Письма в ЖЭТФ, том 51, вып. 1, стр. 5–7 *10 января 1990 г.*

УЛЬТРАФИОЛЕТОВОЕ ПОВЕДЕНИЕ В ПЯТИМЕРНОЙ ТЕОРИИ ЯНГА – МИЛЛСА

Н.В.Красников

Показано, что 5-мерная теория Янга – Миллса является ультрафиолетовоконечной при использовании диаграммной техники специального вида и обладает ультрафиолетовой фиксированной точкой.

В последнее время активно изучаются различные аспекты трехмерной квантовой теории поля [1]. Такой интерес связан, в частности, с тем, что свойства перенормируемости в пространстве – времени нечетного числа измерений и четного числа измерений принципиально различны. Эти различия проявляются в том общеизвестном и в настоящее время фольклорном факте, что в нечетном числе измерений однопетлевые интегралы ультрафиолетовоконечны в смысле аналитического продолжения. А именно: в нечетном количестве измерений мы можем вычитать ультрафиолетовые расходимости при нулевых импульсах даже для безмассовых теорий. В четном же количестве измерений в силу наличия инфракрасных расходимостей мы не можем для безмассовых теорий производить вычитания при нулевых импульсах.

В этой статье мы рассмотрим ультрафиолетовое поведение в 5-мерной теории Янга–Миллса. Мы покажем, что 5-мерная теория Янга–Миллса является ультрафиолетовоконечной при использовании диаграммной техники специального вида и обладает ультрафиолетовой фиксированной точкой.

В $n = 4+2\epsilon$ пространстве–времени формула для β-функции имеет вид [2]

$$\beta(\alpha, n) = \alpha\epsilon + \beta_4(\alpha),$$

где $\beta_4(\alpha) = -\beta_0\alpha^2 + \beta_1\alpha^3 + \ldots$ четырехмерная β-функция. В силу асимптотической свободы β-функция отрицательна и уравнение

$$\beta(\alpha, n) = 0$$

имеет нетривиальное решение ультрафиолетовую фиксированную точку. В методе фонового поля [3] выполняются наивные тождества Уорда и аномальная размерность пропагатора калибровочного поля связана с четырехмерной β-функцией соотношением

$$\beta(\alpha) = \alpha\gamma(\alpha)\ . \tag{1}$$

Из соотношения (1) и уравнения ренормгруппы находим асимптотику глюонного пропагатора (здесь и далее мы работаем в методе фонового поля)

$$D(p^2) \sim (1/p^2)(p^2/\mu^2)^{-\epsilon}\,. \tag{2}$$

Как уже отмечалось выше в однопетлевом приближении нечетномерная теория поля является ультрафиолетовоконечной. В однопетлевом приближении решение уравнения ренормгруппы

$$p^2\frac{d\bar\alpha}{dp^2} = -\beta_0\bar\alpha^2 + \frac{1}{2}\bar\alpha\ , \tag{3}$$

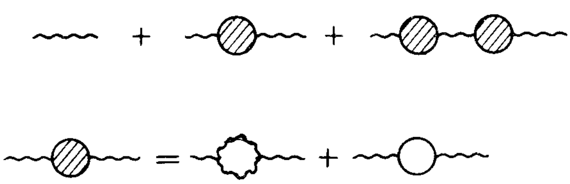
есть

$$\bar\alpha\left(\frac{p^2}{\mu^2}, \alpha\right) = \frac{1}{2\beta_0 + \left(\frac{p^2}{\mu^2}\right)^{1/2}\left(\frac{1}{\alpha} - 2\beta_0\right)}\,. \tag{4}$$

Соответствующее решение уравнения ренормгруппы для глюонного пропагатора имеет вид

$$D_{\mu\nu} = \frac{\left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2}\right)}{p^2}\ \frac{1}{1 + \left(\frac{p^2}{\mu^2}\right)^{1/2}\beta_0 - 2\beta_0}\ . \tag{5}$$

На языке диаграмм Фейнмана пропагатор (5) соответствует суммированию диаграмм вида (рисунок). Нетрудно видеть, что при использовании эффективного пропагатора (5)



теория возмущений согласно правилам счета ультрафиолетовых расходимостей является перенормируемой. Кроме того, можно доказать, что при использовании эффективного пропагатора (5) ультрафиолетовые расходимости к глюонному пропагатору отсутствуют (точнее ультрафиолетовые расходимости можно вычитать при нулевых импульсах). В силу наивных тождеств Уорда, выполняющихся в методе фонового поля, это будет означать отсутствие расходимостей и для вершинных функций, т. е. β-функция для эффективного пропагатора (5) тождественно равна нулю. Доказательство нетрудно провести методом математической индукции. Для этого необходимо убедиться, что при использовании пропагатора

(5) все однопетлевые диаграммы являются конечными. Двухпетлевые диаграммы при этом не будут содержать подрасходимостей и путем вычитания расходимостей при нулевых импульсах их можно сделать ультрафиолетовоконечными. Аналогично, доказывается ультрафиолетовая конечность n-петлевых диаграмм.

Отметим, что быстрое убывание пропагатора (5) не противоречит постулату о положительности нормы состояния, поскольку глюонный пропагатор зависит от калибровки и в него дают вклад (в методе фонового поля) продольные глюоны с индефинитной метрикой. При исследовании вопроса о спектре модели необходимо изучать корреляторы калибровочно-инвариантных токов. Так, например, в ведущем "логарифмическом" приближении

$$D(p^2) = i\int e^{ipx} < 0 \mid T((G^Q_{\gamma\nu}(x))^2 (G^Q_{\mu\nu}(0))^2 \mid 0 > d^4x = kp^2\sqrt{p^2}\left[\frac{1}{1 + 2\beta_0[(\frac{p^2}{\mu^2})^{1/2} - 1]}\right]^2 . \tag{6}$$

В фиксированной точке

$$D(p^2) \sim \sqrt{p^2}$$

и не содержит состояний с индефинитной метрикой.

. Итак, мы показали, что 5-мерная теория Янга–Миллса при использовании эффективного пропагатора (5) является ультрафиолетовоконечной. Более того, ультрафиолетовая асимптотика глюонного пропагатора определяется формулой (5).

Я благодарен А.Б.Кияткину и Н.А.Тавхелидзе за полезные обсуждения.

Литература

1. *Deser S. et al.* Phys. Rev. Lett., 1983, **48**, 975; *Witten E.* Comm. Mat. Phys., 1989, **121**, 351.
2. *Collinz J.* Renormalization. Cambridge University Press, 1978.
3. *De Witt B.S.* Phys. Rev., 1967, **162**, 1195, 1239.

Институт ядерных исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
21 ноября 1989 г.