

# Феноменологический подход для не спин-волнового поведения магнитной восприимчивости купратов в сверхпроводящем состоянии

А. Ф. Барабанов<sup>1)</sup>, Л. А. Максимов\*

Институт физики высоких давлений РАН, 142190 Троицк, Московская обл., Россия

РНИЦ “Курчатовский Институт”, 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 26 февраля 2008 г.

Экспериментальные данные для не спин-волнового поведения магнитной восприимчивости  $\chi(\mathbf{q}, \omega)$  купратов в сверхпроводящем состоянии воспроизводятся на основе сферически-симметричного самосогласованного подхода для фрустрированной модели Гейзенберга. Для функции Грина спиновых возбуждений феноменологически вводится резонансный со сверхпроводящим состоянием поляризационный оператор. Это приводит к возникновению дополнительной (относительно нормального состояния) ветви несоизмеримых пиков и сильно не спин-волновой картине восприимчивости  $\chi(\mathbf{q}, \omega)$  в области частот порядка 80 мэВ, так называемой “темной области”. Определяющими оказываются перенормировки, связанные с действительной частью поляризационного оператора.

PACS: 71.27.+a, 74.72.–h, 75.20.–g

Экспериментальное изучение спинового отклика в купратах, главным образом с помощью нейтронного рассеяния, составляет предмет огромного числа статей и значительного количества обзоров (см., например, [1–6]). Эксперимент демонстрирует широкое разнообразие спиновых свойств купратов в зависимости от допирования и температуры.

Общепризнано, что решающим (в том числе и для спиновых свойств) структурным элементом купратов является плоскость  $\text{CuO}_2$ . Основная величина, извлекаемая из эксперимента – мнимая часть спиновой восприимчивости  $\chi''(\mathbf{q}, \omega)$ .

Особый интерес привлекают необычные свойства  $\chi''(\mathbf{q}, \omega)$ , возникающие после перехода купратов в сверхпроводящее состояние (СПС): не спин-волновое поведение  $\chi''(\mathbf{q}, \omega)$  и возникновение дополнительной ветви спиновых возбуждений, которая расположена вблизи антиферромагнитного (АФМ) вектора  $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$  и отвечает несоизмеримым пикам у  $\chi''(\mathbf{q}, \omega)$  в области  $\omega \sim 30$  мэВ [4, 5, 7–12]. Полной теоретической ясности в объяснении этих свойств в настоящее время нет и из-за сложности проблемы большинство рассмотрений носит феноменологический характер (см., например, обзор [4]).

Настоящая работа посвящена именно не спин-волновому поведению  $\chi''(\mathbf{q}, \omega)$  и основывается на феноменологическом рассмотрении, когда постулируется изменение общего вида поляризационного оператора

$M(\mathbf{q}, \omega)$  у спиновой функции Грина  $G^z(\mathbf{q}, \omega)$  при переходе в СПС.

Излагаемый ниже самосогласованный подход близок к подходам [13, 14] основанным на методе функции памяти [15]. Однако представляется, что в рамках метода функции памяти затруднителен ряд явных аналитических выражений (в первую очередь, для спектра спиновых возбуждений) и следствием этого являются трудности при вычислении самосогласованной  $\chi(\mathbf{q}, \omega)$ .

Подход основан на двумерной фрустрированной модели Гейзенберга и предполагает аналогию между фрустрацией в чисто спиновой модели и допированием в моделях со свободными носителями. Эта аналогия физически естественна: движущаяся дырка разрушает магнитный порядок в чисто спиновой модели, то же самое происходит с ростом фрустрации (даже в диэлектрическом пределе отношение обмена на вторых соседях к обмену на первых оценивается примерно в  $J_2/J_1 \sim 0.1$  [16]). Введение фрустрации позволяет удобно регулировать спиновую корреляционную длины  $\xi$  (при  $p \simeq 0.1$  величина  $\xi \simeq 10a$ , при  $p \simeq 0.2$  величина  $\xi \simeq a$ , где  $a$  – постоянная квадратной решетки плоскости  $\text{CuO}_2$ ).

Рассмотрение ведется при конечной температуре  $T$  в рамках двумерной фрустрированной модели Гейзенберга, гамильтониан которой имеет вид

$$\hat{H} = \frac{1}{2} J_1 \sum_{\mathbf{i}, \mathbf{g}} \mathbf{S}_{\mathbf{i}} \mathbf{S}_{\mathbf{i}+\mathbf{g}} + \frac{1}{2} J_2 \sum_{\mathbf{i}, \mathbf{d}} \mathbf{S}_{\mathbf{i}} \mathbf{S}_{\mathbf{i}+\mathbf{d}}. \quad (1)$$

<sup>1)</sup>e-mail: abarabnov@mtu-net.ru

Здесь  $\mathbf{S}_i$  – локализованные на узлах  $i$  квадратной решетки  $S = 1/2$  спины,  $J_1$  – антиферромагнитная обменная константа для первых ближайших соседей (б.с.),  $J_2$  – для вторых ближайших,  $\mathbf{g}, \mathbf{d}$  – векторы первых и вторых ближайших соседей. Ниже используется стандартная переменная  $p$  (“параметр фрустрации”):  $p = J_2/(J_1 + J_2)$ ,  $J_1 = (1 - p)J$ ,  $J_2 = pJ$ , все энергетические величины, если не оговорено, измеряются в единицах  $J$ . В соответствии со сказанным выше параметр фрустрации  $p$  можно считать аналогом концентрации дырок.

Модель рассматривается в рамках сферически-симметричного самосогласованного подхода для двухвременных запаздывающих спиновых функций Грина  $G^z(\mathbf{q}, \omega) = \langle S_{\mathbf{q}}^z | S_{-\mathbf{q}}^z \rangle_{\omega} = -\chi(\mathbf{q}, \omega)$ ,  $S_{\mathbf{q}}^z = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{r}} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} S_{\mathbf{r}}^z$ . Подход основан на двух следующих предположениях: 1) средний спин на каждом узле  $\langle \mathbf{S}_i \rangle$  равен нулю. Таким образом, жесткие неелевские подрешетки отсутствуют (то есть рассматривается модель спиновой жидкости), а магнитный ближний порядок выражается в терминах спин-спиновых корреляторов  $c_{\mathbf{r}} = \langle S_{\mathbf{i}}^z S_{\mathbf{i}+\mathbf{r}}^z \rangle$ ; 2) корреляторы  $c_{\mathbf{r}}$  сферически симметричны, то есть  $\langle S_{\mathbf{i}}^{\alpha} S_{\mathbf{j}}^{\beta} \rangle = \delta_{\alpha\beta} c_{i-j}$  ( $\alpha, \beta = x, y, z$ ), и находятся самосогласованно через  $G^z(\mathbf{q}, \omega)$ .

Процедура самосогласованного нахождения  $G^z(\mathbf{q}, \omega)$  (и, соответственно,  $\chi''(\mathbf{q}, \omega)$ ) подробно изложена в [17–19]. Подчеркнем, что отличительной частью подхода является не только требование точного выполнения правила сумм (констрейнта  $\langle S_{\mathbf{i}}^{\alpha} S_{\mathbf{i}}^{\alpha} \rangle = 1/4$  на произвольном узле  $\mathbf{i}$ ), но и самосогласованного вычисления корреляционных функций  $c_{i-j}$  и спектра  $\omega_{\mathbf{q}}$ , фигурирующего в функциях Грина  $G^z(\mathbf{q}, \omega)$ .

Обычно среднеполевое приближение ( $mf$ ) отвечает следующему виду  $G^z(\mathbf{q}, \omega)$  с нулевым поляризационным оператором  $M_{mf}(\mathbf{q}, \omega) = 0$ :

$$G_{mf}^z(\mathbf{q}, \omega) = \frac{F_{\mathbf{q}}}{\omega^2 - \omega_{\mathbf{q},mf}^2},$$

$$\chi''_{mf}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\pi F_{\mathbf{q}}}{2\omega_{\mathbf{q},mf}} [\delta(\omega - \omega_{\mathbf{q},mf}) - \delta(\omega + \omega_{\mathbf{q},mf})], \quad (2)$$

где  $\omega_{\mathbf{q},mf}$ ,  $-mf$  – спектр спиновых возбуждений.

В нормальном состоянии основные черты эволюции  $\chi(\mathbf{q}, \omega)$  с ростом допирования (фрустрации) передаются уже в этом приближении. Однако ряд важных экспериментальных результатов невозможно объяснить даже качественно без выхода за рамки среднего поля. К таким результатам относятся, например: 1) эмпирический температурный скей-

линговый закон [1, 20–23] для “локальной восприимчивости”  $\chi_{2D}(\omega, T)$ , имеющей вид  $\chi_{2D}(\omega, T) = \int d\mathbf{q} \chi''(\mathbf{q}, \omega, T)$ ; 2) наличие седловой особенности для спектра спиновых возбуждений  $\omega_{\mathbf{q}}$  вблизи  $\mathbf{q} = \mathbf{Q}/2$  ( $\tilde{\omega}(\mathbf{q}=(0, \pi)) > \tilde{\omega}(\mathbf{q}=(\pi/2, \pi/2))$ ) в пределе малого допирования [24].

Подобное поведение  $\chi(\mathbf{q}, \omega)$  нормального состояния можно объяснить [25] путем простейшего выхода за приближение среднего поля, введя функцию Грина нормального состояния системы (НС)  $G_{ns}^z(\mathbf{q}, \omega)$  с не зависящим от  $(\mathbf{q}, \omega)$ , но зависящим от  $T$  затуханием  $\gamma$ :

$$G_{ns}^z(\mathbf{q}, \omega) = \frac{F_{\mathbf{q}}}{\omega^2 - \omega_{\mathbf{q},ns}^2 + i\omega\gamma}, \quad (3)$$

$$\chi''_{ns}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\gamma\omega F_{\mathbf{q}}}{(\omega^2 - \omega_{\mathbf{q},ns}^2)^2 + \gamma^2\omega^2}.$$

Относительно функции Грина (4) функция  $G_{ns}^z(\mathbf{q}, \omega)$  отвечает простейшему ненулевому поляризационному оператору  $M(\mathbf{q}, \omega)$  вида  $M_{ns}(\mathbf{q}, \omega) = iM''_{ns}(\omega) = -i\omega\gamma$ , где учтено, что  $M''_{ns}(\omega)$  обязана быть нечетной по  $\omega$  [13].

На рис.1 представлена мнимая часть восприимчивости нормального состояния  $\chi''_{ns}(\mathbf{q}, \omega)$  (5) в координатах

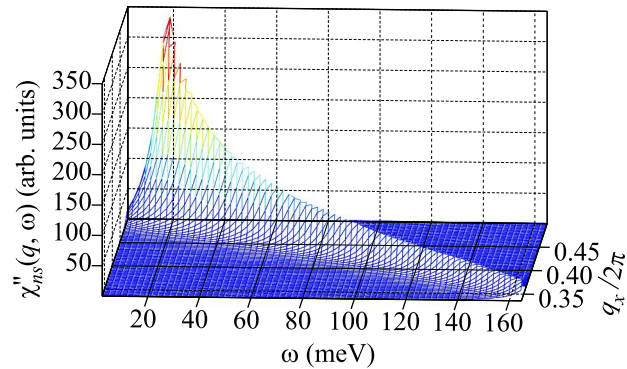


Рис.1. Мнимая часть восприимчивости нормального состояния  $\chi''_{ns}(\mathbf{q}, \omega)$  (5) в координатах  $(q_x, \omega)$  для  $\mathbf{q}$ -направления  $q_x = q_y$ , для фрустрации  $p = 0.15$  и для параметров:  $J_1 = (1 - p)J = 100$  мэВ,  $T = 0.01J$ , затухание  $\gamma = 0.1J$

натах  $(q_x, \omega)$  для  $\mathbf{q}$ -направления  $q_x = q_y$  и для фрустрации  $p = 0.15$  (на рис.1 показан интервал импульсов  $\mathbf{q}$  вблизи  $\mathbf{Q}$ , где при переходе из РС в СПС наблюдается сильная перестройка  $\chi''(\mathbf{q}, \omega)$ ). Для величины обменной константы  $J_1$  на б.с. принято характерное для плоскости  $\text{CuO}_2$  значение  $J_1 = 100$  мэВ. Представлен случай низкой температуры  $T = 0.01J$  и затухания  $\gamma = 0.1J$ ,  $J = J_1/(1 - p)$ . Порядок величины  $\gamma$  принят, исходя из требования выполнения упомянутого выше скейлингового закона для  $\chi_{2D}(\omega, T)$

в НС [25]. Для НС рис.1 демонстрирует: 1) хорошие квазичастичные пики  $\chi''_{ns}(\mathbf{q}, \omega)$  по  $\omega$  при фиксированном  $\mathbf{q}$ ; 2) если считать, что положения пиков отвечают эффективному спектру  $\tilde{\omega}_{ns}(\mathbf{q})$ , то  $\tilde{\omega}_{ns}(\mathbf{q})$  имеет одну ветвь и характерный вид  $\tilde{\omega}_{ns}(\mathbf{q}) \sim (1 - \beta(\mathbf{q})(\Delta_{ns}^2 + 1 + \beta(\mathbf{q})))$ ,  $\beta(\mathbf{q}) = \frac{1}{2}(\cos(q_x) + \cos(q_y))$ , где величина  $\Delta_{ns}$  отвечает щели в спектре спиновых возбуждений при  $\mathbf{q} = \mathbf{Q}$ . Отметим неочевидный результат самосогласованных вычислений: уменьшение  $\gamma$  приводит к линейному возрастанию спиновой щели (по закону, близкому к линейному). Монотонная, с убывающей интенсивностью пиков, зависимость  $\chi''_{ns}(\mathbf{q}, \omega)$  рис.1 от  $\mathbf{q}, \omega$  отвечает нормальному спин-волновому поведению системы.

Для трактовки восприимчивости в сверхпроводящем состоянии используем более общее, чем (5), формально точное выражение для функции Грина  $G^z(\mathbf{q}, \omega)$ :

$$G^z(\mathbf{q}, \omega) = \langle S_{\mathbf{q}}^z | S_{-\mathbf{q}}^z \rangle_{\omega} = \frac{F_{\mathbf{q}}}{\omega^2 - \omega_{\mathbf{q}}^2 - M(\mathbf{q}, \omega)}, \quad (4)$$

где поляризационный оператор  $M(\mathbf{q}, \omega) = M' + iM''$  есть фурье-образ новой сложной функции Грина. Ниже для  $M(\mathbf{q}, \omega)$  в СПС примем феноменологический, но резонансный относительно СПС, вид (в НС функции Грина  $G_{ns}^z(\mathbf{q}, \omega)$  (5) отвечал  $M_{ns}(\mathbf{q}, \omega) = -i\omega\gamma$ ). Аналитические свойства поляризационного оператора  $M(\mathbf{q}, \omega)$  такие же, как у  $G^z(\mathbf{q}, \omega)$ . Вид  $G^z(\mathbf{q}, \omega)$  (4) можно получить с помощью метода неприводимых функций Грина [27, 28], следуя [26]. Уже в чисто спиновой задаче без фрустрации  $M(\mathbf{q}, \omega)$  имеет сложный аналитический вид и выражается через трехзельную неприводимую функцию Грина  $\langle \delta b_{\mathbf{q}}^z | \delta b_{-\mathbf{q}}^z \rangle_{\omega}$ , которая описывает распад возбуждения  $S_{\mathbf{r}}^z$  на три спиновых волны. При этом можно показать, что  $\delta b_{\mathbf{q}}^z$  имеет вид [26]

$$\begin{aligned} \delta b_{\mathbf{q}}^z = N^{-1/2} \sum_{\mathbf{r}, \alpha, \mathbf{g} \neq \mathbf{g}'} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} [ & -(S_{\mathbf{r}}^{\alpha} S_{\mathbf{r}+\mathbf{g}}^{\alpha})^{irr} S_{\mathbf{r}+\mathbf{g}'}^z + \\ & + (S_{\mathbf{r}+\mathbf{g}}^{\alpha} S_{\mathbf{r}+\mathbf{g}'}^{\alpha})^{irr} S_{\mathbf{r}}^z - (S_{\mathbf{r}}^{\alpha} S_{\mathbf{r}+\mathbf{g}-\mathbf{g}'}^{\alpha})^{irr} S_{\mathbf{r}+\mathbf{g}}^z + \\ & + (S_{\mathbf{r}}^{\alpha} S_{\mathbf{r}+\mathbf{g}}^{\alpha})^{irr} S_{\mathbf{r}+\mathbf{g}-\mathbf{g}'}^z ]. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь для неприводимой части операторов принято  $(S_{\mathbf{r}}^{\alpha} S_{\mathbf{r}'}^{\alpha})^{irr} = S_{\mathbf{r}}^{\alpha} S_{\mathbf{r}'}^{\alpha} - \langle S_{\mathbf{r}}^{\alpha} S_{\mathbf{r}'}^{\alpha} \rangle$ .

Последовательное вычисление  $M(\mathbf{q}, \omega)$  наталкивается на существенные математические трудности. Поэтому приходится прибегать к полуфеноменологическому рассмотрению.

В настоящем рассмотрении для сверхпроводящего состояния в качестве приближения для  $M(\mathbf{q}, \omega)$  в (6) выбираем

$$M(\mathbf{q}, \omega) = iM''_{ns}(\omega) + M_{scs}(\mathbf{q}, \omega), \quad (6)$$

где функция Грина

$$M_{scs}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\Phi_{\mathbf{q}}}{\omega^2 - \varepsilon^2 + i\omega\lambda}, \quad (7)$$

$$\Phi_{\mathbf{q}} = f \exp\{(-1)(\tilde{\mathbf{q}} + 2\mathbf{d})_1^2 / W^2\}, \quad 1 = \mathbf{Q}/Q$$

отвечает коллективной ветви бездисперсионных спиновых возбуждений (с энергией  $\varepsilon$  и с затуханием  $\lambda$ ), которые возникают при переходе в СПС. Поляризационный оператор  $M_{scs}(\mathbf{q}, \omega)$  отражает тот факт, что при взаимодействии спиновых волн со сверхпроводящим состоянием системы имеет место резонанс порядка  $2\bar{\Delta}_{sc}$  ( $\bar{\Delta}_{sc}$  – усредненная сверхпроводящая щель), отвечающий распаду куперовских пар. Разумно считать, что энергия  $\varepsilon$  имеет порядок  $2\bar{\Delta}_{sc}$  (максимум  $2\Delta_{sc} \simeq 20 \div 80$  мэВ [4]). Ниже мы примем  $\varepsilon = 0.6$ , что отвечает величине, близкой к 70 мэВ при  $p = 0.15$  и  $J_1 = 100$  мэВ).

На рис.2 представлена характерная для ВТСП поверхность Ферми, которую мы заменяем модельны-

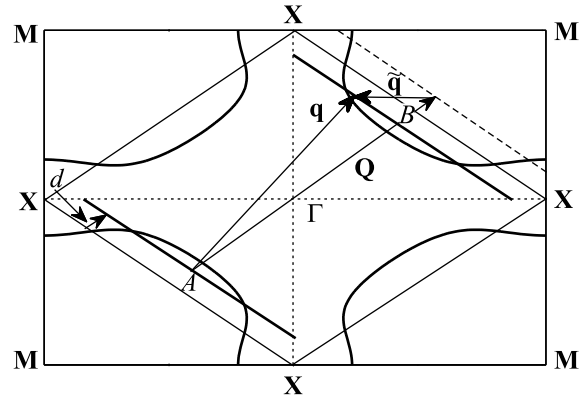


Рис.2. Характерное положение листов ПФ (жирные кривые) допированных купратов относительно магнитной зоны Бриллюэна (линии, соединяющие точки X);  $\mathbf{M} \equiv \mathbf{Q} = (\pi, \pi)$ ,  $\mathbf{X} = (0, \pm\pi), (\pm\pi, 0)$ . Жирные отрезки – части модельной ПФ, отстоящие на расстояние  $d$  от ближайших границ магнитной зоны Бриллюэна;  $\mathbf{q}$  – импульс магнона, обеспечивающий резонансное рассеяние между противоположными листами ПФ

ми отрезками, отстоящими на расстоянии  $d$  от ближайшей границы магнитной зоны Бриллюэна (ЗБ). Ниже в соответствии с результатами экспериментов по фотоэмиссии с угловым разрешением [29, 30] принято  $d = 0.045rlu$ . Нас интересует взаимодействие с носителями, находящимися на ПФ в окрестности точек A и B (см. рис.2). С учетом обозначения  $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{Q}$ , из рис.2 видно, что модельно принятый числитель  $\Phi_{\mathbf{q}}$  в (7) обеспечивает резонансное рассеяние между противоположными листами ПФ. Ниже

принято значение демпирующего фактора  $W = 0.3d$ , а также  $f = 0.16$ .

Таким образом, отвечающая функции (6) и интересующая нас мнимая часть феноменологической восприимчивости в СП  $\chi''_{scs}(\mathbf{q}, \omega)$  принимает вид

$$\chi''_{scs}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\Gamma F_{\mathbf{q}}}{Z^2 + \Gamma^2}, \quad (8)$$

$$\Gamma = \gamma\omega + M''_{scs}(\mathbf{q}, \omega) = \gamma\omega + \frac{\lambda\omega\Phi_{\mathbf{q}}}{(\omega^2 - \varepsilon^2)^2 + \lambda^2\omega^2}, \quad (9)$$

$$Z = \omega^2 - \omega_{\mathbf{q}}^2 - M'_{scs}(\mathbf{q}, \omega), \quad (10)$$

$$M'_{scs}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\Phi_{\mathbf{q}}(\omega^2 - \varepsilon^2)}{(\omega^2 - \varepsilon^2)^2 + \lambda^2\omega^2}.$$

На рис.3 представлена мнимая часть восприимчивости сверхпроводящего состояния (8) (в тех же

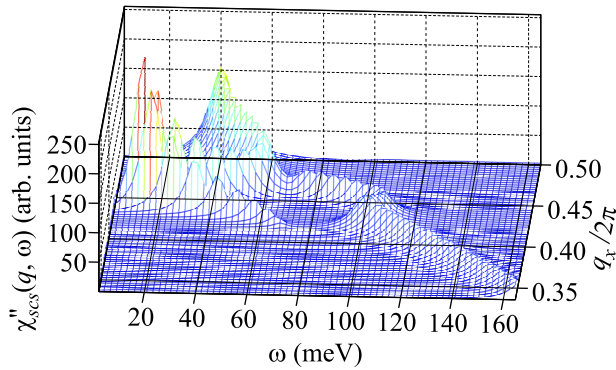


Рис.3. Мнимая часть восприимчивости сверхпроводящего состояния  $\chi''_{scs}(\mathbf{q}, \omega)$  (8) в координатах  $(q_x, \omega)$  для  $\mathbf{q}$ -направления  $q_x = q_y$ , для фрустрации  $p = 0.15$  и для параметров:  $J_1 = (1 - p)J = 100$  мэВ,  $T = 0.01J$ , затухание  $\gamma = 0.1J$ ,  $\varepsilon = 0.6J$ ,  $\lambda = 0.05J$ ,  $d = 0.045rlu$ ,  $W = 0.3d$ ,  $f = 0.16J^4$

координатах и при той же  $T$ , что и на рис.1). Фрустрацию  $p$  и параметры  $J_1$  и  $\gamma$  принимаем теми же, что для НС. Как отмечалось выше, выбор величин  $\varepsilon = 0.6J$ ,  $d = 0.045rlu$ ,  $W = 0.3d$  диктуется условием резонанса со сверхпроводящим состоянием. Для приведенных на рис.3 результатов используем затухание  $\lambda = 0.05J \simeq 0.1\varepsilon$ , при этом очевидно, что в широком диапазоне по  $\lambda$  при условии  $\lambda \lesssim 0.3\varepsilon$  качественное поведение  $\chi''_{scs}(\mathbf{q}, \omega)$  слабо меняется, на что указывают и прямые вычисления. Таким образом, все параметры в задаче “зажаты”, кроме одного “свободного” параметра”  $f$  (см.(7)), величина которого эффективно определяет “гибридизационное взаимодействие” между уровнями  $\omega_{\mathbf{q}}^2$  и  $\varepsilon^2$  (см. ниже) и значение которого для рис.3 было принято  $f = 0.16$ .

Сравнение рис.3 и рис.1 показывает, что введение в (6)  $M_{scs}(\mathbf{q}, \omega)$  позволяет описать не спин-волновое поведение у  $\chi''_{scs}(\mathbf{q}, \omega)$ :

1) возникновение нижней ветви спиновых возбуждений (несоизмеримых пиков), которая отщепляется от резонансного  $\mathbf{Q}$ -пика (энергия резонанса 40 мэВ близка к наблюдаемому значению) и исчезает при  $\tilde{q}_x > 0.1rlu$ ;

2) сильное уменьшение спектрального веса в окрестности точки, отвечающей не спин-волновому поведению (nonSW),  $(\tilde{q}_x; \omega) = (\tilde{q}_{x, nonSW} \approx 2d/\sqrt{2} = 0.065rlu; \omega_0 \approx \varepsilon \approx 60 \div 80$  мэВ), эта окрестность отвечает экспериментально наблюдаемой, так называемой “темной области” (“dark region” [11]), находящейся вблизи точки,  $\tilde{q}_x = \tilde{q}_y \approx 0.1rlu$ ;  $\omega_0 \approx 50$  мэВ;

3) следы так называемой “молчащей зоны” (“silent band”), лежащей в узкой области по  $\tilde{q}_x$  вблизи  $\tilde{q}_{x, nonSW}$ : если по положению максимумов  $\chi''_{scs}(\mathbf{q}, \omega)$  по  $\omega$  (при фиксированных  $\mathbf{q}$ ) ввести для верхней ветви “эффективный” спектр  $\tilde{\omega}_{scs}^+(\mathbf{q})$ , то при возрастании  $q$  спектр  $\tilde{\omega}_{scs}^+(\mathbf{q})$  будет иметь перегиб, а интенсивность максимумов  $\chi''_{scs}(\mathbf{q}, \tilde{\omega}_{scs}^+(\mathbf{q}))$  будет иметь минимум.

Таким образом, представленная на рис.3  $\chi''_{scs}(\mathbf{q}, \omega)$  отражает существенные черты спиновой системы купратов, [7–11]. Отметим, что при  $\tilde{q}_x > 0.1rlu$  восприимчивости  $\chi''_{scs}(\mathbf{q}, \omega)$  и  $\chi''_{ns}(\mathbf{q}, \omega)$  почти совпадают.

В заключение для прояснения механизма возникновения “темной области” остановимся на предельном случае  $\lambda = 0$ , когда  $\chi''_{scs}(\mathbf{q}, \omega)$  (8) принимает вид

$$\chi''_{scs}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{[(\omega^2 - \varepsilon^2)^2] \gamma \omega F_{\mathbf{q}}}{\{(\omega^2 - \omega_{\mathbf{q}}^2)(\omega^2 - \varepsilon^2) - \Phi_{\mathbf{q}}\}^2 + (\gamma\omega)^2 [(\omega^2 - \varepsilon^2)^2]}. \quad (11)$$

Фигурная скобка  $\{...\}$  в знаменателе отвечает “гибридизационному взаимодействию”  $\Phi_{\mathbf{q}}$  между уровнями  $\omega_{\mathbf{q}}^2$  и  $\varepsilon^2$ . Величина  $\omega_{\mathbf{q}}^2$  в (11) должна, конечно, определяться самосогласованно. Для качественного анализа положим  $\omega_{\mathbf{q}}$  равным эффективно спектру  $\tilde{\omega}_{ns}(\mathbf{q})$  на рис.1. Тогда при  $\mathbf{q}_0$ , удовлетворяющем условию  $\omega = \tilde{\omega}_{ns}(\mathbf{q}_0) = \varepsilon$ , корни уравнения  $\{...\} = 0$  будут отвечать двум максимумам восприимчивости  $\chi''_{scs}(\mathbf{q}_0, \omega)$  по  $\omega$ , то есть наличию двух ветвей спиновых возбуждений. При этом для  $\omega = \varepsilon$  у  $\chi''_{scs}(\mathbf{q}_0, \omega)$  благодаря “гибридизационной щели”, будет наблюдаться минимум. Если дополнительно вектор  $\mathbf{q}_0$  будет близок к вектору  $(\mathbf{Q} - 2\mathbf{d})$ , то это будет отвечать большому “гибридизационному взаимодействию”  $\Phi_{\mathbf{q}}$  (см. (7)) и приведет к возникновению “темной области” вблизи точки,  $\mathbf{q} \approx \mathbf{q}_0$ ;

$\omega \approx \omega_0$ . Прямые вычисления показывают, что не спин-волновое поведение  $\chi''_{scs}(\mathbf{q}, \omega)$  в первую очередь определяется именно действительными перенормировками, то есть  $M'_{scs}(\mathbf{q}, \omega)$  (7).

Численные расхождения с экспериментом связаны с упрощениями модели, например, такими, как отсутствие дисперсии у коллективной ветви спиновых возбуждений, отсутствие  $\mathbf{q}$ - и  $\omega$ -зависимостей у  $\gamma$  и  $\lambda$  затуханий, или отсутствие взаимодействия со второй  $\text{CuO}_2$  плоскостью (при сравнении с результатами для двухплоскостных иттриевых купратов).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

1. M. A. Kastner, R. J. Birgeneau, G. Shirane et al., *Rev. Mod. Phys.* **70**, 897 (1998).
2. P. Bourges, in *The Gap Symmetry and Fluctuations in High Temperature Superconductors*, Eds. J. Bok, G. Deutscher, D. Pavuna, and S. A. Wolf, Plenum, New York, 1998, p. 349; cond-mat/9901333.
3. T. E. Mason, in *Handbook on the Physics and Chemistry of Rare Earths: High-Temperature Superconductors – II*, Eds. J. K. A. Gschneidner, L. Eyring, and M. B. Maple, Elsevier, Amsterdam, 2001, Vol. **31**, pp. 281–314.
4. J. M. Tranquada, in *Handbook on High-Temperature Superconductivity. Theory and Experiment*, Ed. J. R. Schrieffer, Springer, Berlin, 2007, in press; cond-mat/0512115.
5. R. J. Birgeneau, C. Stock, J. M. Tranquada et al., *J. Phys. Soc. Jpn.* **75**, 111003 (2006); cond-mat/0604667.
6. I. Eremin and D. Manske, *Low Temp. Phys.* **32**, 519 (2006).
7. N. B. Christensen, D. F. McMorrow, H. M. Rønnow et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 147002 (2004).
8. C. Stock, W. J. L. Buyers, R. A. Cowley et al., *Phys. Rev. B* **71**, 024522 (2005).
9. S. M. Hayden, H. A. Mook, P. Dai et al., *Nature* **429**, 531 (2004).
10. J. M. Tranquada, H. Woo, T. G. Perring et al., *Nature* **429**, 534 (2004).
11. S. Pailhes, Y. Sidis, P. Bourges et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 167001 (2004).
12. D. Reznik, P. Bourgas, L. Pintschovias et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 207003 (2004).
13. P. Prelovšek, I. Sega, and J. Bonča, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 027002 (2004); I. Sega, P. Prelovšek, and J. Bonča, *Phys. Rev. B* **68**, 054524 (2003).
14. I. A. Larionov, *Phys. Rev. B* **69**, 214525 (2004); **72**, 094505 (2005).
15. H. Mori, *Prog. Theor. Phys.* **33**, 423 (1965); **34**, 399 (1965).
16. J. F. Annet, R. M. Martin, A. K. McMahan et al., *Phys. Rev. B* **40**, 2620 (1989).
17. H. Shimahara and S. Takada, *J. Phys. Soc. Jpn.* **60**, 2394 (1991).
18. А. Ф. Барабанов, В. М. Березовский, *ЖЭТФ* **106**, 1156 (1994); A. F. Barabanov and V. M. Berezovsky, *J. Phys. Soc. Jpn.* **63**, 3974 (1994).
19. A. F. Barabanov, L. A. Maksimov, and A. V. Mikheenkov, in: *Spectroscopy of High- $T_c$  Superconductors. A theoretical View*, Ed. N. M. Plakida, Taylor&Francis, 2003, p. 1.
20. B. Keimer, R. J. Birgeneau, A. Cassanho et al., *Phys. Rev. Lett.* **67**, 1930 (1991); B. Keimer, N. Belk, R. J. Birgeneau et al., *Phys. Rev. B* **46**, 14034 (1992).
21. K. Kakurai, S. Shamoto, T. Kiyokura et al., *Phys. Rev. B* **48**, 3485 (1993).
22. H. Hiraka, Y. Endoh, M. Fujita et al., *J. Phys. Soc. Jpn.* **70**, 8553 (2001).
23. C. Stock, W. J. L. Buyers, R. Liang et al., *Phys. Rev. B* **69**, 014502 (2004).
24. R. Coldea, S. M. Hayden, G. Aeppli et al., *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5377 (2001).
25. A. F. Barabanov, A. V. Mikheenkov, and A. M. Belemuk, *Phys. Lett. A* **365**, 469 (2007); A. В. Михеенков, А. Ф. Барабанов, *ЖЭТФ* **132**, 392 (2007) [*J. Exp. Theor. Phys.* **105**, 347 (2007)].
26. A. F. Barabanov and L. A. Maksimov, *Phys. Lett. A* **207**, 390 (1995).
27. Ю. А. Церковников, *ТМФ* **7**, 250 (1971); **49**, 219 (1981).
28. N. N. Plakida, *Phys. Lett. A* **43**, 481 (1973).
29. D. S. Marshall, D. S. Dessau, A. G. Loeser et al., *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4841 (1996).
30. A. Ino, C. Kim, T. Mizokawa et al., *J. Phys. Soc. Jpn.* **68**, 1496 (1999).