Письма в ЖЭТФ, том 86, вып. 6, с. 420 – 423 © 2007 г. 25 сентября

# О связи вращения плазмы под действием низкочастотных резонансных магнитных возмущений с переносом в эргодическом магнитном поле

*И. Б. Иванов*[+△1)], *С. В. Касилов*[*△], *В. Кернбихлер*[△2)], *М. Хейн*[△2)]

[+] *Петербургский институт ядерной физики, 188300 Гатчина, Россия*

[*] *Институт физики плазмы, Национальный научный центр "Харьковский физико-технический институт" 61108 Харьков, Украина*

[△] *Institut für Theoretische Physik – Computational Physics, TU Graz, A–8010 Graz, Austria*

Поступила в редакцию 23 июля 2007 г.

В рамках кинетической теории рассмотрено проникновение в плазму токамака низкочастотных возмущений магнитного поля и их воздействие на вращение плазмы в линейном и квазилинейном приближениях. Показано, что объяснения наблюдаемого в экспериментах ускорения вращения плазмы в направлении плазменного тока как 1) результата резонансного поглощения плазмой импульса возмущающего поля и как 2) результата изменения радиального электрического поля, вызванного эргодизацией магнитного поля и соответствующим усилением радиального переноса электронов, не противоречат друг другу и являются различными интерпретациями одного и того же явления.

PACS: 52.25.Dg, 52.40.Fd, 52.55.Fa, 52.55.Dy, 52.65.–y, 52.65.Ff

Одной из задач динамического эргодического дивертора (ДЭД), установленного на токамаке TEXTOR (Юлих, Германия), является создание вращения плазмы при помощи вращающихся резонансных возмущений магнитного поля. Ожидалось, что поглощение плазмой таких возмущений приведет к действию на плазму крутящих моментов со стороны поля и ее ускорению в сторону вращения поля [1, 2]. Однако в экспериментах с возбуждением винтовой моды ($m = 3, n = 1$), вращающейся на частотах до 1 кГц, было обнаружено [3], что возникающее изменение вращения плазмы не зависит от направления вращения возмущающего магнитного поля. Более того, даже статическое возмущение приводило к ускорению вращения плазмы в направлении равновесного плазменного тока. В результате авторы экспериментов сделали вывод, что в наблюдаемом явлении "...присутствует эффект, отличный от прямого резонансного взаимодействия между полем и плазмой", и для интерпретации экспериментов был предложен другой механизм, связанный с формированием на периферии плазмы под действием возмущения слоя эргодического магнитного поля [4, 3]. В таком магнитном поле из-за усиления переноса электронов по радиусу создается положительное электрическое поле, которое и приводит к изменению вращения плазмы даже для статических возмущений.

Мы покажем, что механизм вращения, основанный на процессе переноса плазмы в области эргодизации магнитного поля, на самом деле полностью согласуется с механизмом резонансного поглощения энергии и импульса возмущающего поля [1], при помощи которого были [5] объяснены результаты экспериментов. Также мы приведем результаты численного кинетического расчета тороидального момента силы, действующего на плазму со стороны $(3,1)$ – моды поля возмущения ДЭД в зависимости от его частоты и покажем, что момент сил обращается в ноль на частоте, несколько отличающейся от предсказания МГД моделей [6, 7]. Для простоты выкладок мы ограничимся случаем бесстолкновительного взаимодействия частиц с полем и геометрией прямого периодического цилиндра длиной $L = 2\pi R$ с вращательным преобразованием магнитного поля, вводя систему цилиндрических координат $(r, \vartheta, z)$.

Усредненная по времени полная мощность поля, поглощаемая во всем объеме плазмы, может быть записана в канонических переменных действие – угол $(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{J})$ как [5]

$$P_{\rm tot} = \frac{1}{2}{\rm Re}\int {\rm d}^3 r\, \tilde{\mathbf{E}}^* \cdot \tilde{\mathbf{j}} = \sum_{\mathbf{m}} P_{\mathbf{m}} =$$
$$= -4\pi^4 \omega R \sum_{\mathbf{m}} \int {\rm d}^3 J\, \delta\left(\mathbf{m}\cdot\boldsymbol{\Omega} - \omega\right) |H_{\mathbf{m}}|^2\, \mathbf{m}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{J}}. \quad (1)$$

[1)] e-mail: navi.vonavi@mail.ru

[2)] W. Kernbichler, M. Heyn.

Для прямого цилиндра с вращательным преобразованием канонические углы в низшем порядке разложения по ларморовскому радиусу есть $\boldsymbol{\theta} = (\phi, \vartheta, z)$, где $\phi$ – гирофаза. Каноническими действиями $\mathbf{J} = (J_\perp, p_\vartheta, p_z)$ являются: перпендикулярный адиабатический инвариант $J_\perp \approx m_0 v_\perp^2 / 2\omega_c$, обобщенный азимутальный импульс и $z$-компонента обобщенного импульса. В формуле (1) $\tilde{\mathbf{E}}, \tilde{\mathbf{j}}$ – амплитуды возмущения электрического поля и тока плазмы вида $\mathrm{Re}(\tilde{\mathbf{E}}\, e^{-i\omega t})$. Для частицы заряда $e$ и массы $m_0$ с гамильтонианом $H_0(\mathbf{J})$ движущейся в невозмущенном поле $\mathbf{A}_0$, канонические частоты в низшем порядке имеют вид $\boldsymbol{\Omega} = \partial H_0(\mathbf{J})/\partial \mathbf{J} = (\omega_c, \Omega^\vartheta, \Omega^z)$, где $\omega_c$ – циклотронная частота, $\Omega^\vartheta = h^\vartheta v_\parallel + \Omega_E^\vartheta$ – азимутальная частота, $\Omega^z = h^z v_\parallel + \Omega_E^z$ – $z$-компонента скорости, $h^i$ – контравариантные компоненты единичного вектора $\mathbf{h}$ вдоль невозмущенного магнитного поля, $v_\parallel$ – продольная скорость частицы, $\Omega_E^i$ – контравариантные компоненты скорости электрического дрейфа в квазистационарном радиальном электрическом поле. В формуле (1) $H_{\mathbf{m}}(\mathbf{J})$ – фурье-амплитуда гамильтониана возмущения $\tilde{H} = ie\mathbf{v}_0 \cdot \tilde{\mathbf{E}}/\omega$, $\mathbf{v}_0 \equiv \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A}_0\right)/m_0$, где $\mathbf{p}$ – обобщенный импульс, $f_0(\mathbf{J})$ – невозмущенная функция распределения. Номер фурье-гармоники $\mathbf{m} = (m_\phi, m_\vartheta, k_z)$ состоит из индекса циклотронной гармоники, азимутального (полоидального) волнового числа и (тороидального) волнового числа в $z$-направлении. В диапазоне низких частот только черенковское взаимодействие $m_\phi$=0 дает вклад в (1) и в квазилинейные выражения, приведенные ниже. Условие резонанса в этом случае принимает вид $\mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\Omega} - \omega = k_\parallel v_\parallel + \omega_E - \omega = 0$, где $k_\parallel = m_\vartheta h^\vartheta + k_z h^z$, $\omega_E = k_\perp V_E$, $k_\perp = (h_z m_\vartheta - h_\vartheta k_z)/r_0$, $h_i$ – ковариантные компоненты $\mathbf{h}$, $r_0(\mathbf{J})$ – положение гироцентра частицы и $V_E = c\Phi_0'/B_0$ – скорость дрейфа в основных электрическом и магнитном полях.

Полоидальный и тороидальный крутящие моменты силы, действующие на плазму из-за силы Лоренца со стороны возмущающего поля, можно легко вычислить, зная поглощаемую мощность в объеме плазмы [5]

$$T_\vartheta = \sum_{\mathbf{m}} \frac{m_\vartheta}{\omega} P_{\mathbf{m}}, \qquad T_\varphi = \sum_{\mathbf{m}} \frac{k_z R}{\omega} P_{\mathbf{m}}. \tag{2}$$

Отметим, что данное соотношение является точным и выражает общую связь между поглощаемой энергией и импульсом для среды с линейным откликом на возмущение.

Для расчета проникновения поля возмущения в плазму численно решались уравнения Максвелла

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = \frac{i\omega}{c}\tilde{\mathbf{B}}, \quad \nabla \times \tilde{\mathbf{B}} = -\frac{i\omega}{c}\tilde{\mathbf{E}} + \frac{4\pi}{c}\tilde{\mathbf{j}} \tag{3}$$

с соответствующими граничными условиями на антенне, а также в центре и на металлической стенке цилиндра. Для вычисления плотности возмущенного тока $\tilde{\mathbf{j}}$ было построено [5] разложение по ларморовскому радиусу произвольного порядка, удовлетворяющее условиям галилеевской ковариантности и положительности поглощенной энергии для равновесной функции распределения. В настоящих расчетах для вычисления плотности возмущенного тока использовалось разложение первого порядка. Для поля возмущения в виде отдельной фурье-гармоники по $\vartheta$ и $z$, $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{x}) = \mathbf{E}^{(A)}(r)\exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x})$, $\tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{x}) = \mathbf{B}^{(A)}(r)\exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x})$, где $\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} = m_\vartheta \vartheta + k_z z$, уравнения Максвелла сводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для амплитуд $\mathbf{E}^{(A)}(r)$ и $\mathbf{B}^{(A)}(r)$. В качестве невозмущенной функции распределения $f_0$ использовалась локально максвелловская функция

$$f_0 = \frac{n_{0p}}{(2\pi m_0 T_{0p})^{3/2}} \exp\left(-\frac{\omega_c J_\perp}{T_{0p}} - \frac{m_0\left(v_\parallel - V_{0p}\right)^2}{2T_{0p}}\right), \tag{4}$$

параметры $n_{0p}(r_0)$, $T_{0p}(r_0)$ и $V_{0p}(r_0)$ которой для каждого сорта частиц вычислялись из соответствующих заданных радиальных профилей рис.1 и условия равновесия плазмы.

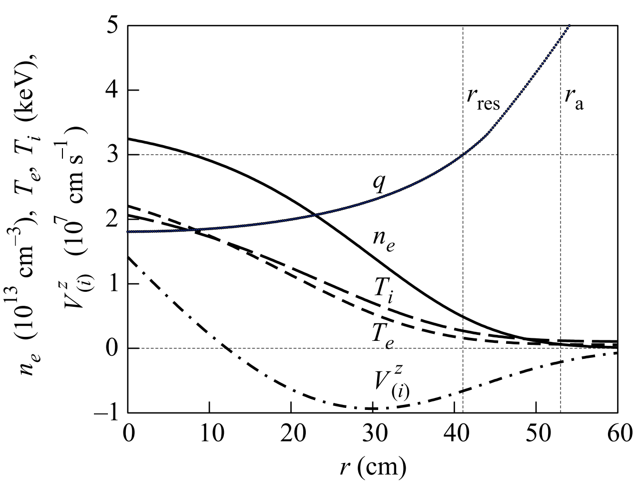


Рис.1. Равновесные радиальные профили запаса устойчивости, плотности, температуры и тороидальной скорости плазмы. Вертикальными линиями показаны положение резонансной поверхности $q(r_{\mathrm{res}}) = 3$ и антенны $r_a$

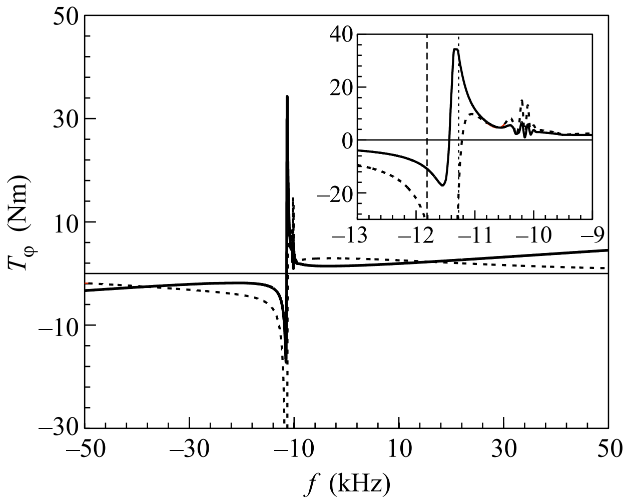


Рис.2. Полный (электроны+ионы) тороидальный крутящий момент, действующий на плазму в зависимости от частоты поля возмущения рассчитанный по формуле (2) (сплошная кривая) и (15) (штриховая кривая). В правом верхнем углу в увеличенном масштабе показана область изменения знака крутящего момента. Крутящий момент для электронов в среднем значительно ($\sim 40$ раз) превосходит момент для ионов. Вертикальные штриховая и пунктирная линии обозначают положение электронных частот $(\omega_E + \omega_*)$ и $(\omega_E + \omega_* - k_\perp T'/2m_0\omega_c)$, соответственно

На рис.2 приведен тороидальный крутящий момент, рассчитанный по формулам (1) и (2), в зависимости от частоты $f = \omega/2\pi$ возмущающего поля. Для типичных параметров плазмы TEXTOR'а резонансное поглощение импульса возмущающего поля приводит к тороидальному ускорению плазмы в направлении тока плазмы во всем диапазоне рабочих частот антенны $\pm(0-10)$ кГц не зависимо от направления вращения поля, что согласуется с результатами эксперимента. Плазма испытывает ненулевой крутящий момент даже в случае статического $f = 0$ поля. Крутящий момент, приложенный к плазме, меняет знак в окрестности частоты, при которой поле становится статическим в системе покоя электронной компоненты плазмы. При этом вместо поглощения энергии плазма начинает отдавать энергию возмущающему полю и антенне. В точке зануления крутящих моментов $f \approx -11.5$ кГц экранировка поля возмущения индуцированным током плазмы резко ослабевает, и возмущение начинает проникать значительно глубже резонансной поверхности.

Для альтернативного объяснения эффекта закручивания рассмотрим теперь перенос плазмы под действием возмущающего поля в квазилинейном приближении. Квазилинейное уравнение эволюции функции распределения $f_0$ в переменных действие-угол имеет вид

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \left\langle \left\langle \left\{ \tilde{H}, \tilde{f} \right\} \right\rangle_t \right\rangle_{ca} = \frac{1}{2}\mathrm{Re} \sum_{\mathbf{m}} \left\{ \tilde{H}^*_{\mathbf{m}}, \tilde{f}_{\mathbf{m}} \right\}, \quad (5)$$

где $\tilde{H}_{\mathbf{m}} = H_{\mathbf{m}}(\mathbf{J})\, e^{i\mathbf{m}\cdot\boldsymbol{\theta}}$, $\tilde{f}_{\mathbf{m}} = f_{\mathbf{m}}(\mathbf{J})\, e^{i\mathbf{m}\cdot\boldsymbol{\theta}}$ – амплитуды $\mathbf{m}$-й гармоники возмущений гамильтониана и функции распределения, скобки $\langle \ldots \rangle_t$ и $\langle \ldots \rangle_{ca}$ обозначают усреднение по периоду волны и каноническим углам, соответственно. Нас интересует уравнение для усредненной по времени и магнитной поверхности плотности частиц в цилиндре $n_0(t, r) \equiv \langle \langle n \rangle_t \rangle_{ms}$. Используя уравнение (5), получаем

$$\frac{\partial n_0}{\partial t} = \frac{1}{2}\mathrm{Re} \sum_{\mathbf{m}} \left\langle \int \mathrm{d}^3 p \left\{ \tilde{H}^*_{\mathbf{m}}, \tilde{f}_{\mathbf{m}} \right\} \right\rangle_{ms} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r F_n, \quad (6)$$

где плотность радиального потока частиц определяется выражением

$$F_n = \frac{1}{2}\mathrm{Re} \sum_{\mathbf{m}} \left\langle \int \mathrm{d}^3 p \{r, \tilde{H}^*_{\mathbf{m}}\} \tilde{f}_{\mathbf{m}} \right\rangle_{ms}. \quad (7)$$

Проводя далее вычисления в переменных действие-угол получаем

$$F_n = -\frac{\pi}{2r} \sum_{\mathbf{m}} \int \mathrm{d}\phi \int \mathrm{d}^3 J \delta\left(r - r_c(\phi, \mathbf{J})\right) \mathbf{m} \cdot \frac{\partial r_c}{\partial \mathbf{J}} \times$$
$$\times |H_{\mathbf{m}}|^2 \, \delta\left(\mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\Omega} - \omega\right) \mathbf{m} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{J}}. \quad (8)$$

Для приближенного вычислении потока (8) для одной гармоники $(m_\vartheta, k_z)$ мы ограничимся низшим порядком разложения по ларморовскому радиусу: $r_c(\phi, \mathbf{J}) = r_0(\mathbf{J}) + \rho^r(\phi, \mathbf{J})$, где среднее от гирорадиуса $\langle \rho^r \rangle_\phi$ равно нулю. Можно показать, что члены первого порядка не превосходят по величине $\rho^r/R$. Используя $\mathbf{m} \cdot (\partial r_0/\partial \mathbf{J}) = ck_\perp/eB$, а также пренебрегая в гамильтониане поперечной компонентой скорости частиц, связанной с электрическим дрейфом, $H_{\mathbf{m}} \approx iev_\parallel \tilde{E}_\parallel/\omega$, получаем плотность радиального потока частиц, вызываемого продольным переносом в эргодическом магнитном поле:

$$F_n \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{e^2 k_\perp n_0}{\omega_c m_0^2 v_T} \frac{|\tilde{E}_\parallel|^2}{\omega^2} \frac{z^2\, e^{-z^2}}{|k_\parallel|} \times$$
$$\left\{ \omega - \omega_E - \omega_* + \frac{k_\perp T'}{m_0 \omega_c} \left( \frac{3}{2} - z^2 \right) \right\}, \quad (9)$$

где $v_T = \sqrt{T/m_0}$, $z = (\omega - \omega_E)/\sqrt{2} k_\parallel v_T$, $\omega_* = k_\perp (n_0 T)'/m_0 \omega_c n_0$ – диамагнитная частота. Если в резонансной зоне $|r - r_{\mathrm{res}}| \leq \Delta r$, где $\Delta r \sim |(\omega - \omega_E)/\sqrt{2} v_T k'_\parallel|$ и $k_\parallel(r_{\mathrm{res}}) = 0$ пренебречь изменением

$E_{\|}$, $k_{\perp}$, $\omega_E$, равновесных плотности и температуры, и учесть, что в точке резонанса $E_{\|} = \omega \tilde{B}_r / c k_{\perp}$, то в системе отсчета, в которой магнитное поле является статическим, $\omega = 0$, получим

$$F_n \approx -\sqrt{\frac{2}{\pi}} D_M v_T n_0 \left( \frac{1}{n_0} \frac{\partial n_0}{\partial r} + \frac{e}{T} \frac{\partial \Phi_0}{\partial r} + \frac{1}{2T} \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (10)$$

$$D_M = \frac{\pi}{2} \sum_{\mathbf{m}} \left| \frac{\tilde{B}_r}{B_0} \right|^2 \delta(k_{\|}), \quad (11)$$

где $D_M$ – коэффициент диффузии магнитных силовых линий. Данная формула совпадает с формулой, полученной в работе [8] для переноса частиц в эргодическом магнитном поле. Радиальный поток частиц (9) для электронов существенно превосходит поток ионов, что приводит к поляризации плазмы и изменению $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ вращения в изменяющемся радиальном электрическом поле,

$$\partial E_{0r} / \partial t = -4\pi \sum_{\text{species}} e F_n. \quad (12)$$

Радиальный поток частиц можно интерпретировать как результат дрейфа в магнитном поле под действием внешней силы $\mathcal{F}$:

$$V_r \equiv \frac{F_n}{n_0} = \frac{c}{e} \frac{(\mathcal{F} \times \mathbf{B}_0)_r}{B_0^2} = \frac{c \mathcal{F}_{\perp}}{e B_0}. \quad (13)$$

Тороидальный крутящий момент, создаваемый этой силой, равен

$$T_{\varphi} = R \int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{d}\vartheta \int_0^L \mathrm{d}z \int_0^{r_w} \mathrm{d}r\, r\, n_0 \left( \hat{h}_z \mathcal{F}_{\|} - \hat{h}_{\vartheta} \mathcal{F}_{\perp} \right), \quad (14)$$

где $\hat{h}_{\vartheta}, \hat{h}_z$ – физические компоненты $\mathbf{h}$, $r_w$ – радиус цилиндра. Используя соотношение (13) и выражение для плотности потока (10), а также тот факт, что в резонансной зоне отношение продольной и поперечной компонент силы мало: $\mathcal{F}_{\|}/\mathcal{F}_{\perp} \approx k_{\|}/k_{\perp} \ll 1$, получаем

$$T_{\varphi} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{e^2 L^2 k_z n_0 |\tilde{B}_r|^2 r_{\text{res}}}{c^2 k_{\perp}^2 |k_{\|}'| m_0 v_T} \left\{ \omega - \omega_E - \omega_* + \frac{k_{\perp} T'}{2 m_0 \omega_c} \right\}, \quad (15)$$

где мы учли, что в точке резонанса $k_z = -\hat{h}_{\vartheta} k_{\perp}$. Точно такое же выражение можно получить из (1) и (2) в нулевом порядке разложения по ларморовскому радиусу, если пренебречь изменением всех величин на интервале $r_{\text{res}} \pm \Delta r$ в окрестности точки резонанса. Это означает, что механизм раскручивания плазмы вследствие передачи ей импульса от возмущающего поля и механизм, основанный на радиальном переносе частиц в эргодическом магнитном поле, являются различными интерпретациями одного явления – резонансного взаимодействия возмущающего поля с плазмой. При этом эргодизация магнитного поля не является необходимым условием для ускорения плазмы полем возмущения: тот же эффект будет наблюдаться и в случае отдельной цепочки островов, созданной возмущением. Заметим, что обращение в ноль поглощаемой мощности и крутящих моментов происходит не точно на нулевой частоте поля в системе покоя электронной жидкости, как предсказывается МГД моделями [6, 7], а на частоте, сдвинутой на величину, пропорциональную градиенту температуры. В области низких частот резонансное поглощение каждой моды спектра антенны приводит к закручиванию в направлении тока плазмы в окрестности соответствующей резонансной поверхности, при этом за счет поперечной вязкости также будет происходить изменение скорости соседних слоев плазмы.

Данная работа выполнялась при поддержке Европейского Союза в рамках контракта Евроатома и Австрийской Академии Наук в соответствии с European Fusion Development Agreement. Взгляды и мнения авторов не обязательно отражают мнение Европейской Комиссии. Дополнительная поддержка была предоставлена Австрийским научным фондом (FWF), контракт номер P19889-N16.

1. K. H. Finken, Nucl. Fusion **39**, 707 (1999).
2. A. G. Elfimov et al., Nucl. Fusion **44**, S83 (2004).
3. K. H. Finken et al., Phys. Rev. Letters **94**, 015003 (2005).
4. K. H. Finken et al., Plasma Phys. Control. Fusion **46**, B143 (2004).
5. M. F. Heyn, I. B. Ivanov, and S. V. Kasilov, Nucl. Fusion **46**, S159 (2006).
6. R. Fitzpatrick, Phys. Plasmas **5**, 3325 (1998).
7. A. Cole and R. Fitzpatrick, Phys. Plasmas **13**, 032503 (2006).
8. R. W. Harvey, M. G. McCoy, J. Y. Hsu et al., Phys. Rev. Lett. **47**, 102 (1981).