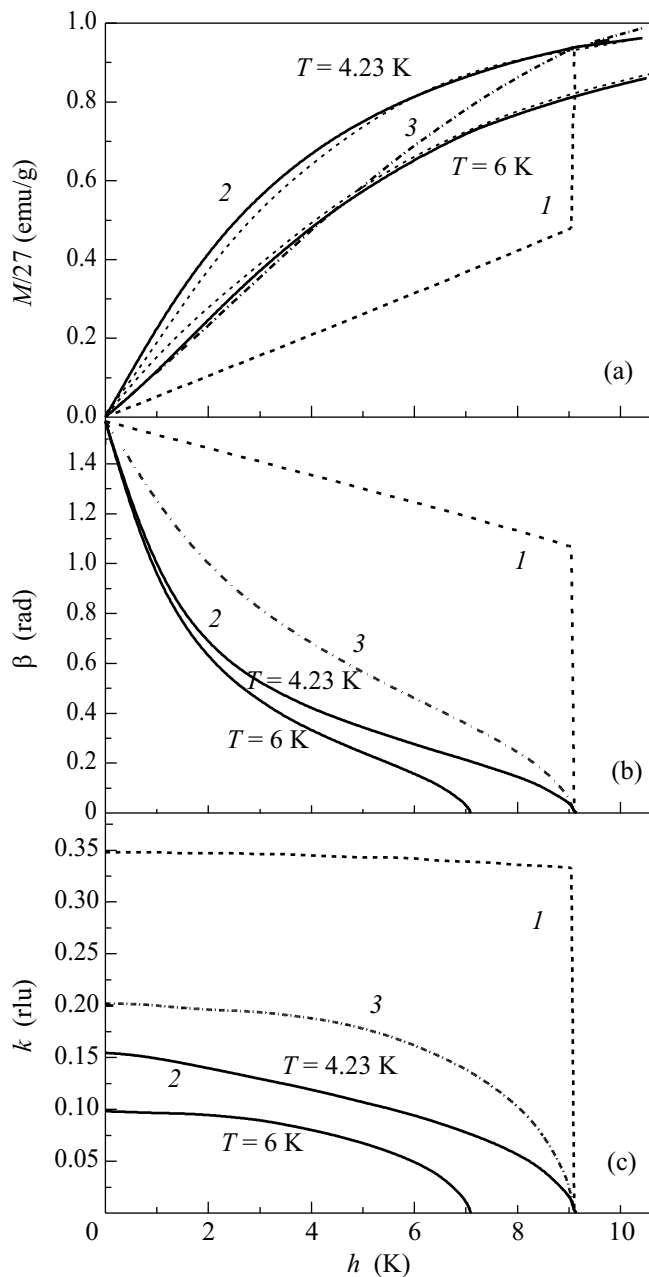


Рис.4. Полевая зависимость намагниченности (а), ориентации моментов подсистемы В (b) и волнового вектора геликоида (с). Точки – эксперимент, пунктирная линия 1 – модель конкурирующих обменов, сплошные линии 2 – фрустрационная модель, штрих-пунктирная линия 3 – “парамагнитный” случай

вектора НМС в модели фрустрированных межподсистемных обменов: $J_1^B = -7$ К, $J_2^B = -3.5$ К, $J_1^{AB} = 4.05$ К, $J_2^{AB} = -3.85$ К, $J_3^{AB} = 2.8$ К. В этом случае сохраняется плавное изменение суммарной намагниченности с незначительным изломом в критическом поле h_c . Волновые вектора спирали для обеих тем-

ператур плавно возрастают с уменьшением поля до значений, близких к экспериментальным в нулевом поле $h = 0$: $k_0^{\text{exp}}(4.23 \text{ К}) \approx 0.14 \text{ rlu}$, $k_0^{\text{exp}}(6 \text{ К}) \approx 0.1 \text{ rlu}$ [7]. Угол β между тетрагональной осью и направлением средних моментов на узлах В плавно возрастает до $\pi/2$ – моменты ложатся в базисную плоскость. Таким образом, механизм формирования НМС за счет существования фрустрированных межподсистемных обменов дает хорошее количественное соответствие с экспериментальными данными и по продольной намагниченности и по величине вектора НМС.

Важным отличием обменного и релятивистского механизмов является существование порогового условия на возникновение НМС в первом случае и отсутствие его во втором. В случае существования фрустрированных межподсистемных обменов при скосе антиферромагнитных подрешеток в подсистеме А и появлении проекции на базисную плоскость моментов подсистемы В S_b^\perp понижение энергии пропорционально $J_1^{AB} S_a^\perp S_b^\perp \cos(2l - 1)\gamma$, что при γ , близком к $\pi/2$ в длинноволновом пределе ($\delta = \pi/2 - \gamma \rightarrow 0$), всегда превышает проигрыш в обменной энергии подсистемы А $\sim J^A S_a^\perp S_a^\perp \cos 2\gamma$. Таким образом, скос моментов возникает без какого-либо порогового условия на величину межподсистемного обмена, но при условии появления поперечных компонент моментов в подсистеме В. Именно это приводит к жесткой корреляции развития несоизмерной структуры и переориентации моментов подсистемы В от тетрагональной оси. Поскольку помимо спиральной структуры возможен скос моментов и при образовании соизмеримой “угловой” фазы (рис.5), необходимо сравнивать энергии этих двух фаз. При наличии только одного межподсистемного обмена с $l = 1$ энергии этих фаз совпадают. Появление обмена со вторыми соседями J_2^{AB} такого же знака понижает энергию соразмерной фазы. Однако при дальнейшем увеличении абсолютного значения второго обмена и прохождении порогового (бифуркационного) значения $J_2^{AB} = J_1^{AB}$ нижней становится энергия спиральной структуры – система меняет тип основного состояния. Обмен со вторыми соседями противоположного знака всегда стабилизирует геликоид. Поперечные компоненты магнитных моментов разных цепочек подсистемы В в геликоидальной фазе относительно друг друга ориентируются локально антиферромагнитно. Это приводит к появлению в плотности термодинамического потенциала инварианта Лифшица

$$\frac{d\Phi_L}{dV} = C \left(l_b \frac{\partial l_a}{\partial z} - l_a \frac{\partial l_b}{\partial z} \right), \quad (7)$$

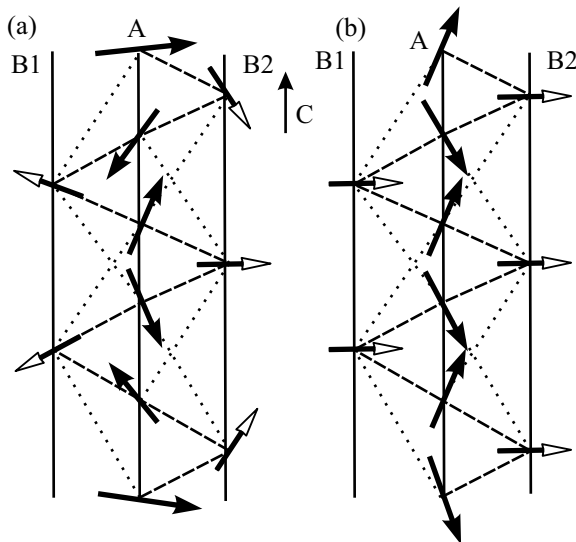


Рис. 5. Снятие вырождения спиральной (а) и соизмеримой (б) структур обменом между вторыми соседями (пунктирные линии). Показаны проекции моментов на базисную плоскость

где, в отличие от [10], двухкомпонентными параметрами порядка, ответственными за появление спиральной структуры, являются поперечные векторы антиферромагнетизма подсистем А и В l_a и l_b . Вывод этого инварианта, так же как и подробный анализ влияния на пороговые условия взаимодействий в подсистеме В, будет представлен позднее. Отметим только, что этот инвариант, отсутствующий в модели конкурирующих обменов, появляется у нас именно за счет фрустрированных межподсистемных связей. Ферромагнитное взаимодействие внутри цепочек не меняет пороговых условий, в то время как обмен между цепочками в зависимости от знака стабилизирует либо спиральную, либо “угловую” фазы. На рис.4 показана возможность появления спиральной структуры в “парамагнитном” случае (линии 3): $J_{1,2}^B = 0$, $J_1^{AB} = -2.02$ К, $J_2^{AB} = -12.5$ К. Значения обменов подобраны так, чтобы переход в спиральную фазу происходил в той же точке фазовой диаграммы и с тем же значением намагниченности, что и в CuV_2O_4 . Этот пример показывает, что изотропная “парамагнитная” подсистема, даже при отсутствии собственных обменных взаимодействий, может привести к качественной перестройке обменноупорядоченной подсистемы при наличии межподсистемной фрустрации.

Помимо интереса с точки зрения чисто магнитных переходов, вопрос о механизме формирования НМС является принципиальным при описании магнитоэлектрических эффектов (см., например, обзор

по мультиферроикам [19], работы [20, 21]), где фрустрированные обменные взаимодействия играют ключевую роль в появлении электрической поляризации. CuV_2O_4 является первым из исследуемых двухподсистемных антиферромагнетиков, в котором несоизмеримая магнитная структура формируется за счет снятия фрустрации по межподсистемному обменному взаимодействию.

Авторы благодарят А. И. Панкраца за полезные обсуждения.

1. M. F. Collins and O. A. Petrenko, *Can. J. Phys.* **75**, 605 (1997).
2. H. Kawamura, *J. Phys. Condens. Matter* **10**, 75111 (1998).
3. V. P. Plakhty, J. Kulda, D. Wisser et al., *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3942 (2000).
4. G. Petrakovskii, D. Velikanov, A. Vorotinov et al., *J. Magn. Magn. Mater.* **205**, 105 (1999).
5. Г. А. Петраковский, М. А. Попов, Б. Россли, Б. Улади-аф, *ЖЭТФ* **120**, 926 (2001).
6. B. Roessli, J. Schefer, G. Petrakovskii et al., *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1885 (2001).
7. Г. А. Петраковский, А. И. Панкрац, М. А. Попов и др., *Физика низких температур* **28**, 840 (2002).
8. А. И. Панкрац, Г. А. Петраковский, М. А. Попов и др., *Письма в ЖЭТФ* **78**, 1058 (2003).
9. M. Boehm, B. Roessli, J. Schefer et al., *Phys. Rev. B* **68**, 024405 (2003).
10. М. А. Попов, Г. А. Петраковский, В. И. Зиненко, *ФТТ* **46**, 478 (2004).
11. A. Pankrats, G. Petrakovskii, V. Tugarinov et al., *J. Magn. Magn. Mater.* **300**, e388 (2006).
12. Ю. А. Изюмов, *Дифракция нейтронов на длиннопериодических структурах*, М.: Энергоатомиздат, 1987, с. 143.
13. И. Е. Дзялошинский, *ЖЭТФ* **47**, 992 (1964).
14. S. Martynov, G. Petrakovskii, and B. Roessli, *J. Magn. Magn. Mater.* **269**, 106 (2004).
15. С. Н. Мартынов, *ФТТ* **47**, 654 (2005).
16. M. Martinez-Ripoli, S. Martinez-Carrera, and S. Carcia-Blanco, *Acta Cryst. B* **27**, 677 (1971).
17. M. Boehm, S. Martynov, B. Roessli et al., *J. Magn. Magn. Mater.* **250**, 313 (2002).
18. А. Д. Балаев, Ю. В. Бояршинов, М. М. Карпенко, Б. П. Хрусталева, *ПТЭ* **3**, 167 (1985).
19. S.-W. Cheong and M. Mostovoy, *Nature Mater.* **6**, 13 (2007).
20. M. Mostovoy, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 067601 (2006).
21. I. A. Sergienko and E. Dagotto, *Phys. Rev. B* **73**, 094434 (2006).