

ПРОНИКНОВЕНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ДЖОЗЕФСОНОВСКИЕ СТРУКТУРЫ: КРИТИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ

В.В.Брыксин, А.В.Гольцев, С.Н.Дороговцев

В рамках микроскопического подхода описано критическое состояние джозефсоновских структур. На примере нескольких структур вычислена зависимость критического тока $J_c(B)$ от индукции B .

Проникновение магнитного поля H в сверхпроводники, когда H больше чем нижнее критическое поле, является одной из наиболее важных проблем теории сверхпроводимости¹⁻⁵. Центральной задачей здесь является определение связи между критическим током J_c и индукцией B , что вместе с уравнением Максвелла

$$\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_c(B), \quad (1)$$

(μ — магнитная проницаемость) определяет профиль магнитного поля. Зависимость $J_c(B)$ определяется характером пиннинга вихрей и обычно задается феноменологически ($J_c \sim \text{const}$ ^{1,2}, $J_c \sim B^{-1/3}$ ^{3,4}).

В настоящей работе, используя представление о пиннинге вихрей в джозефсоновских структурах^{6,7}, в рамках микроскопического подхода описано критическое состояние джозефсоновских сред, в частности, получена зависимость $J_c(B)$ и профиль поля.

Основную идею подхода проиллюстрируем на примере линейного джозефсоновского контакта с центрами пиннинга (рис. 1). Такими центрами могут быть, например, полости или пересечения с другими контактами (модель сильно анизотропной решетки^{6,7}). Рассмотрим характер проникновения магнитного поля. Пока внешнее поле H_0 меньше нижнего критического поля H_{c1}^* , поле экспоненциально убывает от поверхности (кривая 1 на рис.1). Когда $H_0 > H_{c1}^*$ внутрь контакта начинают проникать вихри (поверхностный барьер мы не учитываем). Из-за пиннинга они заперты между поверхностью и узлом 1 (кривая 2 на рис. 1). По мере дальнейшего роста H_0 концентрация вихрей n_1 на этом отрезке связи постепенно растет, а вместе с ней растет и давление магнитных сил на центр пиннинга. При не-

котором значении H_0 , когда n_1 принимает максимальное допустимое значение n_{max} магнитная сила сравнивается с максимально допустимой силой для центра пиннинга, что и соответствует критическому состоянию. При дальнейшем увеличении H_0 вихри проникают во второй отрезок и n_2 уже не равно нулю (кривая 3 на рис. 1). Дальнейшее повышение H_0 приводит к проникновению вихрей все дальше и дальше. Таким образом мы можем сформулировать условие критического состояния, как состояния, при котором скачок концентрации вихрей на соседних связях принимает максимально допустимое значение, определяемое характеристиками центров пиннинга.

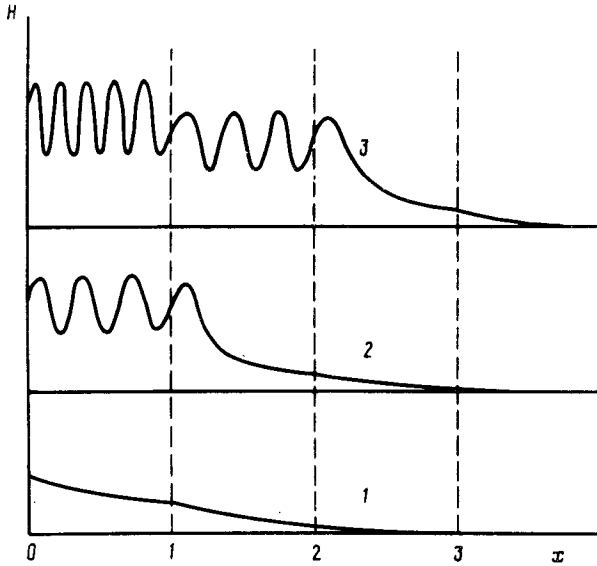


Рис. 1. Схематическое представление проникновения магнитного поля в полубесконечный джозефсоновский контакт (вдоль оси x) для трех различных полей: $H_1 < H_{c1}^*$ (кривая 1), $H_3 > H_2 > H_{c1}^*$ (кривые 2 и 3)

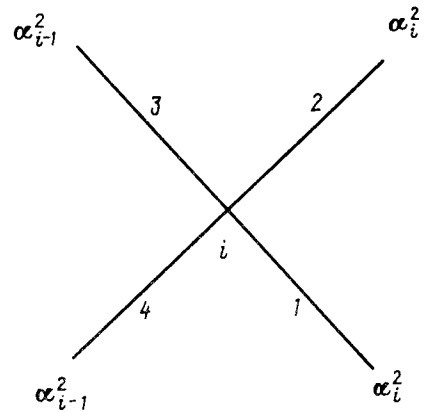


Рис. 2. Выбор нумерации связей, выходящих из узла решетки с номером i

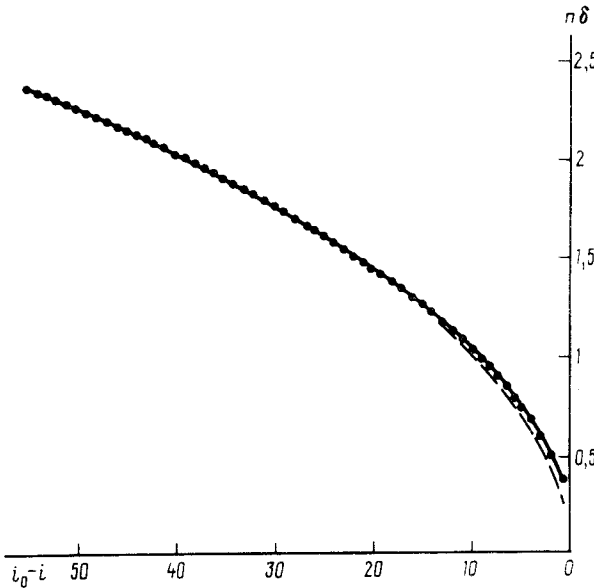


Рис. 3. Зависимость концентрации числа вихрей n_i от номера связи, проникающих в квадратную решетку вдоль направления $[1, 1]$, полученная из численных расчетов согласно уравнениям (3) и (4). Штриховая линия представляет асимптотическую зависимость $n\delta = \sqrt{i_0 - i} / \pi$

Проиллюстрируем реализацию этой физической картины на примере проникновения магнитного поля вдоль оси $[1, 1]$ квадратной джозефсоновской решетки. На каждой из связей разность фаз θ удовлетворяет уравнению: $\delta^2 \theta'' = \sin \theta$, где δ — джозефсоновская длина ⁶⁻⁸. Первый интеграл этого уравнения позволяет ввести инвариант:

$$\alpha^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \delta^2 \theta'^2 + \cos \theta - 1 \right). \quad (2)$$

В общем случае α^2 меняется от связи к связи. Однако из соображений выбранной симметрии задачи следует, что α^2 зависит лишь от удаления от поверхности, т. е. задача сводится к одномерной. Концентрация числа вихрей n_i на связи с номером i связана с α_i соотношением

$$n_i = (1 + \alpha_i^2)^{1/2} / (2\delta K(1 / (1 + \alpha_i^2))), \quad (3)$$

где $K(x)$ — полный эллиптический интеграл⁹. В соответствии с изложенным выше рецептом определим максимально допустимый скачок n при переходе через узел в направлении проникновения поля. На каждом узле должны быть выполнены условия сшивки: $\theta^{(1)} + \theta^{(2)} = \theta^{(3)} + \theta^{(4)}$, $\theta^{(1)'} = \theta^{(2)'} = \theta^{(3)'} = \theta^{(4)'} \equiv \theta'$, где верхние индексы нумеруют направления связей, сходящихся в данный узел^{6, 7} (рис. 2). Из симметрии задачи следует попарное равенство инвариантов $\alpha^{(1)} = \alpha^{(2)}$, $\alpha^{(3)} = \alpha^{(4)}$. С учетом условий сшивки получим, что $\theta^{(2)} = \pm \theta^{(1)} + 2\pi m_1$, $\theta^{(4)} = \pm \theta^{(3)} + 2\pi m_2$. Перебираем все возможные варианты этих равенств. Если $\theta^{(2)} = \theta^{(1)}$, а $\theta^{(3)} = \theta^{(4)}$, то из условия сшивки получим $\theta^{(1)} = \theta^{(3)}$, а следовательно $\alpha_i = \alpha_{i-1}$. В случае же $\theta^{(1)} = \theta^{(2)}$, а $\theta^{(4)} = \theta^{(3)} \pm 2\pi$ получим $\theta^{(3)} = \theta^{(1)} \mp \pi$. Далее из (2) следует:

$$\alpha_{i-1}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \delta^2 \theta_i'^2 + \cos \theta_i - 1 \right), \quad \alpha_i^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \delta^2 \theta_i'^2 + \cos \theta_i^{(1)} - 1 \right).$$

Составляя разность этих величин получим: $\alpha_{i-1}^2 - \alpha_i^2 = \frac{1}{2} \delta^2 \theta_i'^2 - 2\alpha_i^2 - 1$. Согласно (2) производная θ_i' меняется в пределах $4\alpha_i^2 \leq \delta^2 \theta_i'^2 \leq 4\alpha_i^2 + 4$. Максимальный скачок реализуется на границе этого промежутка при $\delta^2 \theta_i'^2 = 4\alpha_i^2 + 4$. Отсюда следует, что критическое состояние описывается уравнением

$$\alpha_{i-1}^2 - \alpha_i^2 = 1. \quad (4)$$

Решение этого уравнения очевидно: $\alpha_i^2 = i_0 - i$ для $i < i_0$, а для $i \geq i_0$ $\alpha_i^2 = 0$. Значение i_0 определяется из граничного условия, приведенное ниже. Зная α_i , из (3) можно определить концентрацию вихрей на каждой связи. Теперь найдем связь α_i со средним магнитным полем H_i в контактах. В каждой точке контакта имеет место соотношение¹⁰: $H = \phi_0 \theta' / 4\pi\lambda$ (здесь собственной толщиной контакта мы пренебрегаем по сравнению с лондоновской длиной λ). Вдали от фронта $i = i_0$, т. е. при $i_0 - i \gg 1$, имеем $\alpha_i^2 \gg 1$. В этой области, согласно (3), концентрация вихрей на каждой связи равна $n_i = \alpha_i / \pi\delta$. Результат численного расчета концентрации n_i с учетом точного соотношения (3), приведен на рис. 3. С другой стороны из (2) следует, что $\theta'^2 \approx 4\alpha^2 \delta^{-2}$ и среднее магнитное поле в i -ой связи равно: $H_i = \phi_0 \alpha_i / 2\pi\lambda\delta = \phi_0 n_i / 2\lambda = \phi_0 \sqrt{i_0 - i} / 2\pi\lambda\delta$. Отсюда очевидно, что i_0 определяется из условия равенства H_i на границе, т. е. при $i = 1$, внешнему магнитному полю H_0 .

Покажем теперь, что в континуальном пределе уравнение (4) сводится к (1). Для этого в каждой элементарной ячейке определим индукцию B . Легко понять, что на одну элементарную ячейку площадью L^2 , где L — длина связи, приходится $2nL$ вихрей. Индукцию определим как $B = 2\phi_0 nL / L^2 = 2n / L$. Используя связь $H = \phi_0 n / 2\lambda$, имеем $B = \mu H$, где $\mu = 4\lambda / L$ есть эффективная магнитная проницаемость^{6, 7, 11} ($L \gg \lambda$).

В области $\alpha_i \gg 1$ конечно-разностное уравнение (4) переходит в континуальном пределе в дифференциальное уравнение путем перехода от дискретной координаты $x_i = \Delta i$, где $\Delta = L / \sqrt{2}$, к непрерывной x . Учитывая, что $H_i \sim \alpha_i$, а $B_i = \mu H_i$, полученное дифференциальное уравнение принимает вид (1) с $J_c(B) = j_c \tilde{B} / B$, где j_c — критический ток джозефсоновского контакта¹⁰, а $\tilde{B} \equiv \mu\phi_0 / (\sqrt{2}\pi L\lambda)$. Этот результат соответствует теории Кима и Андерсона^{3, 4}.

Другим интересным случаем является проникновение магнитного поля в линейный джозефсоновский контакт, пересекаемый короткими джозефсоновскими контактами с длиной $2l \ll \delta$, расположенными на расстоянии L друг от друга, которые служат центрами пиннинга^{6,7}. С помощью развитого выше подхода можно показать, что критическое состояние описывается уравнением (1) с $\mu = 1$, а $J_c(B) = j_c B_1 / (B + B_0)$, где $B_0 = \phi_0 / 4\pi l \lambda$, $B_1 = \phi_0 / 2\pi L \lambda$. Таким образом, в области полей $B \ll B_0$ имеем $J_c \approx j_c B_1 / B_0$ и профиль поля описывается теорией Бина^{1,2}. В области сильных полей $B \gg B_0$ имеем $J_c(B) \approx j_c B_1 / B$, что соответствует теории Кима и Андерсона^{3,4}.

Литература

1. *Bean C.P.* Phys. Rev. Lett., 1962, 8, 250.
2. *Bean C.P.* Rev. Mod. Phys., 1964, 36, 31.
3. *Anderson P.W.* Phys. Rev. Lett., 1962, 9, 209.
4. *Anderson P.W., Kim Y.B.* Rev. Mod. Phys., 1964, 36, 39.
5. *Де Женн П.* Сверхпроводимость металлов и сплавов. М.: Мир, 1969, с. 86.
6. *Брыксин В.В. и др.* Письма в ЖЭТФ, 1989, 49, 440.
7. *Bryksin V.V. et al.* Physica C, 1989, 160, 103.
8. *Ferrel R., Prange R.* Phys. Rev. Lett., 1963, 10, 479.
9. *Кулик И.О., Янсон И.К.* Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных системах. М.: Наука, 1970.
10. *Joerhson B.D.* Adv. Phys., 1965, 14, 419.
11. *Сонин Э.Б.* Письма в ЖЭТФ, 1988, 47, 415.