Письма в ЖЭТФ, том 86, вып. 1, с. 30 – 34 © 2007 г. 10 июля

О типе фазового перехода в системе экситонных поляритонов в оптической микрополости

Ю. Е. Лозовик[1)]*, *А. Г. Семенов*[1)]

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 117924 Москва, Россия

**Институт спектроскопии РАН, 142190 Троицк, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 28 мая 2007 г.

Анализируется тип фазового перехода в квазиравновесной системе экситонных поляритонов в двумерной оптической микрополости. Показано, что несмотря на то, что в системе есть два сорта бозе-частиц, испытывающих взаимные превращения, в двумерной системе происходит всего один фазовый переход в сверхтекучее состояние с квазидальним порядком. Данный фазовый переход является переходом типа Костерлица–Таулеса. Предложена новая физические реализация для осуществления бозе-конденсации экситонных поляритонов – экситоны в фотонном кристалле. Обсуждаются сверхтекучие свойства упорядоченной фазы и в рамках приближения малой плотности вычисляется сверхтекучая плотность и температура перехода Костерлица–Таулеса.

PACS: 67.57.De, 71.35.Lk, 71.36.+

В последнее время наблюдается большой интерес к системе экситонных поляритонов в оптической микрополости, в которую погружена квантовая яма. Уже две экспериментальные группы сообщили о получении поляритонного бозе-конденсата [1]. Ведутся активные теоретические исследования в этой области [2]. В этой связи в данной работе выведено эффективное длинноволновое действие для двух взаимопревращающихся бозонов – фотонов в микрополости и экситонов, проанализирован тип фазового перехода в когерентное состояние в системе поляритонов и обсуждаются возможные экспериментальные проявления этого перехода. Кроме того, предложена новая физическая реализация для наблюдения когерентного состояния экситонных поляритонов – фотоны и экситоны в полупроводниковом фотонном кристалле.

Рассмотрим полупроводниковую микрополость, ограниченную двумя интерференционными зеркалами. Внутри данной микрополости могут существовать фотоны. При этом в поперечном направлении волновой вектор фотона квантуется и зависимость энергии фотона от продольного импульса квадратична при малых продольных импульсах:

$$\varepsilon_{ph}(p_{\|}) = c\sqrt{\left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 + p_{\|}^2} \approx \frac{\pi n c}{L} + \frac{p_{\|}^2}{2m_{ph}}, \qquad (1)$$

где c – скорость света в веществе микрополости, L – ширина микрополости, $m_{ph} = \pi n/Lc$ – эффективная масса "квазидвумерного" фотона; в дальнейшем для конкретности рассматривается нижайшая поперечная мода $n = 1$. Внутрь микрополости погружена полупроводниковая квантовая яма, в которой фотоны резонансным образом могут рождать квазидвумерные экситоны большого радиуса и наоборот. Закон дисперсии экситона имеет обычный квадратичный вид:

$$\varepsilon_{ex}(p_{\|}) = p_{\|}^2/2m_{ex}. \qquad (2)$$

Таким образом, рассматриваемая система есть смесь двух типов бозе-частиц, которые могут взаимно превращаться друг в друга. Взаимодействие (ван-дер-ваальсово) между (квази)частицами есть лишь в экситонной подсистеме. Фотоны в данной системе могут эффективно взаимодействовать лишь за счет превращения в экситоны и экситон-экситонного взаимодействия. Прямое взаимодействие между фотонами отсутствует в рассматриваемой линейно-оптической среде. Мы будем предполагать, что характерное время распада системы за счет высвечивания и необратимого поглощения фотонов полупрозрачными зеркалами много больше, чем время релаксации системы к квазиравновесному состоянию. Мы надеемся, что в будущем добротность микрополости, которая в основном и определяет время жизни системы взаимопревращающихся фотонов и экситонов, увеличится настолько, что в экспериментах будет наблюдаться состояние, близкое к равновесному. Далее мы рассматриваем квазиравновесные свойства системы.

Физические реализации. В данной работе мы сосредоточимся в основном на системе экситон-

[1)]e-mail: lozovik@isan.troitsk.ru; semenov@lpi.ru

ных поляритонов в оптической микрополости (система 1). Укажем еще на один класс систем, перспективных для наблюдения конденсации экситонных поляритонов. Это двумерные и трехмерные полупроводниковые фотонные кристаллы. Фотонный кристалл – структура с периодически изменяющейся в пространстве диэлектрической проницаемостью. Энергетический спектр фотонов в такой структуре имеет зонный характер и в некотором частотном интервале возможна ситуация, при которой закон дисперсии фотонов внутри одной из зон будет квадратичным. Меняя параметры фотонного кристалла, можно управлять законом дисперсии фотонов. В частности, можно реализовать ситуацию, чтобы фотон (собственная мода) трехмерного фотонного кристалла был резонансен трехмерным (3D) экситонам в полупроводниковой части фотонного кристалла (система 2). 3D экситонные поляритоны фотонного кристалла, возникающие за счет перепутывания фотонов фотонного кристалла и экситонов, могут испытывать бозе-конденсацию. Еще одна система, аналогичная по свойствам системе 1 – фотонный кристалл с погруженной в него квантовой ямой (система 3). В системах 1 и 3 реализуется переход типа Костерлица–Таулеса, а в системе 2 – бозе-конденсация (подробное исследование поляритонов в фотонном кристалле будет приведено в [3]).

Длинноволновое описание системы и тип фазового перехода. Как известно, тип фазового перехода в силу универсальности определяется лишь размерностью пространства, симметрией системы и количеством компонент параметра порядка [4]. Обычно при описании рассматриваемой нами системы переходят к новым квазичастицам – поляритонам и не учитывают верхнюю поляритонную ветвь (см. например, [2, 5] и цитируемую там литературу), поскольку при низкой температуре преимущественно заселяется нижняя поляритонная ветвь. При таком описании система становится эквивалентной взаимодействующему двумерному бозе-газу нижних поляритонов, поэтому переход в состояние с квазидальним порядком будет переходом Березинского–Костерлица–Таулеса[6]. Однако мы здесь рассматриваем более общий случай и не будем переходить к поляритонным переменным, а будем описывать систему как двухкомпонентную. Тогда действие для системы будет состоять из трех частей, а именно, – экситонной, фотонной и части, ответственной за резонансные взаимопревращения экситонов и фотонов:

$$S = S_{ph} + S_{ex} + S_{tr}, \tag{3}$$

$$S_{ph} = \int_0^\beta d\tau \int d^2x \bar{\psi} \left(\partial_\tau + \frac{1}{2m_{ph}} \partial_\mu^2 + \mu \right) \psi, \tag{4}$$

$$S_{ex} = \int_0^\beta d\tau \int d^2x \bar{\chi} \left(\partial_\tau + \frac{1}{2m_{ex}} \partial_\mu^2 + \mu \right) \chi + S_{\text{int}}, \tag{5}$$

$$S_{tr} = \frac{\Omega}{2} \int_0^\beta d\tau \int d^2x (\bar{\psi}\chi + \psi\bar{\chi}), \tag{6}$$

где ψ и χ – поля фотонов и экситонов, соответственно, S_{int} – часть действия, описывающая парное взаимодействие между экситонами, Ω – поляритонное расщепление.

Для нахождения различных термодинамических свойств необходимо вычислять статистическую сумму в данной системе:

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}\bar{\psi}\mathcal{D}\psi\mathcal{D}\bar{\chi}\mathcal{D}\chi e^S. \tag{7}$$

В простейшем приближении флуктуирующие поля можно считать не зависящими от времени τ (термодинамические флуктуации) и представить их в переменных плотность-фаза:

$$\psi = \sqrt{\rho_{ph}} e^{i\varphi_{ph}}, \quad \chi = \sqrt{\rho_{ex}} e^{i\varphi_{ex}}, \tag{8}$$

где ρ_{ph} и ρ_{ex} – плотности фотонов и экситонов, соответственно, которые можно определить, например, минимизируя действие. В результате статистическая сумма примет вид

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}\varphi_{ph}\mathcal{D}\varphi_{ex} e^{S_T}, \tag{9}$$

$$S_T = -\frac{1}{T} \int \left(\frac{\rho_{ph}}{2m_{ph}} (\partial_\mu \varphi_{ph})^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{\rho_{ex}}{2m_{ex}} (\partial_\mu \varphi_{ex})^2 - \Omega \sqrt{\rho_{ph}\rho_{ex}} \cos(\varphi_{ph} - \varphi_{ex}) \right) d^2x. \tag{10}$$

Получившееся действие относится к классу универсальности "джозефсоновски связанной двухкомпонентной XY" модели. В общем случае в данной модели существует три различные фазы [7]. Данные модели рассматривались, в частности, при исследовании двухслойных сверхпроводников с джозефсоновской связью между слоями. Тогда, казалось бы, в рассматриваемой нами системе должно быть три фазы; однако, как известно, в двумерии флуктуации фазы расходятся и необходимо их обязательно учитывать, поэтому необходимо произвести более детальный анализ.

Для этого будем действовать в рамках подхода, предложенного Поповым [8] для описания двумерного бозе-газа. Разделим поля на быструю и медленную части:

$$\psi = \psi_{sl} + \psi_f, \quad \chi = \chi_{sl} + \chi_f. \tag{11}$$

В быстрых частях ψ_f, χ_f содержатся фурье-компоненты с волновыми векторами, большими некоторого k_c, а в медленных ψ_{sl}, соответственно, меньшими k_c. Запишем медленные части в переменных плотность-фаза, а из быстрых частей выделим фазу медленной части экситонов:

$$\psi_{sl} = \sqrt{\rho^0_{ph}} e^{i\varphi_{ph}}, \quad \psi_f = \psi_1 e^{i\varphi_{ex}}, \tag{12}$$

$$\chi_{cl} = \sqrt{\rho^0_{ex}} e^{i\varphi_{ex}}, \quad \chi_f = \chi_1 e^{i\varphi_{ex}}. \tag{13}$$

Подставив данное представление в (3)–(6), получим действие $\widetilde{S}$, аналогичное исходному, в котором поля ψ и χ заменены на $\sqrt{\rho^0_{ph}} + \psi_1$ и $\sqrt{\rho^0_{ex}} + \chi_1$ плюс некоторый остаток $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$:

$$S = \widetilde{S} + S_1 + S_2 + S_3 + S_4, \tag{14}$$

$$S_1 = -\frac{\rho^0_{ph}}{2m_{ph}} \int\limits_0^\beta d\tau \int ((\partial_\mu\varphi_{ph})^2 - (\partial_\mu\varphi_{ex})^2) d^2x, \tag{15}$$

$$S_2 = \Omega\sqrt{\rho^0_{ph}\rho^0_{ex}} \int\limits_0^\beta d\tau \int (\cos(\varphi_{ph} - \varphi_{ex}) - 1) d^2x, \tag{16}$$

$$S_3 = -\int\limits_0^\beta d\tau \int (\hat{J}^\mu_{ph} + \hat{J}^\mu_{ex})(\partial_\mu\varphi_{ex}) d^2x, \tag{17}$$

$$S_4 = -\frac{1}{2}\int\limits_0^\beta d\tau \int \left(\frac{\hat{\rho}_{ph}}{m_{ph}} + \frac{\hat{\rho}_{ex}}{m_{ex}}\right)(\partial_\mu\varphi_{ex})^2 d^2x. \tag{18}$$

Здесь мы ввели обозначения для плотностей и токов:

$$\hat{\rho}_{ph} = \rho^0_{ph} + \bar{\psi}_1\psi_1, \quad \hat{\rho}_{ex} = \rho^0_{ex} + \bar{\chi}_1\chi_1, \tag{19}$$

$$\hat{J}^\mu_{ph} = -\frac{i}{2m_{ph}}(\bar{\psi}_1\partial_\mu\psi_1 - \partial_\mu\bar{\psi}_1\psi_1), \tag{20}$$

$$\hat{J}^\mu_{ex} = -\frac{i}{2m_{ex}}(\bar{\psi}_1\partial_\mu\chi_1 - \partial_\mu\bar{\chi}_1\chi_1). \tag{21}$$

Как видно, получилось действие для бозе-системы с конденсатом, взаимодействующей с внешними источниками $\partial_\mu\varphi_{ex}$ и $(\partial_\mu\varphi_{ex})^2$. Интегрируя по полям $\bar{\psi}_1$, ψ_1, $\bar{\chi}_1$, χ_1, получим эффективное действие для фазы S_{eff}, которое с точностью до второго порядка по градиентам фазы имеет следующий вид:

$$\widetilde{S}_{\text{eff}} = S_1 + S_2 + S_{\text{eff}}, \tag{22}$$

$$S_{\text{eff}} = -\frac{1}{2}\int \Pi_{\mu\nu}(1,2)\partial_\mu\varphi_{ex}(1)\partial_\nu\varphi_{ex}(2) d1d2, \tag{23}$$

где мы для краткости использовали следующие обозначения:

$$1 \equiv (\tau_1, x_2), \qquad \int d1 \equiv \int\limits_0^\beta d\tau_1 \int d^2x_1, \tag{24}$$

$$\Pi_{\mu\nu}(1,2) = \left(\frac{\rho_{ph}}{m_{ph}} + \frac{\rho_{ex}}{m_{ex}}\right)\delta(1,2) - \langle \hat{J}^\mu(1)\hat{J}^\mu(2)\rangle;$$

$$\rho_{ph} = \langle\hat{\rho}_{ph}\rangle, \quad \rho_{ex} = \langle\hat{\rho}_{ex}\rangle, \quad \hat{J}^\mu = \hat{J}^\mu_{ph} + \hat{J}^\mu_{ex}. \tag{25}$$

Перейдем теперь к нулевым мацубаровским частотам и импульсам, то есть рассмотрим длинноволновые термодинамические флуктуации фазы. От токового коррелятора останется только поперечная часть[2)], которую мы назовем γ. В результате эффективное действие примет вид:

$$S_{\text{eff}} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\rho_{ph}}{m_{ph}} + \frac{\rho_{ex}}{m_{ex}} - \gamma\right)\int (\partial_\mu\varphi_{ex})^2 d^2x. \tag{26}$$

Поскольку при переходе ко все большим масштабам или при стремлении k_c к нулю плотности конденсатов ρ^0_{ph} и ρ^0_{ex} стремятся к нулю, то видно, что S_1 и S_2 также стремятся к нулю, поэтому эффективным действием для фаз будет являться S_{eff}. Поскольку оно зависит только от экситонной фазы, то с учетом выбранной нами декомпозиции полей видно, что фотоны и экситоны всегда на больших масштабах будут флуктуировать в одной фазе, и, исходя из вида эффективного действия, мы заключаем, что переход в свертекучее состояние будет переходом Березинского–Костерлица–Таулеса [6]. И хотя на первый взгляд кажется, что так будет в произвольной системе, отметим, что это не так. Именно отсутствие взаимодействия между фотонами позволило нам получить эффективное действие в виде (26).

Аналогичные выкладки можно проделать и в случае фотонных кристаллов. При этом для двумерного случая (системы 1 и 3) все окажется полностью аналогичным. В трехмерном же случае при стремлении k_c к нулю плотности конденсатов не будут стремиться к нулю, а останутся конечными. Поэтому в трехмерном случае эффективное действие будет зависеть от обеих фаз. Из-за этого, например, в трехмерном случае могут существовать вихревые состояния, в которых при обходе по некоторому контуру вокруг вихревой линии фазы меняются на $2\pi n_i$ и $2\pi n_2$ с $n_1 \neq n_2$. Однако в трехмерии флуктуации малосущественны, и поэтому вопрос о типе фазового перехода может быть решен в приближении среднего поля. Несложно видеть, что в этом случае существует один фазовый переход, связанный с бозе-конденсацией в системе.

[2)] Строго говоря, коррелятор содержит и продольную и поперечную части, однако в описанном здесь подходе из-за наличия минимального импульса k_c сингулярной части токового коррелятора не будет, а регулярная как раз и равна поперечной восприимчивости. Подробности будут опубликованы в другой статье.

В заключение данной части хотелось бы отметить, что при выводе явно использовалось, что размер системы берется бесконечным. Опишем, что будет при рассмотрении системы конечных размеров. Ход рассуждений остается прежним, однако S_1 и S_2 не становятся равными нулю. Пусть размер системы L. Тогда для k_c можно сделать простую оценку $k_c \sim I/L$. Плотность конденсата будет степенным образом зависеть от размеров системы[3)] ρ^0_{ph}, $\rho^0_{ph} \sim L^{-\alpha}$. Это свидетельствует в пользу того, что и в двумерном случае при исследовании систем промежуточного размера (когда размер системы больше, чем радиус кора вихря, но при этом конденсат еще недостаточно размыт) возможно существование в двухкомпонентной системе нетривиальных вихревых состояний с набегом фаз, разным для экситонного и фотонного конденсатов, для которых:

$$\oint_\Gamma (\partial_\mu \varphi_{ph}) dx_\mu = 2\pi n_1, \tag{27}$$

$$\oint_\Gamma (\partial_\mu \varphi_{ex}) dx_\mu = 2\pi n_2, \tag{28}$$

где контур Γ охватывает центр вихря и $n_1 \neq n_2$. В противоположность этому в бесконечной системе были бы возможны лишь состояния с $n_1 = n_2$.

Микроскопический расчет. В качестве иллюстрации приведем здесь результаты для сверхтекучей плотности в разреженной системе поляритонов. Детали вычисления будут приведены в другой статье. Согласно (26), определение сверхтекучей плотности

$$\alpha_s = \frac{\rho_{ph}}{m_{ph}} + \frac{\rho_{ex}}{m_{ex}} - \gamma. \tag{29}$$

Характер поведения сверхтекучей плотности при изменении температуры существенно зависит от плотности системы. Вначале рассмотрим систему низкой плотности. На рис.1 приведена зависимость сверхтекучей плотности и доли экситонов в системе от температуры. Для сравнения там же изображен результат, рассчитанный в рамках приближения нижней поляритонной ветви. Несложно заметить, что во всем интервале температур вплоть до точки перехода соотношение между числом фотонов и экситонов остается практически постоянным и близким к единице. При этом изменение сверхтекучей плотности происходит за счет увеличения поперечной восприимчивости. На графике видно, что приближение

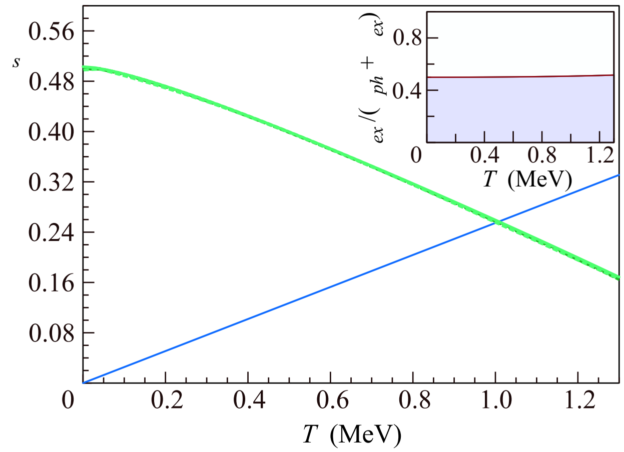

Рис.1. Зависимость сверхтекучей плотности от температуры в случае низкой полной плотности системы. Сверхтекучая плотность α_s приведена в безразмерной форме (в единицах максимально достижимой сверхтекучей плотности $(\rho_{ph} + \rho_{ex})/m_{ph}$); температура в мэВ. Толстая сплошная линия соответствует теории, учитывающей обе ветви, пунктирная – учету лишь нижней поляритонной ветви (на данном графике они практически совпадают). Тонкая линия соответствует универсальному соотношению Костерлица–Нельсона $\alpha_s = 2T/\pi$ в точке перехода. На врезке изображена зависимость доли экситонов от температуры.

одной ветви в этом случае прекрасно работает, поскольку в этом случае заселяются преимущественно состояния вблизи минимума нижней поляритонной ветви. Как известно, коэффициенты смешивания фотонов и поляритонов вблизи нуля равны $1/\sqrt{2}$, что как раз и соответствует тому, что доли фотонов и экситонов в поляритоне равны.

В другом предельном случае, а именно, более высокой плотности (однако еще достаточно малой для применимости используемого приближения) механизм иной. На рис.2 изображены доля экситонов в системе и сверхтекучая плотность. Видно, что с ростом температуры доля фотонов в системе падает и вблизи перехода почти вся система состоит из экситонов. Поскольку масса фотона на несколько порядков меньше массы экситона, то сверхтекучая плотность уменьшается в основном за счет уменьшения числа фотонов. При этом поперечная восприимчивость не дает существенного вклада. На рис.3 приведены результаты для промежуточной плотности, когда оба механизма исчезновения сверхтекучести имеют один порядок. В заключение этой части приведем на рис.4 график зависимости температуры перехода от плотности.

Возможные экспериментальные проявления. Представляется интересным вопрос о наблюдении сверхтекучести поляритонов в низ-

[3)] В этом легко убедиться, заметив, что матрица плотности на больших расстояниях ведет себя степенным образом как $\rho(r - r') \sim |r - r'|^{-\alpha}$, а плотность конденсата в конечной системе по сути и есть значение матрицы плотности на размере порядка размеров системы.

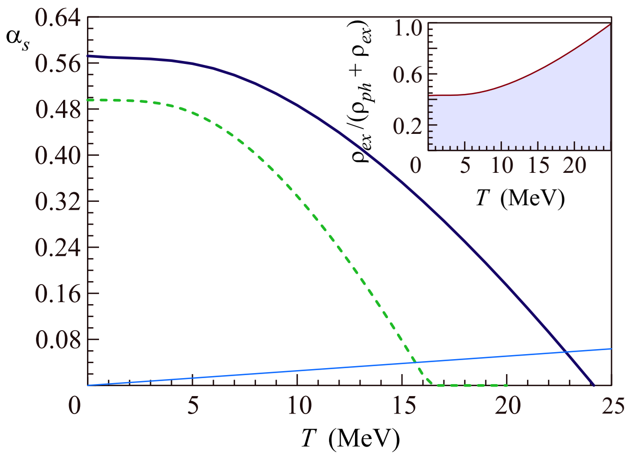

Рис.2. Аналогично рис.1, только для случая большой полной плотности (см. текст)

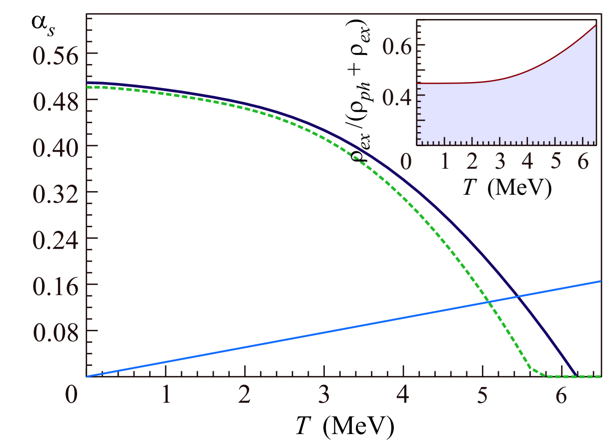

Рис.3. Аналогично рис.1, только для случая промежуточного значения полной плотности (см. текст)

котемпературной фазе. Если закрутить систему поляритонов (например, с помощью увлечения движущейся подсистемой пространственно отделенных электронов, взаимодействующих с экситонами через поляризационное взаимодействие, см. [9]), то при большой скорости системы в ней возникают квантовые вихри. Последние могут быть обнаружены по картине интерференции фотонов, вылетающих из микрополости (см., например, [10]). Интересно также изучать поведение коэффициента увлечения системы поляритонов электронами в точке перехода, а также изменение угловой зависимости люминесценции от увлечения (см. [11]).

Заключение. В данной работе было получено эффективное действие в системе экситонных поляритонов для фазы параметра порядка и показано, что в системе происходит лишь один переход Костерлица–Таулеса. Предложена новая физическая реализация для осуществления бозе-конденсации поляритонов – полупроводниковый фотонный кристалл.

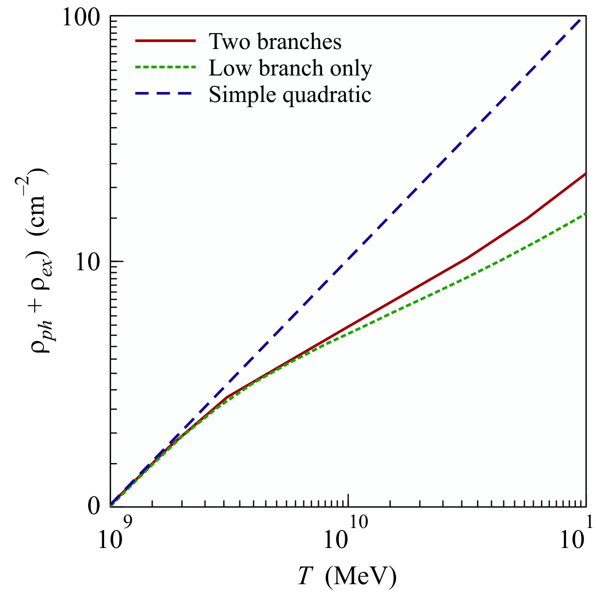

Рис.4. Зависимость температуры перехода Костерлица–Таулеса от плотности

Представлены и проанализированы результаты расчета сверхтекучей плотности и температуры перехода Костерлица–Таулеса в рамках приближения малой плотности. Проанализированы возможные экспериментальные наблюдения.

Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований и ИН ТАС. А.Г.С. поддержан фондом “Династия”, Учебно-научным комплексом ФИАН и программой поддержки молодых ученых РАН.

1. H. Deng, G. Weihs, C. Santori et al., Science **298**, 199 (2002); J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann et al., Nature **443**, 409 (2006).
2. A. Kavokin and G. Malpuech, *Cavity polaritons*, Elsevier, Amsterdam, 2003.
3. М. В. Богданова, Ю. Е. Лозовик, направлено в печать.
4. В. В. Лебедев, *Флуктуационные эффекты в макрофизике*, М.: МЦНМО, 2004.
5. Ю. Е. Лозовик, А. Г. Семенов, М. Вилландер, Письма в ЖЭТФ **84**, 176 (2006).
6. J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, J. Phys. C **6**, 1181 (1973); J. M. Kosterlitz, J. Phys. C **7**, 1046(1974).
7. N. Parga and J. E. Van Himbergen, Ann. of Phys. **134**, 286 (1981).
8. В. Н. Попов, *Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статистической физике*, М.: Атомиздат, 1976.
9. Ю. Е. Лозовик, М. В. Никитков, ЖЭТФ **116**, 1440 (1999).
10. J. Keeling, L. S. Levitov, and P. B. Littlewood, Phys. Rev. Lett. **92**, 176402 (2004).
11. Ю. Е. Лозовик, А. Г. Семенов, направлено в печать.