Письма в ЖЭТФ, том 46, вып. 2, стр. 70 – 72 25 июля 1987 г.

НЕАДИАБАТИЧЕСКОЕ ПРОХОЖДЕНИЕ ЧЕРЕЗ ТОЧКУ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА ВТОРОГО РОДА

Я.Б.Зельдович, А.С.Михайлов

Найдены условия, при которых можно осуществить прохождение через точку фазового перехода в присутствии слабого внешнего поля, не создавая в процессе перехода макроскопических доменов метастабильной фазы.

Обычно при прохождении через точку фазового перехода второго рода (например, за счет медленного понижения температуры) среда разбивается на смесь доменов двух фаз. Слабое внешнее поле снимает вырождение по знаку вещественного параметра порядка ниже точки перехода и делает одну из несимметричных фаз метастабильной. В присутствии внешнего поля через достаточно длительное время система всегда оказывается в однородном однофазном состоянии, навязанном этим полем. В настоящей работе мы показываем, что, при выполнении определенных условий, возможно так подобрать скорость прохождения, чтобы по пути перехода в присутствии внешнего поля макроскопических доменов метастабильной фазы не возникало и система сразу оказывалась в однофазном состоянии.

Поведение флуктуаций вещественного параметра порядка вблизи точки фазового перехода второго рода описывается стохастическим дифференциальным уравнением (см. [1]):

$$\dot{\eta} = -\gamma\frac{\delta F}{\delta\eta(\mathbf{r},t)} + f(\mathbf{r},t). \qquad (1)$$

Удобно выбрать $1/\gamma$ в качестве единицы измерения времени. Тогда уравнение Гинзбурга – Ландау (1) приобретет вид

$$\dot{\eta} = a\eta - b\eta^3 + g\Delta\eta + h + \tilde{f}(\mathbf{r},t), \qquad (2)$$

где h – внешнее поле, а случайная сила $\tilde{f}$ имеет корреляционную функцию

$$\langle\tilde{f}(\mathbf{r},t)\tilde{f}(\mathbf{r}',t')\rangle = 2T\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\delta(t-t'), \qquad (3)$$

так что ее интенсивность определяется температурой среды T.

Допустим, что бифуркационный параметр a возрастает со временем по линейному закону, причем в начальный момент времени система находилась непосредственно в точке перехода:

$$a = ct. \qquad (4)$$

Будем считать, что при $t=0$ во всей среде $\eta = 0$ (это предположение несущественно; окончательные оценки применимы в общем случае прохождения через точку фазового перехода из области симметричных состояний).

При тепловом равновесии неоднородные флуктуации параметра порядка η характеризуются радиусом корреляции r_c, который обращается в бесконечность в точке перехода. Установление теплового равновесия требует определенного времени. Это время тепловой релаксации тем больше, чем ближе мы к точке $a=0$.

Если система стартует при $t=0$ из симметричного состояния ($\eta\equiv 0$), то за конечное время t пространственные корреляции в ней могут установиться лишь в пределах областей с размером не больше $r_d(t) = \sqrt{gt}$. Этот размер полезно сравнить с тем корреляционным радиусом $r_c(t)$, который при тепловом равновесии отвечает мгновенному значению бифуркационного параметра $a=ct$.

Поскольку r_d растет, а r_c уменьшается со временем, существует такой момент t^*, когда $r_d(t^*) = r_c(t^*)$. При $t \gg t^*$ справедливо адиабатическое приближение – поведение флуктуаций является таким же, как при тепловом равновесии при заданном значении $a = ct$. Область $0 < t < t^*$ является неадиабатической, в ней состояние системы сильно отличается от теплового равновесия.

В теории фазовых переходов известен критерий Гинзбурга – Леванюка [2]: при выполнении условия

$$a \gg (T^2 b^2 / g^3) \tag{5}$$

флуктуаций при тепловом равновесии малы (это область применимости теории среднего поля). В обратном случае флуктуации велики (флуктуационная область).

Наиболее интересна ситуация, когда из области неадиабатичности система попадает при $t = t^*$ сразу в область среднего поля[1]. Поскольку в этой области $r_c = \sqrt{g/a} = \sqrt{g/ct}$, приравнивая r_c и r_d, находим $t^* = c^{-1/2}$, $a^* = ct^* = c^{1/2}$. Чтобы при $t = t^*$ система оказалась в области среднего поля, значение a^* должно удовлетворять неравенству (5), что налагает нижний предел на скорость прохождения c.

На начальном этапе величина параметра порядка η мала и вместо (2) можно использовать более простое уравнение:

$$\dot{\eta} = g\Delta\eta + h + \tilde{f}(\mathbf{r}, t). \tag{6}$$

Из него следует, что среднее значение параметра порядка растет со временем как $\langle \eta \rangle = ht$, а средний квадрат флуктуаций параметра порядка $\delta\eta = \eta - \langle \eta \rangle$ в элементе объема V в момент t равен

$$\langle (\delta\eta^2)_V \rangle = Tt/V. \tag{7}$$

Поскольку при $t \ll t^*$ роль корреляционного радиуса фактически исполняет r_d, для оценки силы флукутаций положим $V \sim (gt)^{3/2}$. С учетом этого, как видно из (7), средне - квадратичная флуктуация параметра порядка в объеме с радиусом корреляции убывает со временем по закону $[\langle (\delta\eta^2)_V \rangle]^{1/2} \sim t^{-1/4}$. Следовательно, по прошествии достаточно большого времени она станет меньше среднего значения $\langle \eta \rangle = ht$.

Потребуем, чтобы на выходе из неадиабатической области (т. е. при $t = t^*$) относительные флуктуации были малы и система сразу же оказывалась в области среднего поля. Как видно из сказанного выше, для этого должны выполняться два условия:

$$(h^2 g^{3/2} / T)^{4/5} \gg c/\gamma \gg (T^2 b^2 / g^3)^2 \tag{8}$$

(здесь мы возвратились к исходным единицам измерения времени).

Если эти условия не выполнены, то, оказавшись в области среднего поля, система разобьется на смесь доменов двух фаз. Тогда окончательное установление теплового равновесия (т. е. вытеснение доменов метастабильной фазы) будет осуществляться за счет смещения междоменных границ. Поскольку скорость такого смещения тем меньше, чем слабее внешнее поле h, для очень слабых полей заключительная стадия перехода может занимать чрезвычайно большое время.

В отличие от этого, выполнение условий (8) гарантирует, что при прохождении через точку перехода макроскопических доменов метастабильной фазы не возникнет на всем пути перехода (точнее, вероятность их образования будет экспоненциально малой) и система сразу же окажется в однородном однофазном состоянии.

Действительно, в этом случае почти для любой макроскопической области (с размером больше радиуса корреляции) в момент выхода t^* значение параметра порядка мало отличается от ht^* и, следовательно, имеет тот знак, который навязан внешним полем. Поэтому дальнейшее развитие экспоненциальной неустойчивости переведет систему в однофазное состояние с именно таким знаком параметра порядка. Второе из неравенств (8) гарантирует,

---

1) При выходе во флуктуационную область неважно, с какими флуктуациями система туда пришла, так как впоследствие сильные флуктуации все равно возникнут уже в адиабатическом режиме.

что при $t > t^*$ тепловые флуктуации в установившемся режиме не смогут рождать макроскопических доменов метастабильной фазы и повлиять на исход процесса.

Чтобы два неравенства (8) не противоречили друг другу, внешнее поле должно быть не слишком слабым:

$$h \gg T^3 b^{5/2} / g^{9/2} . \tag{9}$$

В более слабых полях систему нельзя никаким способом провести через точку фазового перехода, не рождая по пути макроскопических доменов метастабильной фазы.

Литература

1. *Ма Ш.* Современная теория критических явлений, М.: Мир, 1980.

2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика, ч. I, М.: Наука, 1976.

Московский государственный университет
им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию
25 мая 1987 г.