Письма в ЖЭТФ, том 46, вып. 9, стр. 356 – 358 10 ноября 1987 г.

НЕЛОКАЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС ТЕПЛОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПЛАЗМЕ

А.Б.Кукушкин, В.С.Лисица, Ю.А.Савельев

Получено интегральное уравнение, описывающее "волновой" перенос тепла в плазме посредством плазменных волн. Показано, что распространение тепловых возмущений от мгновенного точечного источника может быть более быстрым, чем в случае диффузии. Рассмотрен пример переноса тепла поперек магнитного поля.

Настоящая статья посвящена демонстрации возможности нелокальной связи температур в различных точках плазмы. Такая связь обусловлена процессами испускания и поглощения частицами плазменных волн, обладающих большими длинами пробега и приводящих к корреляции температур на гораздо больших расстояниях, чем при обычных процессах диффузионного типа. В этом отношении задача аналогична задачам радиационного переноса возбуждения [1], причем в силу наличия в плазме выделенных собственных частот колебаний, такая волновая теплопроводность оказывается ближе к переносу излучения в дискретных линиях, а не в планковском континууме, как при лучистой теплопроводности [2]. Следует отметить, что нелокальная связь возмущений может реализоваться и при обычном столкновительном переносе вследствие больших длин свободного пробега быстрых ("хвостовых") частиц [1)] [3]. Ниже, однако, такие процессы не учитываются, что допустимо, например, при переносе тепла поперек сильного магнитного поля.

Исходными являются уравнения для спектральной интенсивности I плазменных волн и баланса переносимой ими энергии:

$$\left(\mathbf{s}, \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) \left(I / n^2 \right) = j / n^2 - \alpha I / n^2 , \tag{1}$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \operatorname{div}_{\mathbf{r}} \left\{ \int d\omega \, d\Omega_{\mathbf{s}} \, \mathbf{s} \, I(\omega, \mathbf{s}, \mathbf{r}) \right\} = Q(\mathbf{r}, t), \tag{2}$$

где $\mathbf{s}$ – направление распространения волны, q – плотность энергии электронов, Q – внешний источник тепла, $n(\omega, \mathbf{s})$ – показатель преломления для волн, j и α – коэффициенты испускания и поглощения, связанные с испускательной способностью η плазменных волн [4].

$$j = \int \eta(\omega, \mathbf{s}, \mathbf{p}) f(\mathbf{p}) \, d\mathbf{p}, \qquad \alpha = -\frac{8\pi^3 c^2}{n^2 \omega^2} \int \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \eta(\omega, \mathbf{s}, \mathbf{p}) \, d\mathbf{p} . \tag{3}$$

$f(\mathbf{p})$ – функция распределения электронов плазмы, $\epsilon = p^2 / 2m_e$, в формуле для α предположена изотропность f по направлениям.

В уравнении (1) пренебрегается временным запаздыванием (обусловленным конечностью групповой скорости $V_{\text{гр}}$ волн), что допустимо при $V_{\text{гр}} \gg V_{\text{фр}}$, где $V_{\text{фр}}$ – скорость движения фронта тепловой волны, описываемой уравнениями (1), (2).

Система (1) в определенной мере аналогична системе уравнений переноса в теории слабой турбулентности [5] с тем отличием, что перенос тепла в пространстве обусловлен не быстрыми частицами, а плазменными волнами. Такая ситуация реализуется в том случае, когда перенос частицами затруднен (например, поперек сильного магнитного поля).

Уравнения (1), (2) устанавливают связь между, вообще говоря, различными функционалами j и α (3). Поэтому для замыкания системы (1) –(2) надо установить дополнительные соотношения между j и α. Это можно сделать, решая систему квазилинейных уравнений

---

1) **На это обстоятельство авторам указано А.В.Гуревичем.**

для функции f (см. [5, 6]). Для малых возмущений можно, однако, пренебречь отклонением функции распределения электронов от локально равновесной (максвелловской). Тогда функционалы j и α связаны законом Кирхгофа (см. [4]):

$$j(\omega, \mathrm{s}) / \alpha(\omega, \mathrm{s}) = n^2 \omega^2 T(\mathbf{r}) / 8\pi^3 c^2, \tag{4}$$

где $T(\mathbf{r})$ – температура электронов. Используя (4) и подставляя формальное решение (1) в (2), получим нелинейное интегро-дифференциальное уравнение для температуры. Его линеаризация по малому параметру $Y \equiv \delta T(\mathbf{r}) / T_0$, где δT – отклонение температуры от ее однородного равновесного значения T_0, приводит к уравнению, аналогичному уравнению переноса резонансного излучения Бибермана – Холстейна [1], а именно:

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = -\frac{Y}{\tau} + \frac{1}{\tau} \int Y(\mathbf{r}')\, G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \mathrm{s})\, d\mathbf{r}' + \widetilde{Q}, \quad \mathrm{s} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \tag{5}$$

где ядро $G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \mathrm{s})$ описывает вероятность поглощения в точке $\mathbf{r}$ тепла, излученного в точке $\mathbf{r}'$ в направлении s, и выражается через вероятность $T(\rho)$ прохождения без поглощения плазмоном расстояния, не меньшего ρ:

$$G(\rho, \mathrm{s}) = -\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial T(\rho, \mathrm{s})}{\partial \rho}, \quad T(\rho, \mathrm{s}) = \frac{1}{J} \int j(\omega, \mathrm{s})\, e^{-\alpha(\omega, \mathrm{s})\rho}\, d\omega d\Omega_{\mathrm{s}}. \tag{6}$$

Характерное время τ в (5)

$$1/\tau = \int d\omega d\Omega_{\mathrm{s}}\, j(\omega, \mathrm{s}) / \frac{3}{2} n_e T_0 \equiv J / \frac{3}{2} n_e T_0, \tag{7}$$

описывает "время жизни" температуры вследствие потерь на излучение волн. Зависимость ядра G от направления s учитывает наличие внешнего источника асимметрии (ниже – магнитного поля).

Найдем закон движения фронта "тепловой волны" от источника $Q \propto \delta(t)\, \delta(x)\, \delta(y)$ поперек магнитного поля $\mathbf{B} \parallel OZ$ путем испускания и поглощения бернштейновских мод [4, 6]. Опираясь на анализ различных результатов теории переноса излучения [7, 8], можно показать, что в рассматриваемом случае характерное время распространения тепловой волны на расстояние $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ от точки источника $R = 0$ при $t \gg \tau$ имеет вид

$$t^{-1}(R) \sim \frac{1}{\tau} \int d\Omega_{\mathrm{s}}\, T\left(\frac{R}{\sin\theta}, \mathrm{s}\right) \equiv \int d\omega\, d\Omega_{\mathrm{s}}\, j(\omega, \mathrm{s}) \exp\left[-\frac{R}{\sin\theta} \alpha(\omega, \mathrm{s})\right] / \frac{3}{2} n_e T_0, \tag{8}$$

где θ – аксиальный угол с осью Z. В конкретных расчетах времени (8) использовались закон дисперсии для бернштейновских мод, распространяющихся практически поперек магнитного поля [4], а также независимость переноса тепла в различных гармониках при $\omega_p \lesssim \omega_B$ (ω_p и ω_B – соответственно, плазменная и циклотронная частоты электронов.) Для доплеровского механизма уширения отдельной излучаемой моды оценка интегралов в (8) при $\widetilde{R} \equiv \equiv \frac{R \omega_B \delta}{v_0} \gg 1$ дает:

$$t(R) \sim \frac{T_0 v_0}{e^2 \omega_B^2} \frac{\widetilde{R} \ln \widetilde{R}}{\delta^2}, \quad \delta = (\omega_p / \omega_B)^2, \tag{9}$$

где $v_0 = \sqrt{2 T_0 / m_e}$ – тепловая скорость электронов.

Видно, что закон движения фронта почти равномерный и отличен от диффузионного. Основной вклад в $t(R)$ дают (при $t \gg \tau, \tilde{R} \gg 1$) области параметров ω и s, в которых функция j (и α) мала по сравнению с ее максимальным значением (так называемые "крылья линии"). Поведение j и α на "крыльях" оказывается таким, что формальное разложение уравнения (5) по $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ приводит (в бесконечном пространстве) к дифференциальному уравнению с бесконечным коэффициентом диффузии. В этом и состоит особенность "недиффузионности" волнового переноса возмущений в однородной среде (в отличие от обычной оценки [9] вклада колебаний в эффективный коэффициент диффузии).

Найдем такое расстояние r^*, на котором фронт (9) теплового возмущения, переносимого волнами, догоняет диффузионно движущийся фронт, обусловленный столкновительной электронной теплопроводностью в замагниченной плазме ([10], формула (59, 28)). Оценка дает (Λ – кулоновский логарифм)

$$r^* \omega_B / v_0 \sim \Lambda \ln \Lambda . \qquad (10)$$

Видно, что волновая теплопроводность "догоняет" столкновительную на расстояниях порядка $10^1 - 10^2$ ларморовского радиуса.

Проведенное рассмотрение демонстрирует принципиальную возможность существенного ускорения процессов переноса тепла вследствие нелокального характера распространения плазменных волн. Для выяснения значимости этих эффектов в реальных термоядерных системах необходим учет факторов, существенно влияющих на перенос: неоднородности температуры и плотности плазмы, немаксвелловости распределения электронов, вклада многих гармоник и др.

Авторы благодарны А.В.Гуревичу, В.В.Параилу, О.П.Погуце, В.Н.Цытовичу, В.Д.Шафранову за полезные обсуждения.

Литература

1. *Биберман Л.М.* Перенос излучения в спектральных линиях. Кн. Низкотемпературная плазма. М.: Мир, 1987, с. 90.
2. *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
3. *Бескин В.С., Гуревич А.В., Истомин Я.Н.* ЖЭТФ, 1987, 92, 1277.
4. *Бекефи Дж.* Радиационные процессы в плазме М.: Мир, 1971.
5. *Веденов А.А., Рютов Д.Д.* Вопросы теории плазмы, вып. 6, М.: Атомиздат, 1972, с.3.
6. *Галеев А.А., Сагдеев Р.З.* Основы физики плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1983, с. 590.
7. *Абрамов Ю.Ю., Напартович А.П.* Астрофизика (АН Арм. ССР), 1968, 4, 195.
8. *Абрамов В.А., Коган В. И., Лисица В.С.* Вопросы теории плазмы, вып.12. М.: Энергоатомиздат, 1982, с. 114.
9. *Давыдов Б.И.* Физика плазмы и проблема УТР. М.: Изд. АН СССР, 1958, 1, 77.
10. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.

Поступила в редакцию 7 августа 1987 г.

Институт атомной энергии им. И.В.Курчатова