

# Переходное излучение на тонкой линзе

Б. М. Болотовский, А. В. Серов

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 23 мая 2007 г.

Рассматривается переходное излучение релятивистской заряженной частицы при пересечении тонкой двояковыпуклой линзы. Траектория равномерно движущейся частицы совпадает с оптической осью линзы. Приведены оценки интенсивности переходного излучения в фокальной плоскости линзы.

PACS: 41.60.–m

Переходное излучение возникает, когда движущаяся заряженная частица пересекает границу раздела между средами [1]. Теория переходного излучения разработана достаточно подробно для случая плоской границы раздела [2–4]. Случай более сложных поверхностей раздела исследованы далеко не так подробно. В работе [5] было исследовано переходное излучение, возникающее при пересечении частицей параболического зеркала. Было показано, что в этом случае переходное излучение собирается в фокусе зеркала. Сравнительно недавно было рассмотрено переходное излучение в двухгранных и трехгранных углах [6, 7]. В настоящей заметке рассмотрено переходное излучение частицы на тонкой двояковыпуклой линзе.

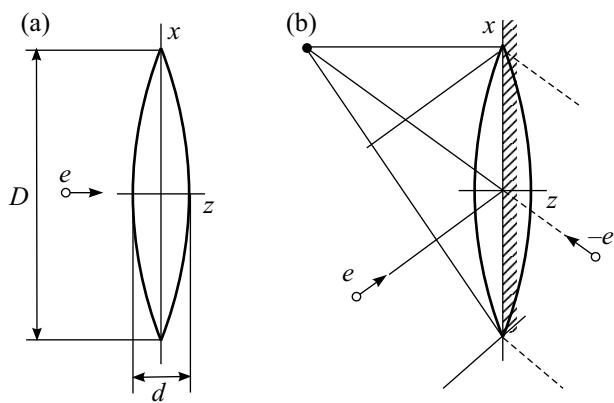
Предположим, что оптическая ось тонкой линзы совпадает с осью  $z$  декартовой системы координат. Заряженная частица движется по оси  $z$  с постоянной скоростью  $v$ , так что уравнение ее движения имеет вид  $z = vt$ . Мы будем считать, что линза является достаточно тонкой и расположена в плоскости  $xy$ . Геометрия задачи изображена на рисунке (a).

При рассмотрении переходного излучения на линзе мы используем метод, который И.М. Франк применил при рассмотрении переходного излучения на плоской границе раздела двух сред [8]. Разобъем траекторию частицы на три участка: подлет к линзе, движение внутри линзы и путь после вылета из линзы. Движение частицы на этих трех участках можно представить следующим образом. Частица, двигаясь по оси  $z$ , подлетает к линзе и мгновенно останавливается на поверхности линзы. В тот же момент частица стартует и с той же скоростью движется через линзу. Подлетев к другой поверхности линзы, частица опять останавливается и в тот же момент времени стартует, продолжая движение с той же скоростью в свободном пространстве.

В задаче, рассмотренной Франком, была только одна плоская граница раздела между двумя средами. Поэтому путь частицы разбивался на две части, соответствующие движению в одной и другой среде. Франк вычислял излучение на каждом из двух участков по отдельности. Волны, испущенные на каждом участке, испытывали отражение и преломление на границе раздела, и Франк учитывал это обстоятельство с помощью коэффициентов Френеля. В результате он получил для переходного излучения те же выражения, что и в работе [1], где была рассмотрена строгая теория переходного излучения.

Будем рассматривать по отдельности излучение, испускаемое на каждом из трех участков траектории (на подлете, при прохождении через линзу и после вылета из линзы). Излучение на подлете может быть определено следующим образом. Если закон движения заряженной частицы имеет вид  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ , то магнитный вектор поля излучения  $\mathbf{H}$  определяется выражением

$$\mathbf{H} = q \frac{i\omega}{c^2} \frac{\exp(ikR)}{R} \int [\mathbf{n}, \mathbf{v}(t)] \exp i[\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}(t)] dt, \quad (1)$$



Геометрия задачи

где  $\omega$  – частота,  $\mathbf{k}$  – волновой вектор,  $R$  – расстояние от заряда до точки наблюдения,  $\mathbf{n} = (c/\omega)\mathbf{k}$  – единичный вектор вдоль направления распространения.

В нашем случае уравнение движения заряда имеет вид  $\mathbf{r} = \mathbf{v}t$ , время движения заключено в пределах от  $-\infty$  до 0. Формула (1) дает

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_\omega &= q \frac{i\omega}{c^2} \frac{\exp(ikR)}{R} \int_{-\infty}^0 [\mathbf{n}, \mathbf{v}(t)] \exp i[\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}(t)] dt = \\ &= \frac{q}{c^2} \frac{\exp(ikR)}{R} \frac{\omega [\mathbf{n}, \mathbf{v}]}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})} \exp i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{v})t \Big|_{t=-\infty}^{t=0} = \\ &= \frac{q}{c^2} \frac{\exp(ikR)}{R} \frac{\omega [\mathbf{n}, \mathbf{v}]}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})}. \quad (2)\end{aligned}$$

Энергия, излучаемая в направлении  $\mathbf{n}$  в телесный угол  $d\Omega$ , может быть записана в виде

$$dW_\omega = \frac{c}{2} |\mathbf{H}_\omega|^2 R^2 d\Omega = \frac{q^2}{2c^3} \frac{\omega^2 [\mathbf{n}, \mathbf{v}]^2}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^2} d\Omega. \quad (3)$$

Используя соотношения  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ ,  $[\mathbf{n}\mathbf{v}]^2 = v^2 \sin^2\theta$ ,  $\mathbf{k}\mathbf{v} = (\omega v/c) \cos\theta$ , можно формулу (3) привести к виду

$$dW_\omega = \frac{q^2}{2c} \left(\frac{v}{c}\right)^2 \frac{\sin^3\theta}{(1 - \frac{v}{c} \cos\theta)^2} d\omega d\varphi. \quad (4)$$

Формула (4) дает энергию излучения, испускаемую под углом  $\theta$  к оптической оси линзы. Если угол  $\theta$  острый, то излучение распространяется в положительном направлении оси  $z$  и падает на линзу. Линза фокусирует падающее на нее излучение. Излучением, отраженным от линзы мы пренебрегаем (просветленная оптика). В фокальной плоскости линзы излучение собирается в точку, точнее говоря, в малую область, линейные размеры которой по порядку величины равны длине излучаемой волны. Поток энергии в фокусе  $dW_{f,\omega}$  отличается от выражения (4) множителем  $(S/\pi\lambda^2)$ , где  $S = \pi D^2/4$  – площадь линзы,  $\lambda$  – длина излучаемой волны.

$$dW_{f,\omega} \simeq \frac{q^2}{2c} \left(\frac{v}{c}\right)^2 \left(\frac{D}{2\lambda}\right)^2 \frac{\sin^3\theta}{(1 - \frac{v}{c} \cos\theta)^2} d\omega d\varphi. \quad (5)$$

Очевидным образом оказывается, что поле излучения в фокусе имеет намного большее значение, чем падающее на линзу. Из формулы (5) следует также, что поле излучения в фокусе линзы пропорционально квадрату частоты.

Обсудим теперь роль излучения, возникающего при прохождении заряда через линзу. Точные вычисления поля, возникающего при движении заряда

внутри линзы, весьма затруднительны. Мы предполагаем, что соответствующее излучение даст малую поправку к фокусировке волн, излученных на подлете. Во-первых, путь заряда через линзу оказывается много меньше, чем путь формирования излучения. Во-вторых, угловое распределение, возникающего излучения заведомо отличается от распределения возникающего при подлете.

Рассмотрим теперь третий участок пути – путь заряда после прохождения через линзу. Возникающее на этом пути излучение описывается такими же формулами (1)–(4), с той только разницей, что при подлете к линзе имеет место излучение остановки, а при движении от линзы имеет место излучение старта. Поэтому, например, выражения для полей излучения на третьем участке пути будут отличаться знаком от полей излучения при подлете. Очевидно, что поле излучения после вылета из линзы также не нарушит фокусировку излучения испущенного при подлете. Следует иметь в виду, что заряженная частица после вылета из линзы излучает электромагнитные волны как вперед по направлению своего движения, так и назад. Излучение, испущенное назад, падает на линзу и фокусируется в фокальной плоскости, расположенной по другую сторону линзы. В этом случае происходит такое же усиление излучения, как и при излучении на первом участке, с той лишь разницей, что на первом участке линза усиливает излучение вперед, а на третьем участке движения усиливается излучение назад.

Напомним, что, как видно из выражения (4), в релятивистском случае излучение в основном направлено вперед. Действительно, в знаменателе формулы (4) стоит разность двух величин. Для малых углов  $\theta$  и для релятивистских частиц эта разность имеет малое значение и, соответственно, энергия излучаемая вперед велика. Если же рассматривается излучение назад (то есть  $\theta > \pi/2$ ), то в знаменателе стоит величина порядка единицы, слабо зависящая от угла. Поэтому излучение назад относительно мало. Линза фокусирует излучение назад так, что поле в фокусе усиливается, во столько же раз  $(S/\pi\lambda^2)$  во сколько раз увеличивается поле при излучении вперед, испущенное на подлете.

Из проведенного выше рассмотрения следует, что при переходном излучении на линзе имеются такие области пространства (фокальные плоскости линзы) в которых концентрируется поле излучения. Это обстоятельство может облегчить регистрацию быстрых заряженных частиц.

Рассмотренное выше переходное излучение на линзе имеет ту особенность, что фокус, в котором

собирается излучение лежит на траектории частицы или вблизи от траектории. Можно создать такую геометрию, при которой переходное излучение фокусируется в стороне от траектории частицы (соответствующую схему предложил Е.А. Галстян). Рассмотрим зеркальную поверхность, на которой расположена плосковыпуклая линза с фокусным расстоянием  $F$  (см. рисунок (b)), зеркальная поверхность расположена в плоскости  $xy$ , а оптическая ось совпадает с осью  $z$ . Пусть по оси  $z$  движется заряженная частица. Она падает на линзу, проходит через нее и затем пересекает зеркальную поверхность. Поле заряда на подлете может быть представлено как сумма полей заряда и его зеркального отображения, расположенного симметрично относительно зеркальной поверхности. Введем также изображение плосковыпуклой линзы относительно той же зеркальной поверхности (на рисунке (b) показано пунктиром). Тогда излучение в пространстве перед зеркальной поверхностью будет совпадать с переходным излучением заряда изображения. В этом случае фокус будет лежать на траектории подлета истинного за-

ряда. Если скорость заряда составляет некоторый угол с осью  $z$ , то излучение будет фокусироваться в стороне от траектории заряда. Следует иметь в виду, что в рассматриваемой задаче плосковыпуклая линза с фокусным расстоянием  $F$ , лежащая на зеркальной поверхности, эквивалентна двояковыпуклой линзе с фокусным расстоянием  $F/2$ .

---

1. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ **16**, 15 (1946).
2. М. Л. Тер-Микаелян, *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях*, Изв. АН Армянской ССР, Ереван, 1969.
3. Г. М. Гарифян, Ян Ши, *Рентгеновское переходное излучение*, Изв. АН Армянской ССР, Ереван, 1983.
4. В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович, *Переходное излучение и переходное рассеяние*, М.: Наука, 1984.
5. М. И. Рязанов, И. С. Тилинин, ЖЭТФ **71**, 2078 (1976).
6. M. I. Ryazanov and A. N. Safronov, Laser Phys. **6**, 708 (1996).
7. А. В. Серов, Б. М. Болотовский, ЖЭТФ **131**, 5 (2007).
8. И. М. Франк, УФН **87**, 189 (1965).