Письма в ЖЭТФ, том 46, вып. 6, стр. 244 – 246 25 сентября 1987 г.

О ТОРМОЖЕНИИ БЫСТРОЙ ЧАСТИЦЫ В СРЕДЕ

Д.А.Киржниц

С помощью дисперсионных соотношений Леонтовича найдены универсальные выражения для поляризационных потерь энергии ультрарелятивистской заряженной частицы в произвольной однородной, изотропной среде.

Благодаря поляризации среды потери энергии частицы на единице ее пути нелинейно зависят от плотности среды (эффект плотности Сванна – Ферми[1]). При этом с ростом энергии частицы полные потери нарастают логарифмически, а ограниченные потери, для которых передача среде квадрата 4-импульса не превышает по модулю заданной величины q_0^2, стремятся к постоянному пределу

$$W(q_0) = Q^2 \omega_0^2 \ln(q_0/\omega_0). \tag{1}$$

Здесь $\omega_0 = (4\pi ne^2/m)^{1/2}$ – плазменная частота электронов среды (e, m и n – их заряд, масса и концентрация), Q – заряд частицы, $\hbar = c = 1$.

Первоначально эти результаты были получены для простейшей модели среды. Используя дисперсионные соотношения Крамерса – Кронига, Ландау[2] распространил их на произвольные немагнитные среды без пространственной дисперсии. Как показано ниже, с помощью более общих соотношений Леонтовича[3] можно снять и эти ограничения, выявив тем самым полную универсальность обсуждаемых результатов и точный смысл величины ω_0 как эффективной массы кванта поперечных собственных колебаний среды. Существенно, что учет пространственной дисперсии, придающий электродинамике сплошных сред способность описывать все детали структуры среды, не просто расширяет область применимости результатов, но и радикально упрощает их вывод, делая, в частности, ненужным разделение потерь на "ближние" и "дальние".

1. Описание потерь быстрой частицы требует релятивистского обобщения соотношений Крамерса – Кронига для функции отклика среды R

$$R(\omega, k) = \tilde{R} + \frac{2}{\pi}\int_0^\infty d\zeta\zeta \,\mathrm{Im} R(\zeta, k)/(\zeta^2 - \omega^2 - i\delta\omega) \tag{2}$$

(тильда здесь и ниже означает предел левой части при $\omega \to \infty$). Такое обобщение следует из релятивистского условия причинности $R(t,x) = 0$ при $t < x$, ведущего к аналитичности величины $R(\omega, |\mathbf{k} - \omega \mathbf{s}|)$ по ω в верхней полуплоскости ω и к соотношениям Леонтовича[3,4], которые переходят в (2) при $s = 0$ ($\mathbf{s}$ – произвольный вектор с $s \leqslant 1$)[1)]. При $s = 1$, $\mathbf{ks} = 0$ они имеют вид[5]

$$R(\omega, \sqrt{k^2+\omega^2}) = \tilde{R} + \frac{2}{\pi}\int_0^\infty d\zeta\zeta \,\mathrm{Im} R(\zeta, \sqrt{k^2+\zeta^2})/(\zeta^2 - \omega^2 - i\delta\omega). \tag{3}$$

2. Ограниченные потери частицы, скорость которой фиксирована и близка к скорости света, определяются формулой (см., например,[4])

$$W(q_0) = Q^2 \int_0^{q_0} dq qI; \quad I = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty d\omega\omega \,\mathrm{Im} R(\omega, \sqrt{q^2+\omega^2})/(q^2+\omega^2), \tag{4}$$

где $R = R_l + R_t$ – сумма продольной и поперечной функций отклика

$$R_l = -1/\epsilon_l(\omega, k), \qquad R_t = (k^2-\omega^2)/(k^2 - \omega^2\epsilon_t(\omega, k)), \tag{5}$$

ϵ_l и ϵ_t – продольная и поперечная диэлектрические проницаемости среды, $-q^2 = \omega^2 - k^2$ – квадрат переданного среде 4-импульса.

Соотношение (3), равенство $\epsilon_l(\omega, 0) = \epsilon_t(\omega, 0)$ и асимптотики при $\omega \to \infty$

$$\epsilon_l(\omega, \sqrt{q^2+\omega^2}) \to 1 + \ldots, \qquad \epsilon_t(\omega, \sqrt{q^2+\omega^2}) \to 1 - \omega_0^2/\omega^2 + \ldots \tag{6}$$

дают

$$I = R(iq, 0) - \check{R} = \omega_0^2/(q^2 + \omega_0^2)$$

и ведут с помощью (4) прямо к формуле (1), обосновывая ее применимость для однородной, изотропной среды общего вида.

3. Приведенный вывод (1) неявно основывался на том, что величина ω_0, определяемая (6), не зависит от q. Это свойство позволяет интерпретировать ω_0 как эффективную массу кванта поперечных собственных колебаний среды (в пределе высоких частот), спектр которых $\omega = \sqrt{k^2 + \omega_0^2}$ определяется полюсом величины R_t в (5) с использованием (6). Доказательство независимости ω_0 от q основано на том, что поперечная проницаемость ϵ_t, не будучи функцией отклика, тем не менее аналитична в верхней полуплоскости ω и удовлетворяет соотношению (2) (см., например, [6]). После подстановки $k = \sqrt{q^2 + \omega^2}$ оно совместно с (6) ведет к выражению

$$\omega_0^2 = \lim_{k \to \infty} \frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\omega\,\omega\, \mathrm{Im}\,\epsilon_t(\omega, k),$$

действительно не зависящему от q. Это выражение представимо в виде $4\pi n e^2 \langle 1/\epsilon \rangle$ (ϵ – релятивистская энергия частиц среды, скобки – среднее по ее состоянию) и переходит в нерелятивистском пределе в приведенное в начале статьи выражение.

4. Сказанное выше справедливо при не слишком большом значении q_0, с ростом которого вступают в игру эффекты отдачи и другие квантовые эффекты. Для их описания существуют свои методы [7], в рамках которых характеристики среды заключены в функции Грина фотона (в кулоновской калибровке) [8]

$$D_l = 1/(k^2 \epsilon_l), \quad D_t = 1/(k^2 - \omega^2 \epsilon_t).$$

Пределу $q_0 \to \infty$ отвечают полные потери энергии, имеющие конечную величину благодаря "самообрезанию" соответствующего интеграла по q на значении q_{max} за счет действия закона сохранения $\delta[\omega - E(\mathbf{p}) + E(\mathbf{p} - \mathbf{k})]$ ($E(\mathbf{p})$ – энергия частицы с импульсом $\mathbf{p}$). При выводе же (4) используется классический аналог этого закона $\delta(\omega - \mathbf{kv})$ ($\mathbf{v}$ – фиксированная скорость частицы), входящий в выражения для плотностей заряда и тока частицы. Величина q_{max} растет с энергией частицы E и потому главный, логарифмический член в полных потерях получается из (1) просто заменой q_0 на q_{max}

$$W(E) = Q^2 \omega_0^2 \ln(q_{max}/\omega_0). \tag{7}$$

В предельных случаях $E \gg \langle \epsilon \rangle$ (потери энергии происходят в элементарном акте) и $E \ll \langle \epsilon \rangle$ (наибольшая передача импульса отвечает рассеянию назад) $q_{max} \sim \sqrt{E}$ и $q_{max} \sim E$, а логарифм в (7) заменяется на $(1/2)\ln(E/\omega_0)$ и $\ln(E/\omega_0)$, соответственно.

5. Отметим, в заключение, что мнимые части функции отклика отличны от нуля в полосах поглощения (отвечающих последовательному возбуждению "твердотельных", т. е. решеточных и электронных, внутриядерных, внутринуклонных степеней свободы), разделенных широкими окнами прозрачности. Поэтому характеристики, отвечающие некоторым значениям ω и k (и не слишком высоким температурам и давлениям), нечувствительны к более

[1] Релятивистское условие причинности отражает отсутствие сигналов со скоростью, большей скорости света в пустоте. Возможно, что существует более жесткое условие причинности (и более широкая область аналитичности функций отклика), связанное с отсутствием сигналов со скоростью, большей скорости света в среде.

далеким по энергии полосам поглощения. Соответственно, символ ∞ в формулах этой статьи (в том числе определяющих величину ω_0) следует относить к тому же окну прозрачности, в котором лежат величины q_0 и E в (1), (7).

Благодарю В.Л.Гинзбурга, А.А.Комара, Е.Л.Фейнберга и участников руководимых ими семинаров, особенно В.В.Лосякова и В.А.Чечина за ценные дискуссии.

Литература

1. *Ферми Э.* Научные труды, т. 2, М.: Наука, 1972, стр. 22.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
3. *Леонтович М.А.* ЖЭТФ, 1961, **40**, 907.
4. *Силин В.П., Рухадзе А.А.* Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М.: Атомиздат, 1961.
5. *Долгов О.В., Киржниц Д.А., Лосяков В.В.* ЖЭТФ, 1982, **83**, 1894.
6. *Киржниц Д.А.* УФН, 1987, **152**, 399.
7. *Crispin A., Fowler G.N.* Rev. Mod. Phys., 1970, **42**, 290.
8. *Фрадкин Е.С.* Труды ФИАН, 1965, **29**, 7.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
16 июля 1987 г.