

# О распространении электромагнитной волны в среде с отрицательным преломлением от точечного источника, расположенного в воздухе

А. Б. Петрин<sup>1)</sup>

Объединенный институт высоких температур РАН, 125412 Москва, Россия

Поступила в редакцию 4 февраля 2008 г.

После переработки 17 марта 2008 г.

Рассматривается рефракция электромагнитной волны от точечного источника в среду с отрицательным показателем преломления. В качестве точечного источника излучения рассматривается электрический диполь Герца, параллельный плоской границе раздела и находящийся в воздухе. Строго показано, что электромагнитное излучение диполя, проникающее в среду с отрицательным показателем преломления, фокусируется там в некоторую область. Определены размеры области фокусировки. В результате выяснено, что дифракционный предел не может быть преодолен при использовании однородных материалов с отрицательным преломлением.

PACS: 41.20.Jb, 78.20.Ci, 78.67.-n

**Введение.** В последнее десятилетие возрос интерес к электродинамике материалов, характеризующихся отрицательными показателями преломления [1]. Благодаря достижениям в нанотехнологии композитных материалов, были созданы новые материалы, свойства которых могут быть объяснены наличием у них отрицательного показателя преломления [2, 3]. В некоторых работах [4, 5] был выдвинут тезис о том, что такие материалы с отрицательным преломлением позволяют преодолеть дифракционный предел оптических инструментов. Этот тезис имеет много возражений [6], которые не являются абсолютно бесспорными [7]. Чтобы разрешить эту запутанную проблему, в данной работе решается задача проникновения электромагнитной волны (ЭМ) в среду с небольшими потерями и с отрицательными действительными частями как диэлектрической, так и магнитной проницаемости. Применяется подход, восходящий к Зоммерфельду [8, 9]. Более конкретно, строго рассматривается задача распространения ЭМ волны, излученной элементарным электрическим диполем Герца, расположенным в воздухе (или вакууме) параллельно границе полупространства, заполненного материалом с отрицательным показателем преломления.

**Метод решения задачи.** Рассмотрим (см. рис.1) элементарный горизонтальный диполь (диполь Герца) с моментом тока

$$\mathbf{J} = \delta(x)\delta(y)\delta(z-d)\mathbf{e}_x,$$

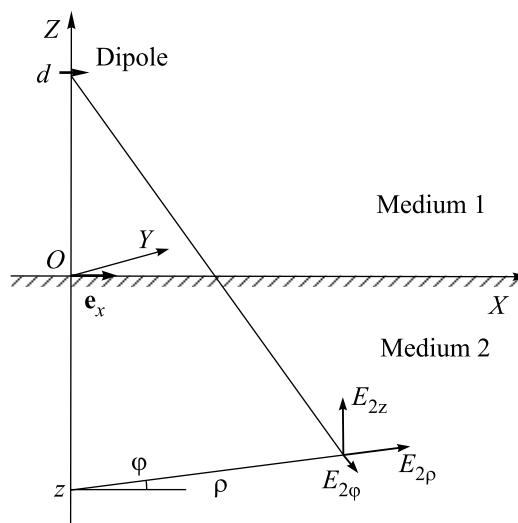


Рис.1. Геометрия задачи. Среда 2 характеризуется отрицательным показателем преломления. Источник электромагнитного излучения – элементарный электрический диполь Герца – расположен в среде 1 (вакуум или воздух  $\epsilon_1 = 1$ ;  $\mu_1 = 1$ )

где  $\delta(x)$  – дельта-функция;  $\mathbf{e}_x$  – единичный вектор в направлении оси  $X$ ;  $d$  – координата диполя по оси  $Z$ . Заметим сразу, что в данной работе используется комплексное представление всех величин с временной зависимостью  $e^{-i\omega t}$ .

Задача распространения ЭМ волн от диполя Герца, ориентированного параллельно плоской границе полупространства с поглощающей средой и положительными действительными частями диэлектрической

<sup>1)</sup>e-mail: a.petrin@mail.ru

кой и магнитной проницаемостей, была подробно изложена в [10]. Чтобы сэкономить место и избежать повторений, приведем окончательные формулы для компонент электрического поля в среде 2 (в среде с поглощающим материалом):

$$E_{2\rho} = -\frac{\cos \varphi}{4\pi} \int_0^\infty \left\{ \frac{\omega \mu_1 \mu_2}{M} [J_0(\lambda \rho) + J_2(\lambda \rho)] + \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\omega N} [J_0(\lambda \rho) - J_2(\lambda \rho)] \right\} e^{i(\gamma_1 d - \gamma_2 z)} \lambda d\lambda, \quad (1)$$

$$E_{2\varphi} = -\frac{\sin \varphi}{4\pi} \int_0^\infty \left\{ \frac{\omega \mu_1 \mu_2}{M} [J_0(\lambda \rho) - J_2(\lambda \rho)] + \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\omega N} [J_0(\lambda \rho) + J_2(\lambda \rho)] \right\} e^{i(\gamma_1 d - \gamma_2 z)} \lambda d\lambda, \quad (2)$$

$$E_{2z} = -i \frac{\cos \varphi}{4\pi} \int_0^\infty \frac{\gamma_1}{\omega N} J_1(\lambda \rho) e^{i(\gamma_1 d - \gamma_2 z)} \lambda^2 d\lambda, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\mu_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon'_2 + i\varepsilon''_2$ ,  $\mu_2 = \mu'_2 + i\mu''_2$  – диэлектрические и магнитные проницаемости среды 1 (вакуум или воздух) и поглощающей среды 2, соответственно;  $J_n$  – функция Бесселя  $n$ -го порядка;  $(\rho, \varphi, z)$  – цилиндрические координаты;  $M = \mu_1 \gamma_2 + \mu_2 \gamma_1$  и  $N = \varepsilon_1 \gamma_2 + \varepsilon_2 \gamma_1$ . Функции  $\gamma_1 = \gamma_1(\lambda) = \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}$  и  $\gamma_2 = \gamma_2(\lambda) = \sqrt{k_2^2 - \lambda^2}$  являются определенными аналитическими ветвями соответствующих функций комплексного переменного  $\lambda$ . Отметим, что в формулах (1)–(3) комплексные величины  $k_1^2 = \omega^2 \varepsilon_1 \mu_1$  и  $k_2^2 = \omega^2 \varepsilon_2 \mu_2$  представлены в виде квадратов волновых чисел  $k_1$  и  $k_2$ .

Ключевой проблемой в применении формул (1)–(3) к вычислению компонент электрического поля в среде с отрицательным преломлением является выбор правильных аналитических ветвей функций  $\gamma_1(\lambda)$  и  $\gamma_2(\lambda)$ . Сначала рассмотрим функцию  $\gamma_1(\lambda)$ . Первая среда – это воздух или вакуум, то есть среда с крайне малым поглощением. Поэтому  $\varepsilon_1 = 1$  и  $\mu_1 = 1$  являются действительными числами (их мнимые части можно положить равными нулю). Заметим, что проблема излучения диполя Герца, помещенного в поглощающую среду, некорректна в строгой формулировке. Это связано с бесконечной излучаемой мощностью диполя с конечным моментом тока [11], обусловленной поглощением среды. Поэтому предполагается, что первая среда совершенно не имеет поглощения ( $\varepsilon_1$  и  $\mu_1$  действительны). Для этого случая аналитическая ветвь функции  $\gamma_1(\lambda)$  при действительных  $\lambda$  определяется как [10]

$$\gamma_1(\lambda) = \begin{cases} \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}, & \lambda^2 \leq k_1^2 \\ i\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}, & \lambda^2 \geq k_1^2 \end{cases} \quad (4)$$

Среда 2 является пассивным поглощающим материалом с отрицательным преломлением, то есть  $\varepsilon'_2 = \text{Re}(\varepsilon_2) < 0$ ,  $\varepsilon''_2 = \text{Im}(\varepsilon_2) \geq 0$  и  $\mu'_2 = \text{Re}(\mu_2) < 0$ ,  $\mu''_2 = \text{Im}(\mu_2) \geq 0$ . Существует две точки ветвления функции  $\gamma_2(\lambda)$ : точка  $k_{2,1} = \omega \sqrt{|\varepsilon_2| |\mu_2|} \exp(i(\arg(\varepsilon_2) + \arg(\mu_2))/2)$  и точка  $k_{2,2} = e^{i\pi} k_{2,1}$  [12]. Правильной аналитической ветвью функции  $\gamma_2(\lambda)$ , пригодной для описания материалов с отрицательным преломлением, должна быть та же самая ветвь, что и для обычных материалов, как с поглощением, так и без него (при соответствующих значениях диэлектрической и магнитной проницаемостей). Эту ветвь можно определить как

$$\gamma_2(\lambda) = \sqrt{|k_{2,1} - \lambda|} \exp\left(\frac{i \arg(k_{2,1} - \lambda)}{2}\right) \times \sqrt{|k_{2,2} - \lambda|} \exp\left(\frac{i \arg(\lambda - k_{2,2})}{2}\right), \quad (5)$$

где функции  $|\xi|$  и  $\arg(\xi)$  есть модуль и аргумент комплексной переменной  $\xi$ .

#### Результаты вычислений и их обсуждение.

Вычисление компонент электрического поля было проведено для диполя, расположенного в точке с координатами  $x = 0$ ,  $y = 0$  и  $z = d = 1$  м. Частота излучения была равна  $f = \omega/2\pi = 3$  ГГц. В свободном пространстве эта частота соответствует длине волны  $\lambda_0 = 0.1$  м. Все вычисления были проведены для материалов с отрицательным преломлением, имеющих малое поглощение, так как случай малого поглощения имеет первостепенное значение для возможных приложений. Ниже будет сначала проведено исследование фокусирующих свойств среды с  $\varepsilon''_2 = 10^{-3}$ ,  $\mu''_2 = 10^{-3}$  (при этом поглощение достаточно низкое, чтобы адекватно исследовать фокусирующие свойства), а затем будет рассмотрено, как изменяются свойства при исчезающем поглощении:  $\varepsilon''_2 \rightarrow 0$  и  $\mu''_2 \rightarrow 0$ .

Верхний предел интегрирования в (1)–(3) был выбран равным  $2 \cdot 10^4 \text{ м}^{-1}$ , что на один-два порядка (при  $|\varepsilon_2| |\mu_2| \leq 100$ ) больше  $|k_{2,1}| = |k_{2,2}| = \omega \sqrt{|\varepsilon_2| |\mu_2|}$ . Это позволяет с точностью  $10^{-8}$  учесть эвансцентные (запредельные) волны. Сами интегралы вычислялись с точностью  $10^{-9}$ .

Прежде всего вычисления были проведены для материала с  $\varepsilon_2 = -1 + 10^{-3}i$  и  $\mu_2 = -1 + 10^{-3}i$ . Согласно геометрической оптике [13], излучение диполя после преломления должно фокусироваться в зеркальной точке:  $x = 0$ ,  $y = 0$  и  $z_{im} = -d$ . Заметим, что при подстановке относительных диэлектрической и магнитной проницаемостей в уравнения (1)–(5), необходимо их умножать на диэлектрическую,  $\varepsilon_0$ , и магнитную,  $\mu_0$ , проницаемости вакуума,

соответственно. Распределение  $|E_{2\rho}|_{\varphi=0}$  в плоскости  $XZ$  (то есть в  $E$ -плоскости диполя) показано на рис.2а. Распределение  $|E_{2\varphi}|_{\varphi=\pi/2}$  в плоскости  $YZ$

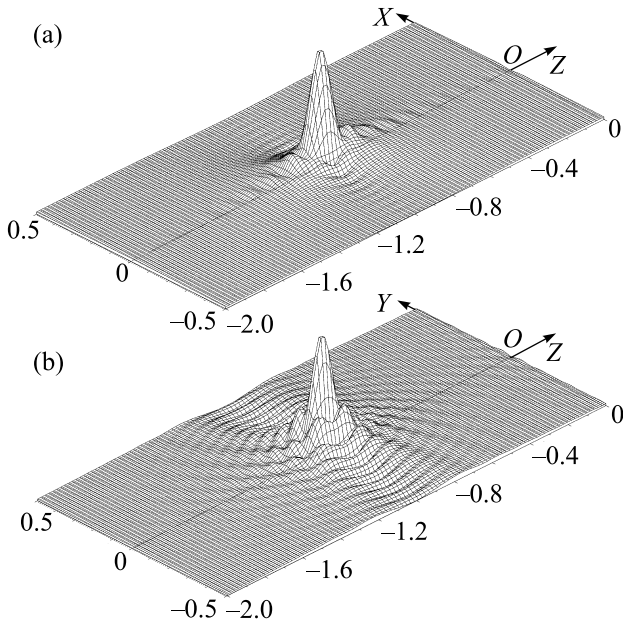


Рис.2. (а) Распределение  $|E_{2\rho}|_{\varphi=0}$  в плоскости  $XZ$  (в  $E$ -плоскости излучающего диполя) в среде с отрицательным преломлением для случая  $\varepsilon_2 = -1 + 10^{-3}i$  и  $\mu_2 = -1 + 10^{-3}i$ ; (б) распределение  $|E_{2\varphi}|_{\varphi=\pi/2}$  в плоскости  $YZ$  (в  $H$ -плоскости излучающего диполя) в среде с отрицательным преломлением для случая  $\varepsilon_2 = -1 + 10^{-3}i$  и  $\mu_2 = -1 + 10^{-3}i$

( $H$ -плоскости диполя) показано на рис.2б. На рис.2 видно, что излучение действительно фокусируется в пятно с центром в точке геометрического изображения. Размеры пятна по уровню 0.707 амплитуды (0.5 мощности) равны  $w_E \approx 0.0589$  м в  $E$ -плоскости и  $w_H \approx 0.0422$  м в  $H$ -плоскости, соответственно.

После этого вычисления были проведены для материала с  $\varepsilon_2 = -2 + 10^{-3}i$ ,  $\mu_2 = -2 + 10^{-3}i$ . Разумно предположить, что пятно фокусировки переместится в точку с координатами  $x = 0$ ,  $y = 0$  и  $z_m = -2d = -2$  м согласно геометрической оптике. Так как длина волны в среде будет в два раза меньше, то можно предположить, что и размеры пятна будут также в два раза меньше. Вычисления показали, что это не так. Было найдено, что хотя положение пятна изображения примерно правильное,  $z_{im} \approx -2.45$  м (оно находилось по положению максимума поля), размеры пятна в  $E$ - и  $H$ -плоскостях по уровню 0.707 амплитуды больше, чем ожидалось, и равны  $w_E \approx 0.0675$  м и  $w_H \approx 0.0621$  м, соответственно.

Далее были проведены вычисления для материала с  $\varepsilon_2 = -10 + 10^{-3}i$ ,  $\mu_2 = -10 + 10^{-3}i$ . Снова, согласно геометрической оптике, можно предположить, что точка изображения будет иметь координаты  $x = 0$ ,  $y = 0$  и  $z = -10d = -10$  м, а пятно будет в десять раз меньше, чем в первом случае. И снова вычисления показали, что плоскость изображения сместилась в точку  $z_{im} \approx -12.4$  м, а размеры пятна в  $E$ - и  $H$ -плоскостях диполя по уровню 0.707 амплитуды значительно больше ожидаемых, а именно,  $w_E \approx 0.0701$  м и  $w_H \approx 0.0662$  м, соответственно. Для рассматриваемого случая  $\varepsilon_2 = -10 + 10^{-3}i$ ,  $\mu_2 = -10 + 10^{-3}i$  распределение  $|E_{2\rho}|_{\varphi=0}$  в плоскости  $XZ$  ( $E$ -плоскости диполя) показано на рис.3а, а рас-

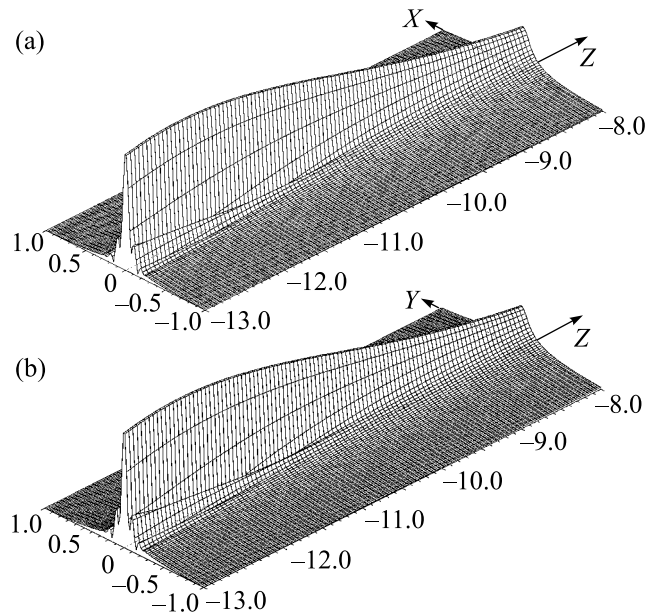


Рис.3. (а) Распределение  $|E_{2\rho}|_{\varphi=0}$  в плоскости  $XZ$  (в  $E$ -плоскости излучающего диполя) в среде с отрицательным преломлением в окрестности изображения для случая  $\varepsilon_2 = -10 + 10^{-3}i$  и  $\mu_2 = -10 + 10^{-3}i$ ; (б) распределение  $|E_{2\varphi}|_{\varphi=\pi/2}$  в плоскости  $YZ$  (в  $H$ -плоскости излучающего диполя) в среде с отрицательным преломлением в окрестности изображения для случая  $\varepsilon_2 = -10 + 10^{-3}i$  и  $\mu_2 = -10 + 10^{-3}i$

пределение  $|E_{2\varphi}|_{\varphi=\pi/2}$  в плоскости  $YZ$  ( $H$ -плоскости диполя) показано на рис.3б.

Отметим, что когда поглощение среды с отрицательным преломлением мало, как в рассматриваемом случае, и модуль показателя преломления  $|n|$  велик, пятно изображения не зависит от пропорции между  $|\varepsilon_2|$  и  $|\mu_2|$ , но только от величины произведения  $|\varepsilon_2\mu_2|$ . Это можно увидеть из уравнений (1)–(3), где свойства среды 2 представлены произведением  $\varepsilon_2\mu_2$ . Данное свойство было подтверждено непосредствен-

но путем численного расчета: размеры изображения в случае  $\epsilon_2 = -10 + 10^{-3}i$ ,  $\mu_2 = -10 + 10^{-3}i$  практически такие же, как в случае  $\epsilon_2 = -100 + 10^{-3}i$ ;  $\mu_2 = -1 + 10^{-3}i$ .

Была найдена зависимость расстояния между границей и плоскостью изображения (где наблюдается максимум электрического поля волны) от модуля комплексного показателя преломления  $|n| \approx \sqrt{|\epsilon_2||\mu_2|}$ . Мнимые части  $\epsilon_2$  и  $\mu_2$  полагались при этом постоянными и равными  $\epsilon_2'' = 10^{-3}$  и  $\mu_2'' = 10^{-3}$ . График показан на рис.4. Для значений  $|n| \geq 4$  кри-

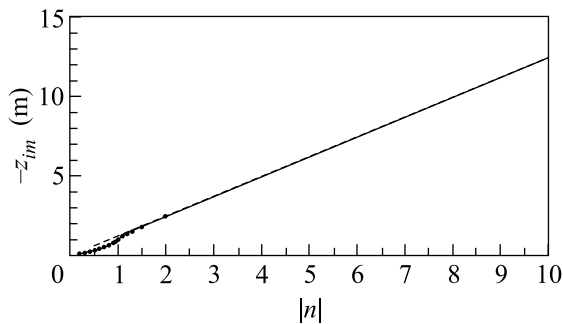


Рис.4. Расстояние от границы раздела до плоскости изображения (то есть до точки с максимальным сигналом) как функция модуля показателя преломления  $|n| \approx \sqrt{|\epsilon_2||\mu_2|}$ . Пунктиром изображена аппроксимирующая данную зависимость (при больших  $|n|$ ) функция  $z_{im} = -1.243|n|d$

вая может быть аппроксимирована прямой  $z_{im} = -1.243|n|d$ .

Основываясь на полученной зависимости  $z_{im} = z_{im}(|n|)$ , размеры пятна  $w_E$  и  $w_H$ , нормированные на длину волны в свободном пространстве  $\lambda_0$ , были вычислены как функции  $|n|$ . Кривые показаны на рис.5. Функции  $w_E = w_E(|n|)$  и  $w_H = w_H(|n|)$  име-

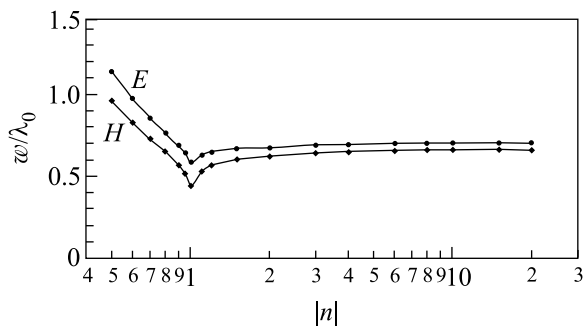


Рис.5. Нормированные ширины изображения по половине мощности (или по уровню 0.707 амплитуды) в  $E$ - и  $H$ -плоскостях рассматриваемого диполя как функции  $|n|$ . Нормирование производится на длину волны излучения в свободном пространстве  $\lambda_0$

ют минимум при  $|n| = 1$  и стремятся к постоянным значениям при  $|n| \rightarrow \infty$ , большим  $\lambda_0/2$ . Этот результат очень важен. Он означает, что использование плоской границы однородного материала с отрицательным преломлением, как элементарной линзы, не улучшает качества изображения и поэтому такая линза не способна преодолеть дифракционный предел.

Этому есть простое объяснение. Излучение диполя возбуждает некоторую поверхность границы раздела сред с размерами порядка  $D \sim 2d$ . Эта возбужденная поверхность в среде с отрицательным преломлением работает как линза (антенна) с эффективной апертурой порядка  $D$ . Длина волны в материале с отрицательным преломлением равна  $\lambda_{NR} = \lambda_0/|n|$ . Расстояние от такой линзы до плоскости изображения равно  $|z_{im}| \sim |n|d$  (как это было найдено для больших  $|n|$ ). Однако хорошо известно, что размеры изображения могут быть оценены как

$$w \sim |z_{im}|\lambda_{NR}/D \sim (|n|d\lambda_0/|n|)/D \sim d\lambda_0/D \sim \lambda_0/2 = \text{const.}$$

Таким образом, при больших  $|n|$  размеры изображения постоянны и не зависят от  $|n|$ .

Чтобы убедиться, что при  $\epsilon_2'' \rightarrow 0$  и  $\mu_2'' \rightarrow 0$  полученные выводы останутся в силе, были найдены зависимости размеров изображения как функции  $\delta = \epsilon_2'' = \mu_2''$  при  $\delta \rightarrow 0$ . На рис.6 показаны норми-

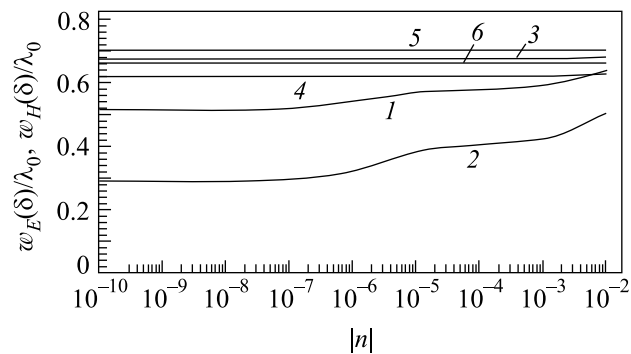


Рис.6. Нормированные зависимости  $w_E = w_E(\delta)$  и  $w_H = w_H(\delta)$  фокального распределения для случаев:  $\epsilon_2 = -1 + i\delta$ ,  $\mu_2 = -1 + i\delta$  (кривые 1 и 2 для  $w_E(\delta)$  и  $w_H(\delta)$ );  $\epsilon_2 = -2 + i\delta$ ,  $\mu_2 = -2 + i\delta$  (кривые 3 и 4 для  $w_E(\delta)$  и  $w_H(\delta)$ ) и  $\epsilon_2 = -10 + i\delta$ ,  $\mu_2 = -10 + i\delta$  (кривые 5 и 6 для  $w_E(\delta)$  и  $w_H(\delta)$ ). Нормирование производится на длину волны излучения в свободном пространстве  $\lambda_0$

рованные на длину волны в свободном пространстве зависимости  $w_E = w_E(\delta)$  и  $w_H = w_H(\delta)$  фокального распределения для случаев  $\epsilon_2 = -1 + i\delta$ ,  $\mu_2 = -1 + i\delta$  (кривые 1 и 2, соответственно);  $\epsilon_2 = -2 + i\delta$ ,

$\mu_2 = -2 + i\delta$  (кривые 3 и 4, соответственно) и  $\varepsilon_2 = -10 + i\delta$ ,  $\mu_2 = -10 + i\delta$  (кривые 5 и 6, соответственно). Видно, что при уменьшении  $\delta$  от  $10^{-3}$  до  $10^{-10}$  размеры области фокусировки могут измениться не более чем на 30%, да и то только в области  $\varepsilon'_2 \approx -1$ ,  $\mu'_2 \approx -1$ . Таким образом, расчеты показывают, что при уменьшении  $\delta$  от  $10^{-3}$  до  $10^{-10}$  кривые, показанные на рис.5, могут сместиться вниз не более чем на 30% в окрестности  $|n| = 1$ . Это означает, что выводы о размерах области фокусировки, сделанные ранее для  $\delta = 10^{-3}$ , останутся качественно верными в пределе при  $\delta \rightarrow 0$ .

На рис.7 показана зависимость модуля напряженности электрического поля в максимуме фокальности  $E_{\max}$  от величины  $\delta$ .

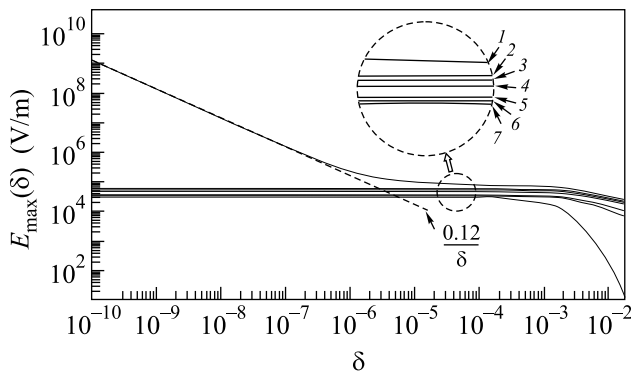


Рис.7. Модуль напряженности электрического поля в максимуме фокального распределения поля  $E_{\max}$  как функция  $\delta$ . Кривая 1 соответствует  $\varepsilon_2 = -1 + i\delta$  и  $\mu_2 = -1 + i\delta$ . Кривая 2 –  $\varepsilon_2 = -1.01 + i\delta$  и  $\mu_2 = -1.01 + i\delta$ . Кривая 3 –  $\varepsilon_2 = -0.99 + i\delta$  и  $\mu_2 = -0.99 + i\delta$ . Кривая 4 –  $\varepsilon_2 = -1.1 + i\delta$  и  $\mu_2 = -1.1 + i\delta$ . Кривая 5 –  $\varepsilon_2 = -1.5 + i\delta$  и  $\mu_2 = -1.5 + i\delta$ . Кривая 6 –  $\varepsilon_2 = -2 + i\delta$  и  $\mu_2 = -2 + i\delta$ . Кривая 7 –  $\varepsilon_2 = -10 + i\delta$  и  $\mu_2 = -10 + i\delta$ .

го распределения поля  $E_{\max}$  от величины  $\delta$ . Кривые построены для нескольких значений проницаемостей среды 2. Все кривые, кроме кривой 1, ведут себя естественным образом – они стремятся к некоторым предельным значениям при  $\delta \rightarrow 0$ . Эти значения медленно растут при  $|1 - |\varepsilon_2 \mu_2|| \rightarrow 0$ . Так, даже при  $|1 - |\varepsilon_2 \mu_2|| = 0.0001$  зависимость  $E_{\max}(\delta)$  качественно такая же, как и для  $|1 - |\varepsilon_2 \mu_2|| = 99$ . Однако при  $\varepsilon_2 = -1 + i\delta$  и  $\mu_2 = -1 + i\delta$  функция  $E_{\max}(\delta)$  качественно другая:  $E_{\max}(\delta) \rightarrow 0.12/\delta$ . Так как при этом размеры фокального пятна стремятся к конечному пределу, это означает, что излучаемая мощность стремится к бесконечности как  $\delta^{-2}$ . Вспоминая, что задача решалась для единичного момента тока диполя, придем к выводу, что модуль импеданса элементарного диполя Герца стремится к бесконечности как  $\delta^{-2}$  при  $\delta \rightarrow 0$ . Вопрос, можно ли реали-

зовать такую идеальную среду с  $\varepsilon_2 \equiv -1$  и  $\mu_2 \equiv -1$ , остается открытым.

Отметим, что приведенные выше вычисления были проведены для частоты 3 ГГц. Из формул (1)–(3) следует, что если увеличить частоту в  $k$  раз и одновременно уменьшить все размеры задачи в  $k$  раз, не меняя проницаемости сред, то интегралы не изменятся. Поэтому, если все размеры задачи и размеры фокальных пятен измерять в длинах волн в свободном пространстве  $\lambda_0$ , то все полученные выше выводы остаются в силе.

Заметим, что в работе была рассмотрена бесконечная граница сред. Если апертура, через которую проходит излучение, ограничена диафрагмой, то размеры изображения только увеличатся (величина  $D$  в последней формуле станет меньше). Далее, если изображение точечного источника излучения в среде с отрицательным преломлением будет использоваться как объект для следующей линзы, роль которой может играть вторая граница материала с отрицательным преломлением (см. [4]), то размеры изображения будут непременно больше, чем внутри материала с отрицательным преломлением. Поэтому *невозможно достичь суперразрешения (преодолеть дифракционный предел) некогерентных объектов, используя материалы с отрицательным преломлением.*

В заключение следует прямо указать причину ошибки работы [4], в которой и был выдвинут тезис о суперразрешении при преломлении ЭМ в слое с отрицательным преломлением. Эта ошибка нетривиальная. Рассмотрим плоский слой вещества с отрицательным преломлением, над которым расположен точечный источник (см. рис.8).

В работе [4] электрическое поле в трех областях однородности среды представляется в виде фурье-разложения:

$$\mathbf{E}(x, y, z) = (2\pi)^{-2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \int_{-\infty}^{+\infty} d\eta e^{i\xi x + i\eta y} \tilde{\mathbf{E}}(\xi, \eta, z). \quad (6)$$

Вблизи и внутри слоя источников поля нет, поэтому при подстановке (6) и аналогичных выражений для магнитного поля и тока диполя в уравнения Максвелла получаются однородные уравнения для фурье-компонент поля, из которых следует, что в слое компонента  $\tilde{\mathbf{E}}(\xi, \eta, z)$ , при фиксированных  $\xi$  и  $\eta$ , есть суперпозиция двух плоских волн, распространяющихся в положительном и отрицательном направлениях оси  $Z$ . Автор [4] вводит коэффициенты отражения и прохождения таких плоских волн на границе раздела сред и находит коэффициент прохождения через слой. Из полученного коэффициента прохождения

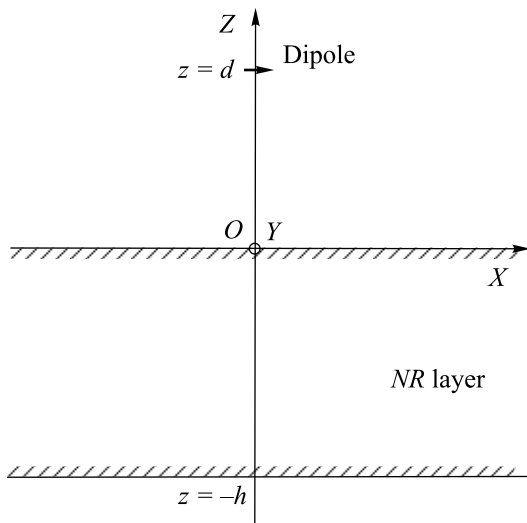


Рис.8. Геометрия задачи о прохождении волны от элементарного диполя через слой вещества с отрицательным преломлением

следует, что в материалах с отрицательным преломлением запредельные моды чудесным образом усиливаются, что приводит к идеальному изображению объекта.

Ошибка состоит в том, что в этих рассуждениях волна в слое представляется в виде  $\tilde{\mathbf{E}}_+(\xi, \eta)e^{i\gamma_1 z} + \tilde{\mathbf{E}}_-(\xi, \eta)e^{-i\gamma_1 z}$  (здесь  $\gamma_1$  – функция (5) с подстановкой проницаемостей слоя), по аналогии с обычными плоскими волнами, проходящими через слой  $C_+e^{ik_1 z} + C_-e^{-ik_1 z}$  ( $k_1$  – волновое число в слое). В обычной задаче при падении на слой плоской волны граничные условия для полей на двух границах как раз и дают коэффициент прохождения через слой. Однако если мы представим поле в слое как  $\tilde{\mathbf{E}}_+(\xi, \eta)e^{i\gamma_1 z} + \tilde{\mathbf{E}}_-(\xi, \eta)e^{-i\gamma_1 z}$ , то второй член после обратного фурье-преобразования (6) даст волну, идущую от верхней границы в сторону отрицательных  $Z$ , но первый член ничего не представляет —

его обратного фурье-преобразования не существует, так как интеграл расходится (в области эвансцентных волн – растущая экспонента)! Это неправильное представление в [4] перешло в формулу для коэффициента прохождения слоя и привело к тому, что слой вещества с отрицательным преломлением стал своеобразным генератором эвансцентных (запредельных) волн.

Правильное представление полей другое:  $\tilde{\mathbf{E}}_+(\xi, \eta)e^{i\gamma_1(z+h)} + \tilde{\mathbf{E}}_-(\xi, \eta)e^{-i\gamma_1 z}$ , где величина  $h$  равна или больше толщины слоя. Такое представление было использовано в работе [14], где было показано, что при прохождении слоя вещества с отрицательным преломлением, как и при преломлении на одной границе (как в настоящей работе), суперразрешения нет.

1. V. G. Veselago, Sov. Phys. Usp. **10**, 509 (1968).
2. D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier et al., Phys. Rev. Lett. **84**, 4184 (2000).
3. R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, Science **292**, 77 (2001).
4. J. B. Pendry, Phys. Rev. Lett. **85**, 3966 (2000).
5. A. N. Lagarkov and V. N. Kissel, Phys. Rev. Lett. **92**, 077401-1 (2004).
6. J. M. Williams, Phys. Rev. Lett. **87**, 249703-1 (2001).
7. J. B. Pendry, Phys. Rev. Lett. **87**, 249704-1 (2001).
8. A. Sommerfeld, Ann. Physik. (Leipzig) **81**, 1135 (1926).
9. J. R. Wait, IEEE Antennas and Propagation Magazine **40**, 5, 7 (1998).
10. R. W. P. King and G. S. Smith, *Antennas in Matter*, Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1981.
11. C. T. Tai and R. E. Collin, IEEE Trans. Antennas Propagat. **48**, 1507 (2000).
12. Ю. В. Сидоров, М. В. Федорюк, М. И. Шабунин, *Лекции по ТФКП*, М.: Наука, 1982.
13. V. G. Veselago, Sov. Phys. Usp. **173**, 790 (2003).
14. A. B. Petrin, JETP (submitted February 28, 2008).