ЭКСПОНЕНЦИАЦИЯ ФЕРМИОННЫХ ПАР В КЭД [1)]

С.Катани [2)], *Л.Трентадью* [3)]

Рассмотрены электромагнитные радиационные поправки, связанные с образованием пар в начальном состоянии e^+e^- аннигиляции. Новым результатом является доказательство экспоненциации вклада фермионных пар. Эта экспонента обладает инфракрасным поведением, отличающимся от известной формулы суммирования вкладов мягких фотонов.

В недавней работе [1] мы исследовали проблему экспоненциации в КХД больших пертурбативных вкладов на краю фазового объема. Так, например, для того чтобы получить значимые теоретические предсказания при больших значениях $\tau = Q^2/s$ в процессе Дрелла–Яна, необходимо суммировать члены всех порядков теории возмущений, содержащие логарифмические факторы [2]. В этой кинематической области динамика определяется мягким и коллинеарным излучением и характеризуется присутствием дважды логарифмических вкладов. Для описания структуры и вычисления таких пертурбативных вкладов с учетом как дважды, так и однологарифмических эффектов, в работе [1] была развита техника, основанная на использовании эйконального приближения совместно с эволюционными уравнениями для структурных функций. Результат суммирования лидирующих и следующих за лидирующими логарифмов оказался в полном согласии с точным двухпетлевым вычислением [3].

Как известно [4], в области Z^0 резонанса мягкая и коллинеарная динамика играет решающую роль в описании формы резонансного пика. Для вычисления электромагнитных радиационных поправок к форме линии использовались как техника структурных функций [4], так и обычные вычисления фейнмановских диаграмм [5]. Физической мотивацией является аккуратное определение параметров Z^0 бозона по результатам точных измерений в экспериментах *LEP/SLC* [4, 5]. Вклады, связанные с излучением мягких и коллинеарных фотонов, значительно влияют на положение и форму пика.

Техника, развитая в работе [1], представляет независимый метод изучения этой проблемы. Данный подход позволяет установить структуру нелидирующих логарифмических членов, возникающих из массовых сингулярностей [1]. Сечение e^+e^- аннигиляции можно рассматривать как электродинамический процесс Дрелла–Яна, где электроны, окруженные фотонным излучением, играют роль аннигилирующих партонов. Сечение e^+e^- аннигиляции записывается в виде

$$\frac{d\sigma}{ds'} = \frac{1}{s}\,\sigma_0(s')W(s,\tau)\,, \qquad (1)$$

где s – квадрат инвариантной энергии, $\tau = s'/s$, фактор $W(s,\tau)$ содержит радиационные поправки к борновскому сечению $\sigma_0(s')$. Полное сечение дается интегралом $\sigma = \int ds' d\sigma/ds'$.

Пертурбативное разложение для $W(s,\tau)$ содержит вклады типа

$$\frac{\alpha^n}{(1-\tau)}\ln^{k-1}(1-\tau)L^m\,, \qquad (m+k \leqslant 2n)\,,$$

[1)] Русский текст подготовили Докшицер Ю.Л. и Хозе В.А. Ленинградский институт ядерной физики им. Б.П.Константинова.

[2)] Национальный Институт Ядерной физики, секция Флоренции, Италия.

[3)] Пармский университет, факультет физики, Национальный институт ядерной физики, секция Милана, Италия.

где $L = \ln(s/m_e^2)$, m_e – электронная масса, а также члены вида

$$\alpha^n L^m f(1-\tau), \qquad (m \leqslant n)$$

с функцией $f(1-\tau)$, интегрируемой при $\tau \to 1$. Вклады этих двух типов можно классифицировать как *коллинеарные–мягкие* (collinear–soft) и *жесткие* (non-soft) соответственно.

Для суммирования логарифмических вкладов удобно рассмотреть вместо предела $\tau \to 1$ предел больших N в представлении моментов: $W_N(s) = \int d\tau\, \tau^{N-1} W(s,\tau)$. После учета сохранения энергии, которое может быть естественным образом проведено в выражении для N-ного момента, "радиатор" $W_N(s)$ принимает вид

$$\ln W_N^{IR}(s) = -\int \frac{d^3q}{4\pi\omega_q}\left(\frac{p_1}{p_1 q} - \frac{p_2}{p_2 q}\right)^2 A(\alpha(q_t^2))\left[\left(1 - 2\frac{\omega_q}{\sqrt{s}}\right)^{N-1} - 1\right]\theta(\sqrt{s}/2 - \omega_q), \quad (2)$$

где $\alpha(q^2)$ – бегущая константа КЭД, p_1 и p_2 – импульсы электрона и позитрона, а индекс IR означает, что выражение (2) учитывает как *лидирующие*, так и *следующие за лидирующими (next-to-leading)* коллинеарные-мягкие вклады.

Учитывая только излучение фотонов взаимодействующими лептонами, получим $A(\alpha) = \alpha/\pi$, где α – постоянная тонкой структуры. При этом (2) дает обычный результат экспоненциации мягких фотонов [4, 6].

Принимая во внимание также образование реальных и виртуальных пар фермионов с массой m_f, получим:

$$A(\alpha(q^2)) = \frac{\alpha}{\pi}\left(1 + O\left(\alpha\frac{q^2}{m_f^2}\right)\right), \qquad q^2 \ll m_f^2 \qquad (3а)$$

$$A(\alpha(q^2)) = \frac{\alpha(q^2)}{\pi}\left(1 + K_{QED}\frac{\alpha(q^2)}{\pi}\right), \qquad q^2 \gg m_f^2, \qquad (3б)$$

где $\alpha(q^2) = \alpha/\left(1 - \frac{\alpha}{3\pi}\ln q^2/m_f^2\right)$ $(q^2 \gg m_f^2)$ и, в случае КЭД, фактор $K_{QED} = -10/9$ для вклада каждой пары заряженных фермионов. Вставляя выражения (3) в уравнение (2) мы получаем

$$\ln W_N^{IR}(s) = \frac{2}{\pi}\int_0^1 dz\,\frac{z^{N-1}-1}{1-z}\left[(L-1)\alpha + \Theta((1-z)^2 s - m_f^2)\int_{m_f^2}^{s(1-z)^2}\frac{dq^2}{q^2}\times\right.$$

$$\left.\times\left(\alpha(q^2) - \alpha - \frac{5\alpha^2(q^2)}{9\pi}\right)\right]. \qquad (4)$$

Обратное преобразование Меллина от первого члена в квадратных скобках дает хорошо известный фактор экспоненциации мягких фотонов $\beta(1-\tau)^{\beta-1}$ $(\beta = (L-1)2\alpha/\pi)$ в выражении для $W(s,\tau)$. Остальные члены демонстрируют, что вклады от образования пар также экспоненциируются. Разлагая (4) вплоть до второго порядка по α, имеем

$$\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2\int_0^1 dz\,\frac{z^{N-1}-1}{1-z}\,\Theta((1-z)^2 s - m_f^2)\left[\frac{1}{3}\ln^2\frac{(1-z)^2 s}{m_f^2} - \frac{10}{9}\ln\frac{(1-z)^2 s}{m_f^2}\right] + O(\alpha^3), \qquad (5)$$

причем коэффициенты при соответствующих членах совпадают с вычисленными в работе [5] в конечном порядке теории возмущений.

Следует отметить, что вклад, связанный с образованием пар, качественно отличается от первого чисто фотонного члена тем, что демонстрируемая им логарифмическая зависимость $(\alpha \ln(1-z))^n$ не может быть воспроизведена обычными уравнениями ренормгруппы [4, 5].

Применение факторизационной теоремы [7] для учета лидирующих коллинеарных членов, не являющихся инфракрасно сингулярными, дает следующий дополнительный вклад в несинглетном канале:

$$\ln W_N^{non\ IR}(s) = -\frac{1}{\pi}\int_0^1 dz(z^{N-1}-1)(1+z)\int_{m_e^2}^{s}\frac{dq^2}{q^2}\alpha(q^2). \tag{6}$$

Полный радиатор

$$W_N = W_N^{IR}\, W_N^{non\ IR} \tag{7}$$

учитывает все вклады типа $\alpha^n L^m \ln^k N$ с $m + k \geqslant n$. Коэффициенты при этих членах в выражении (7) для полного радиатора воспроизводят известные результаты вычислений в конечном порядке [4, 5].

Детальное изложение представленных результатов и численные оценки будут представлены в более подробной публикации.

Литература

1. *Catani S., Trentadue L.* Phys.Lett.B, 1989, **217**, 539; Universita di Firenze preprint DFF-93-3-1989; Nucl. Phys. B in press.
2. *Sterman G.* Nucl. Phys. B., 1987, **281**, 310.
3. *Matsuura T. van Neerven W.L.* Z. Phys. C., 1988, **38**, 623-; *Matsuura T. et al.* Nucl. Phys. B., 1989, **319**, 570.
4. *Кураев Е.А., Фадин В.С.* Ядерная физика, 1985, **41**, 733; *Altarelli G., Martinelli G.* CERN-Yellow Report 86-02 "Physics at LEP", 1986, J. Ellis and R. Peccei eds.; *Nicrosini O., Trentadue L.* Phys. Lett. B, 1987, **196**, 551.
5. *Berends F. et al.* Nucl. Phys. B., 1988, **297**, 429; Errata ibidem 1988, **304**, 921.
6. *Etim E. et al.* Nuovo Cimento B., 1967, **51**, 276; *Greco M. et al.* Nucl. Phys. B., 1975, **101**, 11.
7. *Catani S., Trentadue L.* Proceedings of the "Workshop on Structure Function", Ann-Arbor, Michigan, May 1989.

Поступила в редакцию
25 декабря 1989 г.