

**РАМАНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА ЭЛЕКТРОНАМИ
В СВЕРХПРОВОДНИКАХ
С МАЛОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ДЛИНОЙ**

A.A.Абрикосов, Л.А.Фальковский

Найден коэффициент отражения в чистых анизотропных сверхпроводниках с корреляционной длиной ξ/Δ много меньшей глубины проникновения света δ . Обсуждается влияние анизотропии.

В работах^{1, 2} было рассмотрено рамановское рассеяние света в чистых сверхпроводниках с большой корреляционной длиной

$$\xi \sim \hbar v / \Delta \gg \delta , \quad (1)$$

где v – скорость на поверхности Ферми, Δ – сверхпроводящая щель, δ – глубина проникновения света. В работе³ рамановское рассеяние наблюдалось в сверхпроводящем Nb₃Sn. Поскольку для этого вещества условие (1) не выполняется и, скорее имеет место обратное неравенство, то в³ был произведен соответствующий теоретический расчет. Однако, авторы не приняли во внимание целую последовательность диаграмм (отмеченных в¹), которые в предельном случае

$$\xi \ll \delta \quad (2)$$

являются весьма существенными. В то же время вопрос о рамановском электронном рассеянии в сверхпроводниках в условиях (2) приобретает в настоящее время большую актуальность ввиду открытия высокотемпературных сверхпроводников с чрезвычайно малой корреляционной длиной. Экспериментальное определение электронного рамановского рассеяния⁴ дает возможность измерять энергетическую щель бесконтактным способом.

Ввиду этого мы произведем здесь теоретический расчет с учетом всех необходимых диаграмм. Будем считать температуру равной нулю и начнем с изотропной модели. Как уже указывалось в¹, в добавок к диаграмме нулевого порядка по взаимодействию электронов (2, a в¹) необходимо просуммировать всю последовательность цепочекных диаграмм (3, a в¹). Но в то время, как при $\xi \gg \Delta$ они определяют коэффициент отражения лишь вблизи порога $\omega_0 = \omega - \omega' = 2\Delta$ (ω и ω' – частоты падающего и рассеянного света), в случае $\xi \ll \delta$ они существенны в широкой области $\omega_0 - 2\Delta \sim \Delta$; мы пользуемся единицами $\hbar = c = 1$.

Включение новых диаграмм при учете сверхпроводящего спаривания приводит к замене в формуле для матричного элемента S_{j_0} (см.¹) выражения $\psi_\alpha^+(x)\psi_\alpha(x)$ на комбинацию

$$R = A_1 R_1 + A_2 R_2 + A_3 R_3 , \quad (3)$$

где $R_1 = \psi_\alpha^+ \psi_\alpha$, $R_2 = I_{\alpha\beta} \psi_\beta \psi_\alpha$, $R_3 = I_{\alpha\beta} \psi_\alpha^+ \psi_\beta^+$, а $I_{\alpha\beta}$ – антисимметричная матрица 2×2 : $I_{\alpha\beta} = -I_{\beta\alpha}$, $I^2 = -1$.

Уравнения для коэффициентов A_i получаются следующим образом. Если к сумме бесконечной последовательности диаграмм на рис. 3, a в¹ добавить одно звено, то она должна перейти сама в себя. Из этого условия получаем (с учетом нулевого приближения)

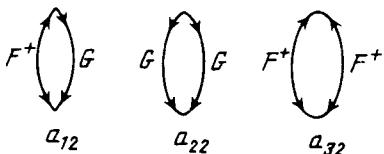
$$A_i = \delta_{i_1} + a_{ki} A_k , \quad (4)$$

где коэффициенты a_{ik} соответствуют звеньям разного типа. Например, существенные в дальнейшем коэффициенты изображаются диаграммами на рисунке. Анализируя свойства коэффициентов a_{ik} и уравнения (4), приходим к выводу, что $A_3 = -A_2$, а $A_1 \approx 1$ с точностью до поправок порядка константы взаимодействия электронов g , которая предполага-

ется малой. После этого находим

$$A_2 = a_{12} / (1 - a_{22} + a_{32}). \quad (5)$$

Из рисунка следует, что диаграмма для a_{22} содержит большой логарифм. В случае, когда переданные частота ω_0 и импульс $q = k - k'$ не очень велики ($\omega_0 \lesssim \Delta, vq \lesssim \Delta$) коэффициент a_{22} содержит $q \ln(2\omega_D/\Delta)$, который сокращается с единицей в силу уравнения, определяющего щель; ω_D – параметр, ограничивающий область частот, в которой между электронами существует эффективное притяжение – это дебаевская частота для фононного механизма. В результате, и в числителе и в знаменателе A_2 остаются члены порядка g , т. е. $A_2 \sim 1$. В случае больших передач энергии или импульса взаимодействие несущественно, $A_2 \ll 1$ и в (3) следует сохранить лишь первое слагаемое.



Если подставить в матричный элемент S_{j0} комбинацию R вместо $\psi_\alpha^+ \psi_\alpha^-$ (см. 1) и проделать те же преобразования, что в 1, то получится (для простоты мы предполагаем нормальное падение и отражение):

$$d\sigma = \frac{2^9 e^4 \cos^2 \theta d\omega' d\Omega'}{\pi m^2 \delta^2 [(n+1)^2 + \kappa^2][(n-1)^2 + \kappa^2]} \int dq F(q) / (q^2 + 4\delta^{-2})^2, \quad (6)$$

$$F(q) = \int |uv' + vu' - 2A_2(uu' + vv')|^2 \delta(\omega_0 - \epsilon - \epsilon') d^3 p / (2\pi)^3, \quad (7)$$

где n – показатель преломления на частоте ω , κ – коэффициент поглощения, определяющий глубину проникновения поля $\delta = c/\omega \kappa$, u и v – коэффициенты преобразования Боголюбова: $u^2, v^2 = (1 \pm \xi/\epsilon)/2$, u' и v' соответствуют импульсу $p + q$, а q – вектор, направленный по нормали к поверхности с абсолютной величиной q , по которой проводится интегрирование, θ – угол между поляризациями падающего и рассеянного света.

Коэффициенты, входящие в A_2 , имеют вид

$$a_{ik} = \frac{\lambda}{16} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \int_{-1}^1 d\mu [(\epsilon + \epsilon' + \omega_0 - i0)^{-1} + (\epsilon + \epsilon' - \omega_0 - i0)^{-1}] \rho_{ik},$$

где весовая функция ρ_{12} для a_{12} равна $-\Delta\omega_0 / 2\epsilon\epsilon'$, а для разности $a_{22} - a_{32}$ $\rho = 1 + (\xi\xi' + \Delta^2) / \epsilon\epsilon'$, $\lambda = gp_0^2 / \pi^2 v$ – безразмерная константа взаимодействия, $\mu = \cos \vartheta$.

Поскольку мы рассматриваем случай (2), а при интегрировании по q согласно (6) существенны $q \sim 1/\delta$, то в нулевом приближении нужно положить $q = 0$. Однако, тогда выражение под знаком модуля в (7) с учетом δ -функции обращается в нуль. Отметим, что это происходит именно благодаря учету цепочечных диаграмм. Если бы они не принимались во внимание, как это и делалось в работе 3, то остающееся под знаком модуля в (7) первое слагаемое при $q = 0$ приводило бы к расходимости вблизи порога $d\sigma \sim (\omega_0^2 - 4\Delta^2)^{-1/2}$.

Проанализируем функцию $F(q)$ в области $q \lesssim \Delta/v$. Если мы находимся вблизи порога, т. е. при условии $\omega_0 - 2\Delta \ll \Delta$, то в пределах рассматриваемой области попадает значение $q_m = (\omega_0^2 - 4\Delta^2)^{1/2}/v$, начиная с которого $F(q)$ выходит на асимптотику $F(q) \sim (vq/\Delta)^3 \ln^{-2}(q/q_m)$. При $q \ll q_m$ функция $F(q) \sim (vq/\Delta)^3 q / q_m$. Отсюда ясно, что главный вклад в интеграл по q вносят $q \lesssim \max\{q_m, \Delta^{-1}\}$. Таким образом, в зависимости от соотношения между q_m и $1/\delta$ нахо-

дим (в обычных единицах)

$$d\sigma = \frac{2^5}{\pi^4} \left(\frac{e^2 v}{\hbar c^2} \right)^2 \left(\frac{\hbar \omega}{\Delta \delta} \right)^2 \frac{\cos^2 \theta f d\omega' d\Omega'}{\Delta [(n+1)^2 + \kappa^2][(n-1)^2 + \kappa^2]} , \quad (8)$$

где

$$f \approx \begin{cases} 1 & \text{при } q_m \gg 1/\delta \\ \frac{\pi^2}{8} \ln(\delta/\xi) / \ln(1/q_m \delta) \ln(1/q_m \xi) & \text{при } q_m \ll 1/\delta . \end{cases} \quad (8a)$$

$$(8b)$$

Формулой (8) можно пользоваться при $\omega_0 - 2\Delta \lesssim \Delta$. Вдали от порога, т. е. при условии $\omega_0 - 2\Delta \gg \Delta$, результат должен соответствовать нормальному металлу. Довольно простое вычисление приводит к выражению, которое получается из (8) заменой

$$f = 4\pi^2 (\Delta/\omega_0)^3 t^4 [\ln(1+t^{-2}) - (1+t^2)^{-1}] , \quad t = \omega_0 \delta / 2v . \quad (8b)$$

Этот результат описывает рамановское рассеяние нормальным металлом при любом соотношении между глубиной проникновения и переданной частотой. В рассматриваемом нами случае (2) сшивка формул (8a) – (8b) происходит при $\omega_0 \approx 2,7 \Delta$.

Из формул (8) следует, что в окрестности порога $d\sigma$ быстро увеличивается от нуля до величины, определяемой (8) – (8a). Численная оценка дает значение

$$d\sigma \approx 10^{-11} (\xi/\delta)^2 (\hbar d\omega'/\Delta) d\Omega' . \quad (9)$$

Теперь отметим качественно к чему приводят анизотропия. Главное изменение заключается в том, что $F(q)$ (7) не обращается в нуль при $q = 0$. При учете анизотропии тензора масс $(m^{-1} A^2 \rightarrow m_{ik}^{-1} A_i A_k)$, где $n = p/p$, результат пропорционален $(m_{ik} - \bar{m}_{ik})^2$, причем усреднение происходит с определенным весом, зависящим от характера взаимодействия электронов и $\Delta(n)$. Окончательное выражение

$$d\sigma_0 \sim \pi^{-2} (e^2/\hbar c)^2 (v/c)^2 \delta d\omega' d\Omega' / v [(1+n)^2 + \kappa^2][(1-n)^2 + \kappa^2] \quad (10)$$

не зависит от ξ вдали от порога в окрестности порога имеет вид

$$d\sigma \sim d\sigma_0 [(\omega_0 - 2\Delta_{min}) / \Delta_{min}]^\alpha . \quad (11)$$

Для случая, когда минимум $\Delta(n)$ соответствует одной точке на ферми-поверхности $\alpha = 1/2$. Если минимум осуществляется на линии (например, в чисто двумерном случае), то $\alpha = 0$.

Проведенные расчеты показывают, что в интегрировании участвует вся ферми-поверхность, и результат сохраняет свою форму независимо от того, идет ли речь о монокристалле или о поликристалле из кристаллитов с одинаковыми параметрами, но разными ориентациями.

Подставляя численные значения ($\Delta \sim 10^2$ К) в (9) получаем оценку

$$d\sigma_0 \sim 10^{-11} \hbar d\Omega' d\omega' / \Delta .$$

Этот результат соответствует эксперименту ⁴. Заметим, что он получен в предположении $\delta \gg \xi$, а эксперимент, по-видимому, проводился в условиях $\delta \sim \xi$.

Литература

1. Абрикосов А.А., Фальковский Л.А. ЖЭТФ, 1961, 40, 263.
2. Абрикосов А.А., Генкин В.М. ЖЭТФ, 1973, 65, 842.
3. Dierker S.B., Klein M.B., Webb J.W., Fisk Z. Phys. Rev. Lett., 1983, 50, 853.
4. Баженов А.В., Горбунов А.В., Классен Н.В., Кондаков С.Ф., Кукушкин И.В., Кулаковский В.Д., Мисочки О.В., Тимофеев В.Б., Чернышова Л.И., Шепель Б.Н. Письма в ЖЭТФ, Приложение, 1987, 46, 35.