

Поляризационные эффекты в резонансах, индуцированных отдачей

Л. В. Ильичев¹⁾

Институт автоматики и электрометрии Сибирского отд. РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 14 сентября 2006 г.

После переработки 10 мая 2007 г.

В рамках полуклассического подхода к описанию углового момента атомов построена модель формирования резонансов, индуцированных отдачей при взаимодействии ансамбля медленных атомов с парой плоских световых волн различных поляризаций. Используемый подход сводит проблему к описанию резонансов в эффективной модели атомов с невырожденными уровнями. Амплитуды резонансов демонстрируют сильную зависимость от типа используемой модели (с учетом или без учета вырождения уровней) и от поляризации световых волн. В то же время нормированная на единичную амплитуду форма резонансов, по которой можно восстановить распределение атомов по скоростям, гораздо менее чувствительна к типу модели.

PACS: 32.80.Qk, 42.50.—p

Введение. Медленные атомы в магнитооптической ловушке (magneto-optical trap, MOT) весьма интересный объект для изучения лазерного воздействия на движение частиц и спектроскопических свойств системы “атомы+поле”. Захват и удержание атомов в MOT является также первой стадией получения атомарного бозе-конденсата.

Важно иметь способы *неразрушающего* контроля состояния облака захваченных ловушкой атомов. Этой цели служит так называемый метод резонансов, индуцированных отдачей (recoil-induced resonances, RIR), позволяющий измерять распределение по скоростям атомов в облаке. В [1, 2] была предложена идея RIR и разработана теоретическая модель. Результаты первого надежного наблюдения представлены в [3]. Феномен RIR довольно быстро стал инструментом диагностики скоростного распределения в облаке холодных атомов, полученном при выключении MOT [4–6]. В настоящее время проводятся исследования по контролю с помощью RIR атомов внутри функционирующей ловушки [7–10].

Краткая физика феномена RIR такова. Суперпозиция двух плоских световых полей с частотами ω_1 и ω_2 и волновыми векторами \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 вызывает рамановские переходы в основном состоянии атомов между состояниями поступательного движения, различающимися на величину импульса $\Delta\mathbf{p} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$. Если разница кинетических энергий в этих состояниях близка к $\omega_1 - \omega_2$, то оказываются выполненными условия резонанса для вынужденных рамановских переходов. Работа, совершаемая любой из компо-

нент полевой суперпозиции, определяется разностью заселенностей состояний поступательного движения, связанных резонансными переходами. Таким образом, изменяя частоты полей и разность $\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$, можно извлекать из работы поля информацию о распределении атомов по скоростям.

Ясно, что в случае вырождения основного состояния по направлениям углового момента, рамановские переходы сопровождаются изменением и магнитного квантового числа. Опыт нелинейной спектроскопии говорит о принципиальной важности учета такого вырождения в ряде случаев. В то же время известно, что теоретическое описание нелинейноспектроскопических процессов в рамках моделей, строго учитывающих вырождение по направлениям угловых моментов атомов и молекул, значительно усложняется. Эта сложность стремительно прогрессирует с увеличением величины углового момента основного состояния. Анализ RIR в модели с единичным угловым моментом в основном состоянии (в возбужденном состоянии угловой момент полагался равным 2) был проведен в работе [2]. Математические трудности вынудили авторов ограничиться рассмотрением циркулярно поляризованных полей с коллинеарными волновыми векторами. Зависимость формы RIR от поляризаций полей исследовалась и в работе [4], где авторам пришлось иметь дело с аналогичными проблемами. Поэтому актуален поиск приближенного эффективно-го описания поляризационных эффектов в феномене RIR, что и является целью настоящей работы.

Осуществляется такое описание в рамках полуклассической трактовки углового момента атомов. Данный подход был развит в работах [11, 12] и до-

¹⁾e-mail: leonid@iae.nsk.su

казал свою высокую эффективность в нелинейной спектроскопии. При достаточно больших величинах углового момента J , то есть в ситуации, когда препятствия для получения решений соответствующих квантовых кинетических уравнений наиболее серьезны, полуклассический подход позволяет свести исходную проблему к анализу эффективной задачи для частиц с невырожденными уровнями. Это осуществляется посредством перехода от совокупности $\{O(\alpha J M | \alpha' J' M')\}$ матричных элементов некоторого оператора \hat{O} , фигурирующего в задаче, к совокупности функций $\{O(\alpha J \alpha' J'; \mathbf{s})\}$ единичного вектора \mathbf{s} , который интерпретируется как направление углового момента. Угловой момент остается квантованным по величине, но становится теперь классическим по направлению. Введенные функции играют роль матричных элементов упомянутой выше эффективной задачи для частиц с невырожденными уровнями, индексированными квантовыми числами α и J (α есть символ всех квантовых чисел, помимо J , специфицирующих уровень). Параметрическую зависимость от \mathbf{s} можно трактовать как расщепление всего ансамбля частиц на подансамбли с заданным направлением углового момента. При этом в процессе эволюции в пределе больших J вектор \mathbf{s} остается неизменным. Как оказалось, такой полуклассический подход дает удовлетворительное согласие со строгими решениями (там, где их удается получить) и с экспериментом уже при $J > 1$.

Такой подход позволяет описать процесс возникновения RIR для произвольных поляризаций полей и произвольных взаимных ориентаций их волновых векторов. Это даст возможным оценить важность учета поляризационных эффектов в конкретных ситуациях наблюдения RIR.

Основные соотношения. Рассмотрим простейшую модель рамановских переходов между состояниями поступательного движения атомов с полуклассическим угловым моментом. Соответствующее квантовое кинетическое уравнение имеет вид

$$\partial_t \hat{\varrho}(\mathbf{s}) = -i[\hat{\mathbf{p}}^2/2m + \hat{H}_R(\mathbf{s}), \hat{\varrho}(\mathbf{s})] - \nu \hat{\varrho}(\mathbf{s}) + \nu \hat{\varrho}_0(\mathbf{s}). \quad (1)$$

Здесь $\hat{\varrho}(\mathbf{s})$ – одноатомный статистический оператор, действующий в пространстве поступательных степеней свободы. Помимо гамильтониана поступательного движения ($\hat{\mathbf{p}}$ – импульс атома, m – его масса), в правой части фигурирует гамильтониан рамановского процесса \hat{H}_R , получаемый стандартным способом во втором порядке по взаимодействию

атома с излучением. В нем осуществлен переход к полуклассической трактовке углового момента:

$$\hat{H}_R(\mathbf{s}) = V_R(\mathbf{s}) \exp(-i\omega t + 2i\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{r}}) + \text{h.c.}, \quad (2)$$

где

$$V_R(\mathbf{s}) = \frac{(\mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{d}(\mathbf{s}))^* (\mathbf{d}(\mathbf{s}) \cdot \mathbf{E}_1)}{\Delta}. \quad (3)$$

Здесь $\omega = \omega_1 - \omega_2$; $2\mathbf{q} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$; \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 – комплексные амплитуды полей; Δ – отстройка частот ω_1 и ω_2 от резонанса с ближайшим разрешенным переходом из основного состояния²⁾; $\mathbf{d}(\mathbf{s})$ – дипольный момент этого перехода в полуклассическом подходе. Релаксация в уравнении (1) описывается в рамках модели, согласно которой за время ν^{-1} статистический оператор $\hat{\varrho}(\mathbf{s})$ релаксирует к “равновесному” оператору $\hat{\varrho}_0(\mathbf{s})$, задающему одноатомное состояние в отсутствие полей \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 . В этом операторе отражены процессы захвата и удержания атомов в МОТ и, естественно, их распределение по скоростям. Мы будем считать $\hat{\varrho}_0(\mathbf{s})$ изотропным по \mathbf{s} и локальным в импульсном пространстве:

$$\langle \mathbf{p}_1 | \hat{\varrho}_0(\mathbf{s}) | \mathbf{p}_2 \rangle = \delta(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \rho_0(\mathbf{p}_1). \quad (4)$$

Нас будет интересовать следующая величина, определяемая через стационарное решение уравнения (1):

$$A = -\text{Im} \int V_R(\mathbf{s}) \exp(-i\omega t) \langle \mathbf{p} - \mathbf{q} | \hat{\varrho}(\mathbf{s}) | \mathbf{p} + \mathbf{q} \rangle d^2 \mathbf{s} d^3 \mathbf{p}. \quad (5)$$

Это есть работа (поглощение) поля 1 или, что эквивалентно, усиление поля 2 (см., например, [13]). Для вычисления (5) имеем, исходя из (1), следующую упрощенную систему уравнений:

$$\begin{aligned} \partial_t \langle \mathbf{p} - \mathbf{q} | \hat{\varrho}(\mathbf{s}) | \mathbf{p} + \mathbf{q} \rangle = \\ (i2\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} / m - \nu) \langle \mathbf{p} - \mathbf{q} | \hat{\varrho}(\mathbf{s}) | \mathbf{p} + \mathbf{q} \rangle - iV_R(\mathbf{s})^* \exp(i\omega t) N(\mathbf{p}, \mathbf{s}), \\ \partial_t N(\mathbf{p}, \mathbf{s}) = \end{aligned} \quad (6)$$

$$4\text{Im} V_R(\mathbf{s}) \exp(-i\omega t) \langle \mathbf{p} - \mathbf{q} | \hat{\varrho}(\mathbf{s}) | \mathbf{p} + \mathbf{q} \rangle - \nu N(\mathbf{p}, \mathbf{s}) + \nu \Lambda(\mathbf{p}).$$

Здесь $N(\mathbf{p}, \mathbf{s}) = \langle \mathbf{p} + \mathbf{q} | \hat{\varrho}(\mathbf{s}) | \mathbf{p} + \mathbf{q} \rangle - \langle \mathbf{p} - \mathbf{q} | \hat{\varrho}(\mathbf{s}) | \mathbf{p} - \mathbf{q} \rangle$ и $\Lambda(\mathbf{p}) = \rho_0(\mathbf{p} + \mathbf{q}) - \rho_0(\mathbf{p} - \mathbf{q})$. Упрощение, примененное при выводе (6) касается связи между диагональными и недиагональными по импульсам элементами матрицы плотности атома. А именно, не рассматриваются более высокие порядки проявления RIR, когда

²⁾ Считаем, что $\Delta \gg \omega_1 - \omega_2$.

в эволюцию величины $\langle \mathbf{p} - \mathbf{q} | \hat{\rho}(\mathbf{s}) | \mathbf{p} + \mathbf{q} \rangle$ дают вклад $\langle \mathbf{p} - 3\mathbf{q} | \hat{\rho}(\mathbf{s}) | \mathbf{p} + \mathbf{q} \rangle$ и $\langle \mathbf{p} - \mathbf{q} | \hat{\rho}(\mathbf{s}) | \mathbf{p} + 3\mathbf{q} \rangle$. Для величины $\langle \mathbf{p} - \mathbf{q} | \hat{\rho}(\mathbf{s}) | \mathbf{p} + \mathbf{q} \rangle \exp(-i\omega t)$ существует стационарное решение системы (6). В итоге несложных вычислений имеем для работы поля 1 следующее выражение:

$$A = 2\nu \int \frac{\Lambda(\mathbf{p}) |V_R(\mathbf{s})|^2}{\nu^2 + 4|V_R(\mathbf{s})|^2 + (\omega - 2\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}/m)^2} d^2\mathbf{s} d^3\mathbf{p}. \quad (7)$$

Вся проблема описания квантового углового момента свелась в этом выражении к интегрированию по направлениям \mathbf{s} . В отдельных случаях это интегрирование можно осуществить аналитически.

Раскрывая выражение для полуклассического представителя $\mathbf{d}(\mathbf{s})$ оператора дипольного момента (см. [11, 12]), имеем

$$V_R(\mathbf{s}) = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{\Delta} \times \sum_{\sigma_1, \sigma_2} (\boldsymbol{\varepsilon}_1 \cdot \mathbf{e}^{\sigma_1})^* (\boldsymbol{\varepsilon}_2 \cdot \mathbf{e}^{\sigma_2}) D_{\sigma_1, \Delta J}^{(1)}(\varphi, \theta, 0) D_{\sigma_2, \Delta J}^{(1)*}(\varphi, \theta, 0). \quad (8)$$

Здесь Ω_1 и Ω_2 – рабиевские частоты, соответствующие обеим световым волнам; $\boldsymbol{\varepsilon}_1$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_2$ – единичные векторы, задающие поляризацию волн; φ и θ – азимутальный и полярный углы вектора \mathbf{s} ; \mathbf{e}^σ ($\sigma = 0, \pm 1$) – сферические орты лабораторного базиса; ΔJ – разница величин углового момента в возбужденном и основном состояниях.

Рассмотрим работу поля в случае линейно поляризованных полей и $\Delta J = 0$. Пусть $\boldsymbol{\varepsilon}_1 \parallel \boldsymbol{\varepsilon}_2$. Принимая это направление за полярную ось, имеем

$$A_{\parallel} = 2\pi\nu \int \Lambda(\mathbf{p}) F_{\parallel}(\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}) d^3\mathbf{p}, \quad (9)$$

где

$$F_{\parallel}(x) = 1 + \sqrt{\frac{f(x)}{32}} \left[\ln \frac{1 - \sqrt{2f(x)} + f(x)}{1 + \sqrt{2f(x)} + f(x)} - \frac{1}{2} \arccos \frac{1 - 4f(x) + f^2(x)}{1 + f^2(x)} \right], \quad (10)$$

$$f(x) |_{x=\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}} = \frac{|\Delta|}{2\Omega_1 \Omega_2} \sqrt{\nu^2 + (\omega - 2\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}/m)^2}.$$

При ортогональных поляризациях волн ($\boldsymbol{\varepsilon}_1 \perp \boldsymbol{\varepsilon}_2$) в подынтегральном выражении для работы поля вместо F_{\parallel} будет фигурировать функция F_{\perp} :

$$F_{\perp}(x) = 1 - f(x) \int_{-1}^1 \frac{dy}{\sqrt{4f^2(x) + (1 - y^2)^2}}. \quad (11)$$

Наконец, для случая коллинеарных линейных поляризаций и $\Delta J = \pm 1$ имеем:

$$F_{\parallel}^{(1)}(x) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{(1 - y^2)^2 dy}{4f^2(x) + (1 - y^2)^2}. \quad (12)$$

В модели невырожденных уровней на месте этих функций стоит

$$F_{non-deg}(x) = (1 + f^2(x))^{-1}.$$

На рис.1 в качестве сравнительной демонстрации моделей приведены формы RIR – поглощение пробного поля для всех четырех случаев.

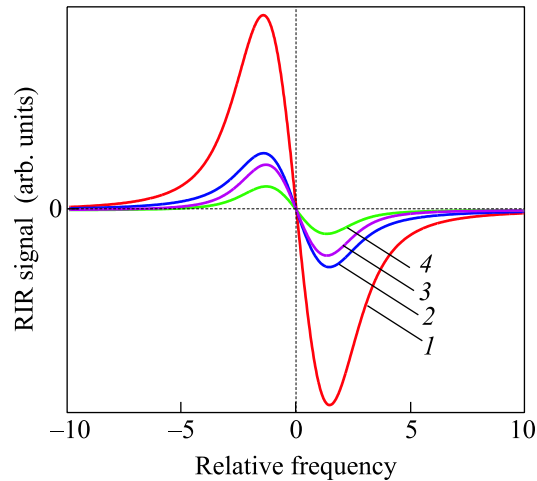


Рис.1. Форма и относительные амплитуды резонансов, индуцированных отдачи, для разных моделей и поляризаций как функция $\omega|\Delta|/2\Omega_1\Omega_2$: кривая 1 – модель с невырожденными уровнями, кривая 2 – линейные поляризации ($\boldsymbol{\varepsilon}_1 \parallel \boldsymbol{\varepsilon}_2$) и $\Delta J = 0$, кривая 3 – линейные поляризации ($\boldsymbol{\varepsilon}_1 \parallel \boldsymbol{\varepsilon}_2$) и $\Delta J = \pm 1$, кривая 4 – линейные поляризации ($\boldsymbol{\varepsilon}_1 \perp \boldsymbol{\varepsilon}_2$) и $\Delta J = 0$

В качестве $\rho_0(\mathbf{p})$ было взято максвелловское распределение. Были выбраны следующие “удобные” отношения между параметрами модели: $\nu = 2\Omega_1\Omega_2/|\Delta|$, $2mk_B T = \Omega_1\Omega_2/|\Delta|$, $q^2 = 2mk_B T$. Все кривые имеют характерную дисперсионную форму (на рисунке показаны части графиков для положительных полуосей). Отличие первой кривой от остальных есть отличие моделей – с учетом и без учета вырождения уровней. Прежде всего обращает на себя внимание различие амплитуд резонансов. Амплитуды оказываются весьма чувствительны как к факту учета вырождения уровней, так и типу перехода и поляризации световых волн. На рис.1 по оси ординат отложены произвольные единицы. Кривая 2 отличается от кривой 1 главным образом вертикальным масштабом, то есть амплитудой.

В то же время подбором масштабного фактора по вертикальной оси не удается совместить кривые 1 и 4. Последняя демонстрирует несколько более быстрое спадание на крыльях. Аналогичное поведение на крыльях имеет и форма RIR для случая коллинеарных линейных поляризаций и $\Delta J = \pm 1$ (кривая 3).

Очевидно, что с точки зрения температурных измерений наибольший интерес представляет форма резонансов RIR, нормированных на единичную амплитуду. На рис.2 представлены результаты расчета полуширин резонансов для четырех рассмотренных

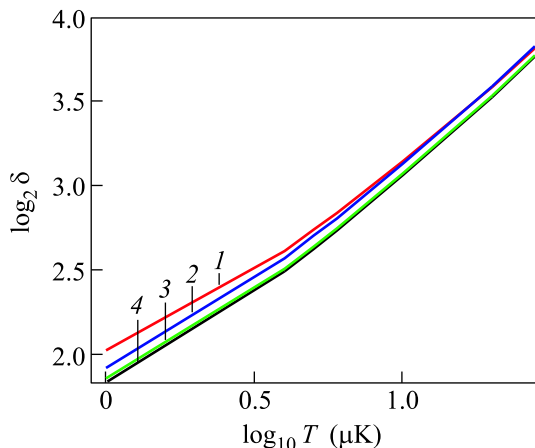


Рис.2. Температурная зависимость полуширин δ (в единицах $|\Delta|/2\Omega_1\Omega_2$) резонансов RIR на полувысоте; номера кривых те же, что и на рис.1; $q = 10^{-22}$ г·см/с; $2\Omega_1\Omega_2/|\Delta|\nu = 300$; $m = 85$ атомных единиц

выше моделей. Параметры выбраны с учетом характеристик существующей в нашей лаборатории ловушки для атомов рубидия [14]. Полуширины, вычисленные для разных моделей, оказываются довольно близкими. Для 10 мкК относительное различие не более 0.06. Для более высоких температур оно становится еще меньше.

Заключение. В работе рассмотрено влияние вырождения уровней атомов по направлениям углового момента и поляризации излучения на формы резонансов, индуцированных отдачей. Полученные результаты демонстрируют относительно малую величину вносимых поправок по сравнению с результатами, полученными в простейшей модели RIR для атомов с невырожденными уровнями. Причины данного обстоятельства следует искать в специфике полуклассического подхода к описанию вырождения уровней атомов по направлениям углового момента. В работах [11, 12] при обсуждении пределов применимости полуклассического подхода как одно из важней-

ших условий отмечалась необходимость быстрого (по сравнению с величиной углового момента) уменьшения величин недиагональных по магнитным квантовым числам элементов матрицы плотности атома при их удалении от диагонали и достаточно плавной зависимости величин диагональных элементов от магнитного квантового числа. Именно такие состояния можно считать близкими к классическим. К примеру, состояния, когда вся населенность сконцентрирована на одном из магнитных подуровней, никак не подпадают под критерий “полуклассичности”. Можно, следовательно, сделать вывод, что в пределах применимости полуклассической трактовки углового момента для описания формы RIR можно пользоваться простейшей моделью атомов с невырожденными уровнями. Данный вывод не касается амплитуды резонансов, которые оказываются чувствительны к типу используемой модели и для которых проявление поляризационных эффектов весьма значительно.

Настоящая работа ориентирована на описание собственно эффекта RIR. В принципе она применима и к проблеме контроля состояния облака атомов в MOT при учете следующих обстоятельств. В нашей модели не фигурируют поля системы пучков MOT. Это оправдано, если нет взаимной когерентности между ними и пробным полем. Излучение поля перекачки, осуществляющее возврат атомов на уровень, задействованный в схеме охлаждения, отсутствует в области нахождения захваченных атомов для ловушек, функционирующих в режиме “dark spot” [15]. Мы не учитывали также влияние неоднородного магнитного поля ловушки. Это оправдано в ситуации, когда пучки пробного поля и поля накачки при почти коллинеарной или антиколлинеарной взаимной ориентации волновых векторов и одинаковых круговых поляризациях проходят через центр облака холодных атомов (ноль магнитного поля) и имеют малые поперечные размеры по сравнению с размером облака. В этом случае рамановские переходы не меняют магнитное квантовое число стационарного зеемановского уровня. Для иных ситуаций наличие магнитного поля в MOT может оказаться важным. В случае, когда поля ловушки участвуют в формировании резонансов вместе с пробным полем, процессы в MOT оказываются гораздо сложнее. Как показано в [16], кроме RIR, в этих условиях имеют место и так называемые раман-зеемановские резонансы, обусловленные полевыми сдвигами магнитных подуровней основного состояния. Этот сдвиг и сопровождающее его выстраивание атомов определяются локальной напряженностью результирующего поля всех шести пучков поля накачки и варьируются в пространстве на масштабе

длины световой волны. Согласованной модели описания формы возникающих в таких условия резонансов пока нет.

Автор благодарен П.Л. Чаповскому за полезные замечания по теме статьи. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 06-02-16415, грант # 07-02-00954), Президиума СО РАН и программы Отделения физических наук РАН "Оптическая спектроскопия и стандарты частоты".

1. J. Guo, P. R. Berman, B. Dubetsky, and G. Grinberg, *Phys. Rev. A* **46**, 1426 (1992).
2. J. Guo and P. R. Berman, *Phys. Rev. A* **47**, 4128 (1993).
3. J.-Y. Courtois, G. Grynberg, B. Louis, and P. Verkerk, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3017 (1994).
4. Y.-C. Chen, Y.-W. Chen, J.-J. Su et al., *Phys. Rev. A* **63**, 043808 (2001).
5. G. Di Domenico, G. Miletì, and P. Thomann, *Phys. Rev. A* **64**, 043408 (2001).
6. M. C. Fischer, A. M. Dudarev, B. Gutierrez-Medina, and M. G. Gaizen, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **3**, 279 (2001).
7. J. Zachorowski, T. M. Brzozowski, M. Zawada, and W. Gawlik, *Acta Physica Polonica* **101**, 61 (2002).
8. M. Vengalattore and M. Prentiss, *Phys. Rev. A* **72**, 021401(R) (2005).
9. M. Brzozowska, T. M. Brzozowski, J. Zachorowski, and W. Gawlik, *Phys. Rev. A* **72**, 061401(R) (2005).
10. M. Brzozowska, T. M. Brzozowski, J. Zachorowski, and W. Gawlik, *Phys. Rev. A* **73**, 063414 (2006).
11. К. А. Насыров, А. М. Шалагин, *ЖЭТФ* **81**, 649 (1981).
12. К. А. Nasirov, *J. Phys. A* **32**, 6663 (1999).
13. С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин, *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул*. Новосибирск: Наука, 1979; S. G. Rautian and A. M. Shalagin, *Kinetic Problems of Nonlinear Spectroscopy*. Amsterdam, New York: Elsevier Science Publishing Company, 1991.
14. П. Л. Чаповский, *ЖЭТФ* **130**, 820 (2006).
15. W. Ketterle, K. B. Davis, M. A. Joffe et al., *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2253 (1993).
16. T. M. Brzozowski, M. Brzozowska, J. Zachorowski et al., *Phys. Rev. A* **71**, 013401 (2005).