Письма в ЖЭТФ, том 86, вып. 6, с. 424 – 426

Сила Казимира между тонкими пленками реальных металлов

В. В. Брыксин[1)], *М. П. Петров*[1)]

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 20 июля 2007 г.

Выполнен расчет силы Казимира между двумя металлическими пленками с учетом их конечной толщины и для реалистичных значений плазменных частот металлов. Полученный результат указывает на возможность ослабления силы Казимира для реальных пленок приблизительно на порядок величины при соответствующем выборе параметров, что находится в, качественном согласии с имеющимися экспериментальными данными.

PACS: 03.70.+k, 05.40.–a, 77.22.–d, 81.07.–b

В соответствии с [1], сила Казимира обусловлена давлением, действующим на идеально проводящие металлические пластины вследствие того, что плотность энергии нулевых электромагнитных колебаний вакуума между близко расположенными пластинами несколько меньше, чем вне пластин. Имеется много теоретических работ, учитывающих влияние различных факторов (температуры, конечной величины частоты плазменных колебаний в металле, формы объекта и др., см. обзоры [2, 3]), приводящих либо к увеличению, либо к уменьшению силы Казимира. Настоящее сообщение посвящено расчету силы Казимира с учетом одновременно двух факторов: конечной величины частоты плазменных колебаний и конечной толщины взаимодействующих металлических тел. Непосредственной причиной для проведения расчета послужили экспериментальные данные, опубликованные в [4, 5], где было показано, что взаимодействие тонких (толщиной порядка 100 нм) металлических пленок может быть на 1–2 порядка слабее, чем предсказываемое классической теорией [1] для объемных идеальных проводников.

В настоящей работе рассматривается пятислойная структура, напоминающая экспериментальные условия в [5] (рис.1). Имеются две диэлектрические подложки неограниченной толщины, на них нанесены две металлические пленки толщиной L и диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$ между пленками вакуум ($\varepsilon = 1$). Расстояние между пленками равно Z. Для такой геометрии решается стандартное волновое уравнение

$$\frac{d^2 E_{y,z}}{dz^2} - K_i^2 E_{y,z} = 0, \quad K_i = \sqrt{k^2 - \varepsilon_i(\omega)\frac{\omega^2}{c^2}}. \qquad (1)$$

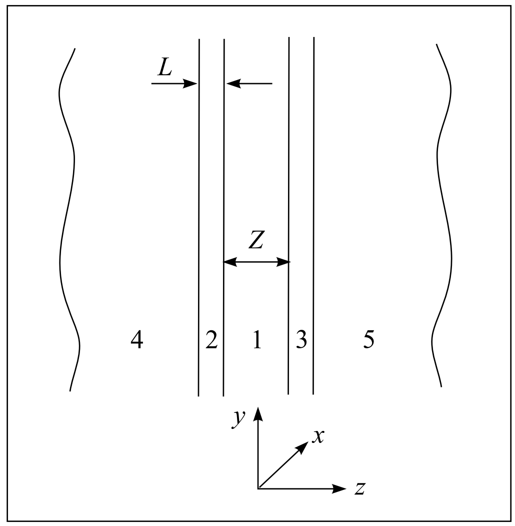

Рис.1. Структура, состоящая из двух тонких металлических пленок, нанесенных на диэлектрические подложки. Цифры 1, 2, 3, 4, 5 означают номер слоя: 1 – вакуум, 2, 3 – металлические пленки, 4, 5 – диэлектрические подложки

Здесь $E_{y,z}$ – проекции электрического поля, $k^2 = k_x^2 + k_y^2$, где k_x и k_y – соответствующие проекции волнового вектора электромагнитной волны, индекс i означает номер слоя. Для металлических слоев ($i = 2, 3$) принимаем, что

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega^2, \qquad (2)$$

где ω_p – частота пламенным колебаний металла. Обратим внимание на то, что в расчете используется диэлектрическая проницаемость в действительной форме. Это является обычным условием в большинстве теоретических расчетов, так как корректный учет потерь при анализе взаимодействия нулевых колебаний вакуума в условиях термодинамического равновесия со средами, обладающими поглоще-

[1)]e-mail: vvb@mail.ioffe.ru; mpetr.shuv@mail.ioffe.ru

нием, является весьма специфической и нетривиальной проблемой для теории. В данном случае мы считаем, что потери малы, и полностью пренебрегаем ими. В настоящей работе для упрощения окончательных формул положим для диэлектрических слоев $\varepsilon_{4,5} = 1$. Численный анализ ситуации, когда $1 < \varepsilon_{4,5} < 10$, показывает, что при этом сила Казимира крайне незначительно возрастает по сравнению со случаем $\varepsilon_{4,5} = 1$.

Используя соотношения (1), (2), находим спектр собственных частот волн электрического поля E_y и E_z в рассматриваемой геометрии, а затем производим суммирование энергий нулевых колебаний этих собственных мод (схема такого расчета изложена в [2,6]). В результате получаем выражение для давления силы Казимира $P = P_y + P_z$, состоящей из вклада P_y со стороны волн, поляризованных вдоль поверхности пленок (вдоль оси y, ТЕ моды), и вклада P_z от волн, поляризованных поперек них (вдоль оси z, ТМ моды):

$$P_y = \frac{15P_0}{2\pi^4}(Z\kappa_p)^4 \int_0^\infty y^3 dy \Bigg\{ \exp(Zy\kappa_p) \times \times \left[2y^2 + 1 + 2\sqrt{y^2+1}\coth\left(\frac{1}{2}L\kappa_p\sqrt{y^2+1}\right)\right]^2 - 1\Bigg\}^{-1}, \tag{3}$$

$$P_z = \frac{15P_0}{2\pi^4}(Z\kappa_p)^4 \int_0^1 dx \times \int_0^\infty \frac{y^3 dy}{\exp(Zy\kappa_p)\left\{\frac{2R(x,y)\coth[L\kappa_p\sqrt{y^2+1}/2]+1+R^2(x,y)}{1-R^2(x,y)}\right\}^2 - 1}, \tag{4}$$

$$R(x,y) = x^2\frac{y\sqrt{y^2+1}}{x^2y^2+1},$$

$$P_0 = -\frac{\pi^2}{240}\frac{\hbar c}{Z^4}. \tag{5}$$

Здесь c – скорость света в вакууме, $\hbar$ – постоянная Планка, $\kappa_p = \omega_p/c$ – волновой вектор, связанный плазменной длиной волны λ_p соотношением $\lambda_p = 2\pi/\kappa_p$), P_0 есть давление Казимира для двух бесконечных идеально проводящих пластин, находящихся на расстоянии Z друг от друга [1,2].

Как видно из приведенных формул, давление Казимира зависит от двух безразмерных параметров $L\kappa_p$ и $Z\kappa_p$. Выражения для P_y и P_z могут быть разложены в ряд по этим параметрам, однако эти ряды знакопеременные и крайне медленно сходятся. Например, при разложении по малому параметру $(\kappa_p Z)^{-1}$ (при $\kappa_p L \to \infty$) имеем (ср. с [2,7]):

$$P_y \cong \frac{P_0}{2}(1 - 8(\kappa_p L)^{-1} + 360(\kappa_p L)^{-2} - \ldots),$$
$$P_z \cong \frac{P_0}{2}\left(1 - \frac{8}{3}(\kappa_p L)^{-1} + 120(\kappa_p L)^{-2} - \ldots\right), \tag{6}$$

В другом предельном случае, когда толщина пленок меньше плазменной длины, $L\kappa_p \ll 1$, давление силы Казимира значительно меньше своего предельного значения P_0 (5), и из (3) и (4) можно получить соответствующие предельные соотношения:

$$P_y \cong \frac{15}{32\pi^4}P_0(\kappa_p^2 ZL)^2, \quad P_z \cong 0.054 P_0 \kappa_p \sqrt{ZL}. \tag{7}$$

Заметим, что в этом предельном случае $P_z \gg P_y$.

Для дальнейшего анализа были выполнены численные расчеты для P_y и P_z, результаты которых представлены на рис.2 и 3. Как видно из рисунков, сила Казимира существенным образом падает с

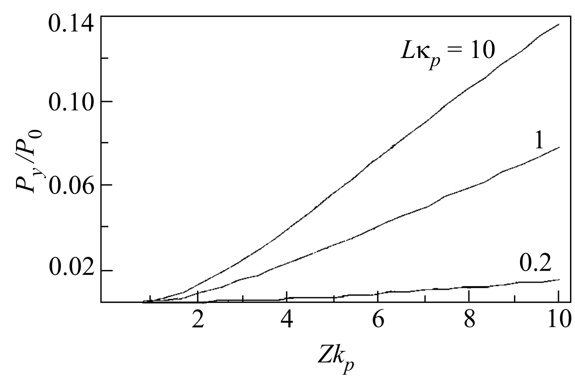

Рис.2. Вклад ТЕ мод (в относительных единицах) в давление Казимира, рассчитанное по формуле (3). Около кривых указаны значения параметра $L\kappa_p$

уменьшением величины параметров $Z\kappa_p$ и $L\kappa_p$. При этом вклад электромагнитных мод с разной поляризацией в общее давление может существенно различаться (при этом всегда $P_z \geq P_y$), в то время как для классического случая [1] $L\kappa_p \to \infty$, $Z\kappa_p \to \infty$ эти вклады одинаковы: $P_y = P_z = P_0/2$. При определенных соотношениях, например, $Z\kappa_p \leq 10$ и $L\kappa_p \leq 1$, давление Казимира ослабляется более чем на порядок по сравнению с давлением для толстых идеально проводящих проводников (5). Применительно к экспериментальным условиям [5], где $Z = (350-600)$ нм и $L = (120-150)$ нм, ослабление силы Казимира более чем на порядок может происходить при $\lambda_p > 1000$ нм. Известно [8], что значение λ_p составляет 100–500 нм

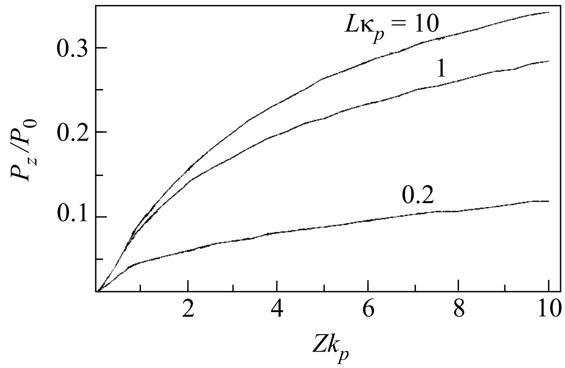

Рис.3. Вклад ТМ мод- (в относительных единицах) в давление Казимира, рассчитанное по формуле (4)

для объемных высококачественных образцов металлов Al, Au и Cu. Однако в тонких пленках вследствие их несовершенства и частичного окисления можно ожидать существенного уменьшения концентрации носителей (N) и соответственно увеличения λ_p, поскольку $\lambda_p \propto N^{-1/2}$.

В заключение заметим, что в данной статье расчет произведен для двух параллельных пленок, в то время как экспериментально [4, 5] измерялось взаимодействие плоской и сферической пленок. Это обстоятельство, конечно, важно при определении абсолютного значения силы Казимира, но не существенно, если анализируется относительное ослабление силы Казимира при взаимодействии объемных и тонкопленочных объектов. При рассмотрении взаимодействия плоской и сферической пленок следует рассматривать силу Казимира F между этими объектами (а не давление P, как это имеет место при взаимодействии двух плоских пленок). Можно показать, что эти две величины связаны между собой соотношением $F = 2\pi RZP/(n-1)$, где R – радиус сферы, если давление зависит от расстояния между пленками Z степенным образом, то есть, если $P \propto Z^{-n}$.

1. H. B. G. Casimir, Proc. Kon. Ned. Akad. Wetenschap B **51**, 793 (1948).
2. S. K. Lamoreaux, Rep. Prog. Phys. **68**, 201 (2005).
3. G. L. Klimchitskaya and V. V. Mostepanenko, Contemporaty Physics **47**, 131 (2006).
4. V. Petrov, M. Petrov, V. Bryksin et al., Opt. Lett. **31**, 3167 (2006).
5. В. М. Петров, М. П. Петров, В. В. Брыксин и др., ЖЭТФ **131**, 798 (2007).
6. N. G. Van Kampen, B. R. A. Nijboer, and K. Schram, Phys. Lett. A **26**, 307 (1968).
7. J. Schwinger, L. L. DeRaad, and K. A. Milton, Ann. Phys. (N.Y.) **115**, 1 (1978).
8. S. K. Lamoreaux, Phys. Rev. A **59**, R3149 (1999).