Письма в ЖЭТФ, том 46, вып. 1, стр. 3 – 5 *10 июля 1987 г.*

УРАВНЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ, ВЛОЖЕННОЙ В ПРОСТРАНСТВО С РАЗМЕРНОСТЬЮ БОЛЬШЕ ЧЕТЫРЕХ

А.А.Власов

Предложено обобщение уравнений релятивистской теории гравитации на пространство с размерностью $D \geqslant 4$.

Релятивистская теория гравитации (РТГ), сформулированная в [1] и разрабатываемая в [2], основана на пространстве Минковского и принципе геометризации. Это означает, что исходным пространством РТГ является (M_4, γ) – гладкое ориентированное многообразие M_4, для описания которого достаточно взять одну карту, наделенное псевдоевклидовой метрикой γ. Для каждого физического движения вещества под действием гравитационного поля в (M_4, γ) существует однозначный образ в эффективном пространстве (M_4^*, g), построенном в РТГ с помощью полной системы уравнений теории. Здесь M_4^* – тривиальное однослойное накрытие исходного многообразия, наделенное псевдоримановой метрикой g. Полная система уравнений РТГ имеет вид:

$$R_{ij} - g_{ij}R/2 = 8\pi T_{ij}\,; \quad D_j \tilde{g}^{ij} = 0;$$

где D_i – ковариантная производная в $(M_4, \gamma), \tilde{g}^{ij} = \sqrt{-g}\, g^{ij}$.

РТГ в определенном смысле развивает идеи работ [3]. Предложим следующее обобщение уравнений РТГ. Рассмотрим вместо многообразия M_4 многообразие M_D размерности $D \geqslant 4$: $M_D = M_4 \times K$, где M_4 – пространство Минковского с метрикой γ, K – "дополнительное" многообразие. Координаты в M_D будем обозначать как Q^A, $A = 0, 1, \ldots, D-1$, причем если $A = i = 0, \ldots 3$, то $Q^i \in M_4$, а если $A = N = 4, \ldots, D-1$, то $Q^N \in K$; метрикой в M_D будем считать γ_{AB}, а координатами в $M_4^* - x^\mu$, $\mu = 0, \ldots, 3$.

Природа многообразия K может быть самой разнообразной: в качестве K могут, например, быть "компактные" пространства в стиле [4], различные "внутренние" пространства в стиле [5], либо $M_4 \times K$ может описывать некоторый "континуум" "экземпляров" пространства M_4.

Связь (вложение) двух пространств (M_4^*, g) и (M_D, γ) описывается уравнением поверхности $Q^A = Q^A(x)$ с индуцированной псевдоримановой метрикой $g_{\mu\nu}(x)$. Это уравнение можно вывести из теории минимальных поверхностей ([6,7], стр. 142, 155). Для этого возьмем действие S в следующем виде:

$$S = \int d^4x \, \{\tilde{g}^{\mu\nu}(x)\, \partial_\mu Q^A \, \partial_\nu Q^B \gamma_{AB} \frac{1}{\alpha} + \sqrt{-g(x)} R(x) \frac{1}{k} -$$

$$- \sqrt{-g(x)} \frac{2}{\alpha} + L\,(g_{\mu\nu}(x), [Q^A])\} . \qquad (1)$$

Здесь α, k – параметры связи, L – лагранжиан "вещества", первый член в (1) стандартен для описания минимальных поверхностей, второй связан с индуцированной кривизной на поверхности $Q^A = Q^A(x)$, третий обеспечивает в отсутствие "вещества" решение теории в виде плоского пространства $(M_4^*, g) = (M_4, \gamma)$.

Уравнения Эйлера – Лагранжа $\partial S/\delta Q^A = 0$ и $\delta S/\delta g^{\mu\nu} = 0$ для действия (1) дают

$$\partial_\mu (\tilde{g}^{\mu\nu} \partial_\nu Q^A) = \frac{\alpha}{2} \gamma^{BA} \frac{\delta L}{\delta Q^B} + \frac{1}{2} \gamma^{BA} \tilde{g}^{\mu\nu} \partial_\mu Q^C \partial_\nu Q^D \frac{\partial \gamma_{CD}}{\partial Q^B} -$$

$$- \tilde{g}^{\mu\nu} \partial_\mu Q^B \gamma^{AC} \partial_\nu \gamma_{BC} , \qquad (2)$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = - \frac{k}{\sqrt{-g}} \frac{\delta L}{\delta g^{\mu\nu}} - \frac{k}{\alpha} \gamma_{AB} (\partial_\mu Q^A \partial_\nu Q^B - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} g^{\sigma\tau} \cdot$$

$$\cdot \partial_\sigma Q^A \partial_\tau Q^B) - \frac{k}{\alpha} g_{\mu\nu} .$$

Уравнения (2) обобщают уравнения РТГ на пространство с размерностью $D \geqslant 4$. Уравнения (2) существенно упрощаются в первом, "фоновом" приближении

$$Q^A = Q^A(x) = \left| \begin{array}{lll} \xi^i(x) & \in M_4 , & \\ \epsilon \eta^N , & \epsilon \to 0, & \in K. \end{array} \right. \qquad (3)$$

и после некоторых преобразований с учетом (3) и правил тензорного перехода от переменных x^μ к переменным ξ^i принимают вид

$$\partial_\mu (\tilde{g}^{\mu\nu} \partial_\nu \xi^i) = - \gamma^i_{jk} \, \partial_\mu \xi^j \, \partial_\nu \xi^k \, \tilde{g}^{\mu\nu} ; \qquad (4)$$

$$R_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} R = 8\pi T_{ij} - \frac{k}{\alpha} (\gamma_{ij} + g_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} g^{mn} \gamma_{mn}). \qquad (5)$$

Здесь γ^i_{jk} – символы Кристоффеля по метрике $\gamma_{ij}(\xi) \in M_4$, $T_{ij} = -k\delta L/\delta g^{ij} 8\pi\sqrt{-g}$. Уравнение (4) совпадает [2] с уравнением $D_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0$ РТГ, уравнение (5) представляет собой уравнение РТГ с "космологическим членом" [8], а также напоминает уравнение Гильберта – Эйнштейна со специально выбранным "массовым" членом [9]. Тождество Бианки для (5), как и в [8,9], сводится к уравнению на "вещество" $\nabla_i T^{ij} = 0$ и к уравнению (4) в форме $D_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0$. Требование $k/\alpha > 0$ в (5) приводит к появлению у гравитонов массы, пропорциональной $\sqrt{k/\alpha}$, а также сильно меняет картину развития Вселенной даже для простейшей космологической модели: минимальное значение масштабного фактора однородной и изотропной Вселенной не нулевое, а пропорционально $\sqrt{k/\alpha}$ – массе гравитона, причем при малом k/α все остальные свойства " Большого космологического взрыва" остаются в силе. Достаточно малое значение k/α не будет проявляться и в наблюдаемых сейчас гравитационных эффектах.

В следующих приближениях решения системы (2) зависят от природы многообразия K, что в общем случае нарушает стандартный принцип эквивалентности.

Автор благодарит за многочисленные ценные обсуждения А.А.Логунова, а также А.П. Исаева, Ф.А.Лунева и К.А.Свешникова.

Литература

1. *Логунов А.А., Власов А.А.* ТМФ, 1984, **60**, 3; *Власов А.А., Логунов А.А., Мествиришвили М.А.* ТМФ, 1984, **61**, 323.
2. *Logunov A.A., Mestvirishvili M.A.* Progr. Theor. Phys., 1985, **74**, 31; Found. Phys., 1986, **16**, 1; *Логунов А.А.*, ТМФ, 1987, **70**, 3; *Власов А.А., Логунов А.А.*, ТМФ, 1987, **70**, 171.
3. *Rosen N.* Phys. Rev., 1940, **57**, 147; *Логунов А.А., Фоломешкин В.Н.* ТМФ, 1977, **32**, 147.
4. *Candelas P., Horowitz G.T., Strominger A., Witten E.* Nucl. Phys., 1985, **B258**, 46.
5. *Rosen N., Tauber G.E.* Found. Phys., 1987, **17**, 63.
6. *Эйзенхарт Л.П.* Риманова геометрия, М.: ИИЛ, 1948.
7. *Барбашов Б.М., Нестеренко В.В.* Модель релятивистской струны в физике адронов. М.: Энергоатомиздат, 1987.
8. *Логунов А.А., Мествиришвили М.А.* ТМФ, 1985, **65**, 3.
9. *Feynman R.P.* In "Magic without magic: J.A.Wheeler", ed. J.R.Klauder, S.Francisco, 1972, 377.

НИИЯФ Московского государственного университета
им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию
10 апреля 1987 г.