Письма в ЖЭТФ, том 86, вып. 1, с. 60 – 64

О сопротивлении тонких пленок с краевой сверхпроводимостью в сильных магнитных полях

А. А. Зюзин[1], *А. Ю. Зюзин*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 18 мая 2007 г.

После переработки 28 мая 2007 г.

Показано, что в краевом сверхпроводящем слое тонкой пленки в магнитном поле, перпендикулярном плоскости пленки, возникают центры проскальзывания фазы. Такие центры образуются ниже температуры сверхпроводящего перехода за счет термических флуктуаций параметра порядка и приводят к подавлению сверхпроводимости. Найдено сопротивление, соответствующее таким флуктуациям, а также вычислен вклад поправки Асламазова–Ларкина в проводимость тонкой пленки при полях, несколько больших критического поля, разрушающего поверхностную сверхпроводимость.

PACS: 74.25.Fy, 74.25.Ha, 74.25.Op, 74.40.+k

Как было показано Сен-Жамом и деЖенном [1], в поверхностном слое образца сверхпроводимость может задержаться до полей, больших верхнего критического поля, $H_{c2} < H < H_{c3} \approx 1.69 H_{c2}$. Наиболее простая картина поверхностной сверхпроводимости возникает в тонких пленках. Экспериментально она изучалась, например, в работах [2, 3], в которых исследовались температурные зависимости сопротивления пленок Nb. В работах [4, 5] как теоретически, так и экспериментально изучалось влияние неровностей поверхности и размеров образца на поверхностную сверхпроводимость. Тем не менее, представляет интерес рассмотреть предел очень тонкой пленки, в которой сверхпроводимость сконцентрирована в квазиодномерном краевом слое.

В сверхпроводниках с пониженной размерностью (тонких проволоках, пленках) существенное значение имеют флуктуации параметра порядка, которые при температурах, несколько выше температуры сверхпроводящего перехода T_c, приводят к увеличению проводимости [6], тогда как ниже T_c они подавляют дальний сверхпроводящий порядок и приводят к появлению конечного сопротивления.

Так, например, в тонких сверхпроводящих проволоках, диаметр которых меньше длины когерентности, за счет термических флуктуаций вблизи T_c возникают центры проскальзывания фазы, разрушающие сверхпроводимость [7 – 10]. Такой центр представляет собой область размером длины когерентности $\xi(T)$, в которой амплитуда параметра порядка обращается в нуль, а фаза при переходе через центр испытывает скачек, равный π.

Наблюдаемое сопротивление очень тонких сверхпроводящих проволок при температурах $T \ll T_c$ [11, 12] можно связать с центрами проскальзывания фазы, возникающими из-за квантового туннелирования параметра порядка [13].

В данной работе мы покажем, что подобные флуктуационные эффекты проявляются также и в краевой сверхпроводимости тонких пленок в магнитном поле, перпендикулярном плоскости пленки. Несмотря на то, что явлениями, связанными с поверхностной сверхпроводимостью, занимаются уже довольно давно, насколько нам известно, роль флуктуаций параметра порядка вблизи сверхпроводящего перехода в тонких пленках с краевой сверхпроводимостью не обсуждалась.

Мы исследуем зависимость сопротивления поверхностного слоя от магнитного поля и температуры, а также получим выражение для поправки Асламазова – Ларкина [6] к проводимости при полях несколько выше $H_{c3}(T)$.

Рассмотрим тонкую сверхпроводящую пленку в перпендикулярном магнитном поле H (рис.1). Мы будем изучать случай сверхпроводника второго рода в режиме поверхностной сверхпроводимости, когда параметр Гинзбурга – Ландау $\kappa \gg 1$, тем самым, мы не будем учитывать вариации поля, вызванные сверхпроводящими токами. Положим размеры пленки такими, что $d \ll \xi(T) \ll L$, где d и L – ее толщина и длина. Уравнение Гинзбурга – Ландау имеет вид

$$(i\nabla + \mathbf{A})^2 \Psi = \Psi(1 - |\Psi|^2); \qquad (1)$$

здесь и в дальнейших расчетах мы пользуемся безразмерными единицами, Ψ – комплексный параметр порядка, длина измеряется в единицах длины коге-

[1] e-mail: alexanderzyuzin@gmail.com

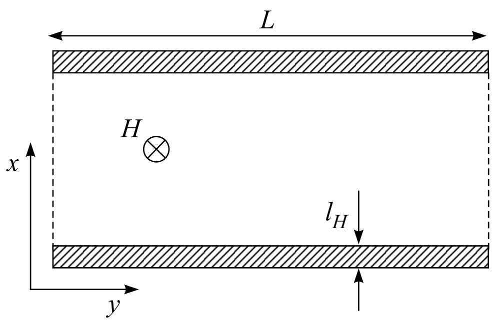

Рис.1. Пленка толщиной d в перпендикулярном плоскости пленки магнитном поле H, магнитная длина l_H есть толщина сверхпроводящего слоя, L – длина слоя вдоль края пленки

рентности $\xi(T) = (\hbar\pi D/8(T_c(H) - T))^{1/2}$, векторный потенциал $\mathbf{A}$ в единицах $c\hbar/2e\xi(T)$, D – коэффициент диффузии.

Так как в этом режиме сверхпроводимость сконцентрирована в тонком краевом слое пленки, не ограничивая общности, можно рассмотреть каждый край пленки независимо. Пусть ось y направлена вдоль выбранного края, а ось x направлена в глубь пленки. Векторный потенциал выберем в калибровке Ландау, $\mathbf{A} = (0, Hx, 0)$. Граничное условие на краю пленки есть $\frac{d\Psi}{dx} |_{x=0} = 0$, в то же время параметр порядка затухает в глубь сверхпроводника.

Найдем решение нелинейного уравнения (1) с учетом граничных условий. Будем искать его в виде

$$\Psi_0(x, y) = \gamma g(x) e^{iky}, \tag{2}$$

где γ – константа, а $g(x)$ – функция, удовлетворяющая условию $\int_0^\infty g^2(x)dx = 1$. Тогда уравнение (1) можно свести к системе

$$V(x) = |\gamma g_0(x)|^2, E_0 = 0, \tag{3}$$

где $g_0(x)$ есть собственная функция, соответствующая минимальному собственному значению E_0 уравнения

$$\left(-\frac{d^2}{dx^2} + (Hx - k)^2 - 1 + V(x)\right) g(x) = Eg(x). \tag{4}$$

При $\gamma \ll 1$, решая уравнение (4) по теории возмущений, получаем, что собственные функции имеют вид функций гиперболического цилиндра $g_n(x) \propto$ $\propto D_a\left(x\sqrt{2H} - k\sqrt{2/H}\right)$, где $a = (E_n - H + 1)/2H$.

Собственное значение линейного уравнения (4), отвечающее основному состоянию, является функцией от k и имеет минимум, вблизи которого

$$E_0 = [k - k_0(H)]^2 - \epsilon + \gamma^2 \int_0^\infty g_0^4(x)dx, \tag{5}$$

где $\epsilon = 1 - H/H_{c3}$ и $k_0(H) \sim \sqrt{H}$. Первые два слагаемых находятся из дисперсионного уравнения

$$\frac{d}{dx} D_a \left(x\sqrt{2H} - k\sqrt{\frac{2}{H}}\right) |_{x=0} = 0.$$

Условие $\min E_0 = 0$ отвечает переходу в сверхпроводящее состояние. Отсутствию полного тока соответствует выбор $k = k_0(H)$. В дальнейшем мы будем рассматривать только этот случай.

В результате находим

$$\gamma^2 = \epsilon \left(\int_0^\infty dx g_0^4(x)\right)^{-1}. \tag{6}$$

Нами также было проведено численное решение нелинейного уравнения Гинзбурга – Ландау. На рис.2 представлены решения, удовлетворяющие условию

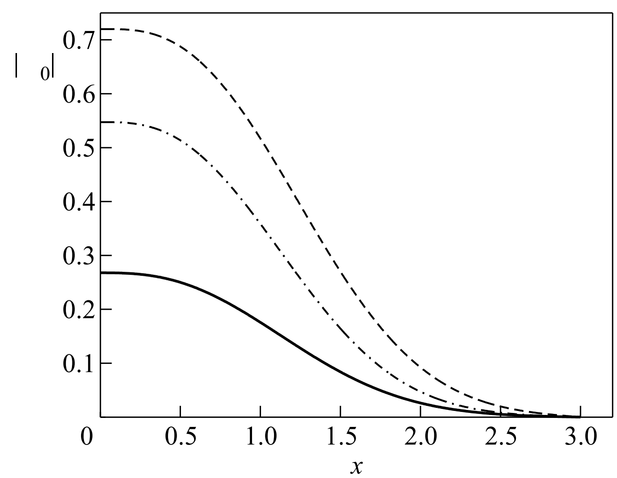

Рис.2. Амплитуда параметра порядка $|\Psi_0|$ для случая $H = 1$, $k = 0.73$ (штриховая линия); $H = 1.3$, $k = 0.85$ (штрих-пунктир); $H = 1.6$, $k = 0.93$ (сплошная линия)

равенства нулю полного тока $k = k_0(H)$, для различных значений магнитного поля. Параметр порядка действительно локализован вблизи края пленки в области порядка магнитной длины, и его амплитуда затухает при увеличении магнитного поля. Отклонения от решения, полученного по теории возмущений, малы вплоть до $H \approx H_{c2}$.

Для аналитических вычислений оказывается удобным аппроксимировать решение $g(x)$ функцией [14]

$$\tilde{g}(x) = \left(\frac{4bH}{\pi}\right)^{1/4} \exp\left(-\frac{bHx^2}{2}\right), \tag{7}$$

где вариационные значения параметров есть $b =$ $= \sqrt{1 - 2/\pi}$ и $H_{c3} = 1/b \simeq 1.66$, что отличается от точного значения на 2%, причем $k_0(H) = \sqrt{H/b\pi}$. Окончательно, используя уравнения (2) и (7), получаем приближенное решение нелинейного уравнения Гинзбурга – Ландау:

$$\tilde{\Psi}_0(x,y) = (\epsilon\sqrt{2})^{1/2} e^{-\frac{H}{2H_{c3}}x^2} e^{ik_0 y}. \qquad (8)$$

Известно, что аналогично процессам образования вихрей в сверхтекучей жидкости [15], центры проскальзывания фазы в тонких проволоках [7] при $T \leq$ $\leq T_c$ возникают за счет термической активации параметра порядка, локально разрушая сверхпроводимость. Происходит переход между метастабильными состояниями сверхпроводника, в течение которого фаза меняется на 2π. Вероятность образования такого процесса активационным образом зависит от температуры $\propto \exp(-\Delta F/T)$, где ΔF есть величина энергетического барьера между этими состояниями. Седловой точке барьера соответствует решение для центра проскальзывания фазы.

С помощью численного анализа временного уравнения Гинзбурга – Ландау (см. обзор [16]) с периодическими граничными условиями на параметр порядка мы нашли решение для центра проскальзывания фазы в краевом слое тонкой пленки. На рис.3 показаны профили модуля параметра порядка для

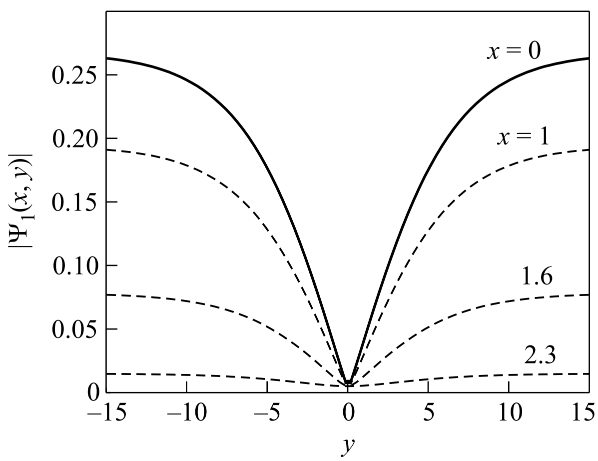

Рис.3. Профиль амплитуды параметра порядка $|\Psi_1(x,y)|$ для случая $H = 1.6$, $k = 0.93$. Сплошной линии соответствует решение на границе $x = 0$

этого решения для различных значений x при магнитном поле $H = 1.6$, $k = 0.93$, что соответствует $\epsilon = 0.1$.

Чтобы получить приближенное аналитическое выражение для центра проскальзывания фазы, мы будем искать параметр порядка в виде $\Psi_1(x,y) =$ $= \gamma e^{ik_0 y} \sum_{n\geq 0} C_n(y) g_n(x)$, где суммирование ведется по собственным функциям уравнения (4). В одномодовом приближении, ограничиваясь $n = 0$, получаем

$$\frac{d^2C}{dy^2} + \epsilon C(1 - C^2) = 0. \qquad (9)$$

Это уравнение аналогично уравнению Гинзбурга – Ландау для одномерной проволоки при условии отсутствия внешнего тока. Решая уравнение (9), находим выражение для параметра порядка, отвечающее состоянию поверхностной сверхпроводимости с центром проскальзывания фазы:

$$\tilde{\Psi}_1(x,y) = \tilde{\Psi}_0(x,y) \tanh\left(y\sqrt{\epsilon/2}\right). \qquad (10)$$

Таким образом, зная выражение (10) для параметра порядка, в режиме термической активации имеем, согласно [7], выражение для сопротивления краевого слоя тонкой пленки

$$R = \frac{\pi\hbar^2\Omega}{2e^2T} \exp(-\Delta F/T), \qquad (11)$$

где

$$\Delta F = \frac{b\sqrt{2}}{16\pi\kappa^2} H_{c3}^2(T)[\ell_{H_{c3}}^2 d] \int dxdy \left(|\Psi_0|^4 - |\Psi_1|^4\right)$$

– высота барьера, $\Omega = (L/\xi(T))(\epsilon^{3/2}/\tau_{GL})(\Delta F/T)^{1/2}$ есть частота попыток, L – длина сверхпроводящего слоя вдоль края пленки, $\tau_{GL} = [\pi\hbar/8(T_c(H) - T)]$ – время релаксации и κ – параметр Гинзбурга – Ландау. Подставляя в это уравнение значения функций, получим при $H < H_{c3}(T)$

$$\Delta F(H) = \frac{bH_{c3}^2(T)}{12\sqrt{\pi}\kappa^2} [\ell_H \ell_{H_{c3}} d]\, \epsilon^{3/2}, \qquad (12)$$

где d – толщина пленки, $\ell_{H_{c3}} = \sqrt{\hbar c/eH_{c3}(T)}$ – магнитная длина. Это выражение есть энергия конденсации сверхпроводимости в объеме $\ell_H \ell_{H_{c3}} d$ краевого слоя тонкой пленки. Отметим, что при $T \to T_c(H)$ толщина сверхпроводящего слоя ℓ_H становится много меньше величины нормальной части $\ell_{H_{c3}}/\sqrt{\epsilon}$, возникшей за счет образования центра проскальзывания фазы, подчеркивая применимость приближения тонкой проволоки для краевого слоя.

При низких температурах в тонких сверхпроводящих проволоках термическая активация сменяется квантовым туннелированием с образованием центров проскальзывания фазы [11 – 13]. В результате сопротивление проволоки $R \propto \exp(-2S)$, где показатель туннельной амплитуды есть $S = A\frac{\hbar}{e^2}G_\xi$, A – константа порядка единицы, G_ξ – кондактанс проволоки длиной $\xi(T)$ [13]. В рассматриваемом нами случае это магнитная длина $\ell_{H_{c3}}$.

Процесс туннелирования сопровождается рождением звуковых плазмонов [17], посредством которых обеспечивается взаимодействие между отдельными центрами проскальзывания фазы. Такое взаимодействие в итоге приводит к уменьшению вероятности туннелирования, и этот эффект тем сильнее, чем меньше скорость плазмонов, то есть чем сильнее кулоновская экранировка. Второй фактор, приводящий к уменьшению вероятности образования центров проскальзывания фазы за счет квантовых флуктуаций, – связь с диссипативным окружением [18].

В отличие от изолированной сверхпроводящей проволоки, в режиме краевой сверхпроводимости кулоновское взаимодействие экранируется зарядом двумерной нормальной части пленки. Звуковые плазмоны при этом не исчезают, однако их скорость становится меньше. Связь с проводящей нормальной частью пленки обеспечивает эффективную релаксацию флуктуации фазы параметра порядка. Таким образом, при прочих одинаковых параметрах сверхпроводников сопротивление поверхностного сверхпроводящего слоя тонкой пленки должно быть меньше, чем сопротивление проволоки.

Рассмотрим флуктуации параметра порядка в случае поверхностной сверхпроводимости при магнитных полях $H > H_{c3}(T)$. Поправка Асламазова – Ларкина к проводимости при магнитных полях несколько выше перехода $H_{c3}(T)$, была изучена в работе [19]. Было показано, что для двумерного сверхпроводящего поверхностного слоя она имеет зависимость от температуры, аналогичную поправке к проводимости в тонкой пленке при $T > T_c$.

В настоящей работе мы рассматриваем предельный случай поверхностной сверхпроводимости, когда параметр порядка сконцентрирован в краевом квазиодномерном слое тонкой пленки. Поправка к кондактансу, взятому на единицу длины слоя, за счет флуктуаций параметра порядка при магнитных полях $H > H_{c3}(T)$ согласно [16] есть

$$G = \frac{(2e)^2}{2m} \sum_{\nu} \langle |\phi_\nu|^2 \rangle \frac{\tau_\nu}{2}. \qquad (13)$$

Здесь суммирование ведется по $\nu = n, k$, причем $\langle |\phi_\nu|^2 \rangle = [\frac{2m\ell^2_{H_{c3}}}{b\hbar^2}] \frac{T}{E_n(k)}$, величина флуктуации параметра порядка $\Psi(x,y) = \sum_\nu \phi_\nu g_\nu(x) e^{iky}$, $\tau_\nu = \tau_{GL}/E_n(k)$ – характерное время затухания флуктуации. Главный вклад в поправку дает основное состояние с $n = 0$ и, переходя от суммирования по k к интегрированию, имеем

$$G \simeq 0.28 \frac{e^2}{\hbar} \frac{H_{c3}(0)}{H_{c3}(T)} \frac{\ell_{H_{c3}}}{|\epsilon|^{3/2}}. \qquad (14)$$

Отметим, что функциональная зависимость поправки $G \propto |\epsilon|^{-3/2}$ аналогична случаю одномерной сверхпроводящей проволоки. Видно также, что при понижении температуры величина поправки заметно уменьшается, так как при этом увеличивается $H_{c3}(T)$, однако вместе с тем расширяется и интервал полей $H - H_{c3}(T)$, в котором применимо уравнение (14).

Для численных оценок возьмем типичные значения $H_{c3} \sim 1$ Тл, тогда $\ell_{H_{c3}} \sim 25$ нм, толщину пластинки возьмем $d \sim 10$ нм, $\kappa = 10$. Получаем при $T_{c3} \sim 1$ К характерное значение $\Delta F/T \sim 10^3 \epsilon^{3/2}$. Чтобы вероятность образования центра проскальзывания фазы была не мала, величина $\epsilon = 1 - H/H_{c3}$ должна быть порядка 10^{-2}. Для критического тока, разрушающего сверхпроводимость [14], имеем $J_c \simeq j_c \ell_{H_{c3}} d$, где $j_c = \frac{1}{3\pi\sqrt{6}} \frac{cH_c(T)}{\kappa\xi(T)}$ – критическое значение плотности тока тонкой проволоки, получаем оценку $J_c \sim 20$ мкА.

Мы показали, что в краевом сверхпроводящем слое тонкой пленки в перпендикулярном магнитном поле при $H < H_{c3}(T)$ возникают центры проскальзывания фазы, разрушающие сверхпроводимость, и вычислили соответствующее сопротивление. При $H > H_{c3}(T)$ вычислен вклад поправки Асламазова – Ларкина в кондактанс краевого слоя.

Авторы выражают благодарность В.И. Козубу за обсуждение и ряд полезных замечаний. Работа выполнена при поддержке фонда Династия, гранта INTAS # 05 – 109 – 4829 и гранта Российского фонда фундаментальных исследований# 06 – 02 – 17047.

1. D. Saint – James and P. deGennes, Phys. Lett. **7**, 306 (1963).
2. D. Stamopoulos, M. Pissas, V. Karanasos et. al., Phys. Rev. B **70**, 054512 (2004).
3. J. Scola, A. Pautrat, C. Goupil et. al., Phys. Rev. B **72**, 012507 (2005).
4. B. J. Baelus and F. M. Peeters, Phys. Rev. B **65**, 104515 (2002).
5. D. A. Dikin, V. Chandrasekhar, V. R. Misko et. al., Eur. Phys. J. B **34**, 231 (2003).
6. Л. Г. Асламазов, А. И. Ларкин, ФТТ **10**, 1104 (1968).
7. J. S Langer and A. Ambegoakar, Phys. Rev. **164**, 498 (1967).
8. D. E. McCumber and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **1**, 1054 (1970).
9. J. E. Lukens, R. J. Warburton, and W. W. Webb, Phys. Rev. Lett. **25**, 1180 (1970).
10. R. S. Newbower, M. R. Beasley, and M. Tinkham, Phys. Rev. B **5**, 864 (1972).

11. N. Giordano, Phys. Rev. Lett. **61**, 2137 (1988).
12. C. N. Lau, M. Markovich, M. Bockrath et al., Phys. Rev. Lett. **87**, 217003 (2001).
13. D. S. Golubev and A. D. Zaikin, Phys. Rev. B **64**, 014504 (2001).
14. A. A. Abrikosov, *Fundamentals of the Theory of Metals*, Elseiver, New York, 1988.
15. С. В. Иорданский, ЖЭТФ **48**, 708 (1965), (JETP **21**, 467 (1965)).
16. M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, McGraw-Hill, New York, 1996.
17. J. E. Mooij and G. Schön, Phys. Rev. B **55**, 114 (1985).
18. H. P. Büchler, V. B. Geshkenbein, and G. Blatter, Phys. Rev. Lett. **92**, 067007 (2004).
19. H. Schmidt and H. J. Mikeska, J. Low Temp. Phys. **3**, 123 (1970).