

**КЛАССИЧЕСКИЕ ПЛОСКОВОЛНОВЫЕ СОСТОЯНИЯ
КИРАЛЬНОГО ПИОННОГО ПОЛЯ
И СТОЛКНОВЕНИЯ ЯДЕР СВЕРХВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ**

A.A.Ансельм

Найдены точные плосковолновые решения уравнений движения классического пионного поля, описываемого киральным лагранжианом. Обсуждается возможная связь между этими решениями и опытами по столкновению ионов высокой энергии.

1. Недавние эксперименты по столкновению ядер высокой энергии оперируют с плотностями энергии порядка нескольких ГэВ/Фм³ в объеме порядка десятков и даже сотен Фм³¹. При этом рождаются сотни пионов. Измерение двухчастичных пионных корреляций как будто указывает на то, что рождение пионов из довольно большого объема (с линейными размерами вплоть до ~ 8 Фм), происходит когерентно² (подробнее см. ниже). Это наводит на мысль, что на определенной стадии процесса возможно образование классического пионного поля в некотором конечном объеме, при распаде которого когерентным образом рождаются π -мезоны. Мы покажем в этом письме, что в теории с киральным лагранжианом имеются классические плосковолновые решения, соответствующие плотности энергии порядка, скажем, 200 МэВ/Фм³, то есть вполне достижимой в сегодняшнем эксперименте. Такое классическое пионное поле, живущее в конечном объеме конечный интервал времени, может служить когерентным источником излучения пионов с довольно большими размерами. В действительности трудно даже представить себе другой когерентный источник рождения пионов с линейными размерами больше нескольких Ферми.

2. Запишем киральный лагранжиан пионного поля в параметризации $\phi = \phi_4 + i(\tau_k \phi_k)$, где он имеет вид лагранжиана n -поля ($\phi_a = f_\pi n_a$);

$$\mathcal{L} = f_\pi^2 / 2 (\partial_\mu n_a) (\partial_\mu n_a), \quad n_a^2 = 1, \quad a = 1, 2, 3, 4, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

Уравнения движения получаются варьированием функции $f_\pi^{-2} \mathcal{L} - 1/2 \lambda (n_a^2 - 1)$, где λ – неопределенный множитель Лагранжа:

$$\partial^2 n_a + \lambda n_a = 0. \quad (2)$$

Определяя λ из условия $n_a^2 = 1$, получаем нелинейное уравнение для n_a :

$$\partial^2 n_a - n_a (n_b \partial^2 n_b) = 0, \quad \lambda = -(n_b \partial^2 n_b). \quad (3)$$

Попытаемся найти некоторый класс решений этих уравнений в виде

$$n_a = A_a \cos(\omega t - \mathbf{k}r + \varphi_a), \quad \omega^2 - \mathbf{k}^2 = m^2 \quad (4)$$

для которого величина λ является константой:

$$\lambda = - (n_a \partial^2 n_a) = m^2. \quad (5)$$

Поскольку согласно (4):

$$\lambda = m^2 \sum_{a=1}^4 A_a^2 \cos^2(\omega t - \mathbf{k}r + \varphi_a). \quad (6)$$

для того, чтобы было выполнено (5) достаточно потребовать:

$$\sum_{a=1}^4 A_a^2 \sin 2\varphi_a = 0, \quad \sum_{a=1}^4 A_a^2 \cos 2\varphi_a = 0, \quad \sum_{a=1}^4 A_a^2 = 2. \quad (7)$$

Если на константы A_a , φ_a наложены условия (7), плоские волны (4) действительно являются решениями нелинейных уравнений (3).

Рассмотрим комплексные числа $z_a = (A_a \exp i\varphi_a)^2$. Уравнения (7) имеют тогда вид:

$$\sum_{a=1}^4 z_a = 0, \quad \sum_{a=1}^4 |z_a| = 2. \quad (8)$$

Это значит, что комплексные числа z_a , рассматриваемые как двухмерные вектора с нефиксированным началом отсчета, образуют замкнутый четырехугольник, причем периметр этого прямоугольника равен 2 (рис. 1).

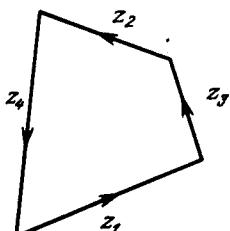


Рис. 1

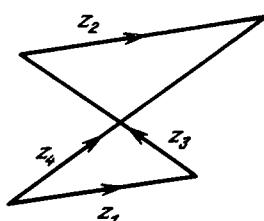


Рис. 2

Найденный класс решений фактически является одномерным. В этом смысле он содержит 6 произвольных параметров (9 величин A_a , φ_a и m минус три условия (7)). Шестипараметрическое семейство для трех независимых функций $n_1 n_2 n_3$ является общим решением одномерной задачи. Упомянем два частных случая.

В первом из них $n_2/n_1 = \text{const}$, что возможно при $\varphi_2 = \varphi_1 + \pi m$, $m = 0, 1, 2, \dots$, то есть $\arg z_2 = \arg z_1 + 2\pi m$. Геометрически при этом реализуется ситуация, изображенная на рис. 2. В этом частном случае имеет место вращение вектора z_3 в фиксированной плоскости в трехмерном изотопическом пространстве. Длина $|n| = \sqrt{1 - n_4^2}$ также осциллирует¹⁾.

¹⁾ После того, как общие решения (4), (8) были получены, мне указали на работу ³, где описано это частное решение. На первый взгляд решение (3, 8) из работы ³ зависит от 6 параметров ($C_1 \dots C_5, p^2$), как и наше общее решение (4). Легко, однако, убедиться, что переопределением констант его легко сделать независящим от C_2 . Постоянство азимутального угла $\phi = C_5$ сразу указывает на то, что мы имеем дело с частным случаем $n_2/n_1 = \text{const}$. Я благодарен М.В.Полякову, обратившему мое внимание на работу ³.

Во втором случае $n_4 = 0$. При этом четырехугольник рис. 1 вырождается в треугольник. Абсолютная величина пионного поля остается постоянной $|\mathbf{n}| = 1$ ($|\vec{\phi}| = f_\pi$), однако, все 3 проекции осцилируют, так что вектор ϕ описывает сложное движение в изотопическом пространстве (типа "хула-хуб").

Упомянем одно интересное свойство общего решения (4). Легко видеть, что выражение для тензора энергии-импульса не зависит от координат и времени:

$$T_{\mu\nu} = (k_\mu k_\nu - \frac{1}{2} m^2 g_{\mu\nu}) f_n^2, \quad m^2 = \omega^2 - \mathbf{k}^2. \quad (9)$$

В частности, плотность энергии $H = T_{00}$ имеет вид:

$$H = \frac{f\pi^2}{2} (\omega^2 + \mathbf{k}^2). \quad (10)$$

Аналогично не зависит от координат времени и вектор плотности изотопического спина:

$$j_\mu^i = \frac{1}{2} i [(\partial_\mu \phi^* T_i \phi) - \phi^* T_i \partial_\mu \phi] = \epsilon_{ikl} \phi_k \partial_\mu \phi_l = f\pi^2 k_\mu \epsilon_{ikl} A_k A_l \sin(\varphi_k - \varphi_l).$$

3. Кажется, что классические решения, найденные в предыдущем пункте, могут иметь отношение к опытам по столкновению тяжелых ядер в следующем смысле. Представим себе, что на конечное время $0 \leq t \leq T$ (от некоторого момента после столкновения до момента, когда плотность энергии образовавшегося сгустка пионного поля становится малой) в конечном объеме имеется классическое пионное поле, описываемое уравнениями (4). Вне интервала времени $(0, T)$ и объема V пионное поле описывается свободным уравнением Д'Аламбера. В этой грубой модели излучение пионов определяется "источником" с плотностью

$$\rho_a(\mathbf{r}, t) = -n_a(n_b \partial^2 n_b) = m^2 A_a \cos(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r} + \varphi_a), \quad (11)$$

которая ограничена во времени и пространстве. Фурье компонента $n_a(\mathbf{R}, E)$ излученного (безмассового) пионного поля ($a \neq 4$) в волновой зоне определяется интегралом:

$$n_a(\mathbf{R}, E) = \frac{e^{i\mathbf{p}\mathbf{R}}}{4\pi R} \int_V e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}} \rho_a(\mathbf{r}, E) d^3 r, \quad \mathbf{p} = E \frac{\mathbf{R}}{R}, \quad |\mathbf{p}| = E. \quad (12)$$

Если подставить сюда ρ_a , заданную уравнением (11), то для амплитуды рождения пионного поля легко получить:

$$F_a(\mathbf{p}, E) = f_a(\mathbf{p}, E) + f_a^*(-\mathbf{p}, -E),$$

$$f_a(\mathbf{p}, E) = \frac{f_\pi m^2 A_a e^{i\varphi_a}}{8\pi(E + \omega)} (e^{i(E + \omega)T} - 1) \int_V e^{-i(\mathbf{p} + \mathbf{k})\mathbf{r}} d^3 r. \quad (13)$$

Здесь E и \mathbf{p} – энергия и импульс вылетающего пиона $E = |\mathbf{p}|$, а величины ω, \mathbf{k} – характеристики "источника" – классическое пионное поле ($E^2 = \mathbf{k}^2 + m^2$). Поскольку модель является очень грубой, и нам все равно неизвестны параметры классического поля, формула (13) содержит мало информации. Я привел ее лишь для того, чтобы уточнить, что именно имею в виду, говоря о связи между классическими решениями и рождением пионов при столкновении ядер высокой энергии.

4. Если приведенная картина действительно имеет место, то возможны два явления, указания на которые имеются, как будто, на эксперименте. 1) Поскольку любое конкретное решение (4), (8) не является изотопически симметричным, в отдельных столкновениях может иметь место значительное нарушение изотопической инвариантности: число рожденных нейтральных и заряженных пионов может быть разным, несмотря на большое общее число пионов, то есть при условии, что статистические флуктуации малы⁴. 2) На эксперименте изменяется корреляционная функция

$$R = \frac{d^2 n / d^3 p_1 d^3 p_2}{(dn / d^3 p_1)(du / d^3 p_2)}, \quad (14)$$

равная отношению числа событий с рождением двух пионов с импульсами p_1 и p_2 к одиночастичным инклузивным распределениям¹. Легко понять, что для когерентного рождения пионов $R = 1$, тогда как при некогерентном механизме R зависит от разности импульсов $\Delta p = p_1 - p_2$, $R = R(\Delta p)$, причем $R(0) = 2$, а $R(\infty) = 1$ (см., например,⁵). Фактически на опыте измеряется скачок в R при малых и больших значениях Δp . Этот скачок оказывается меньшим единицы, что трудно понять при чисто некогерентном механизме рождения, но вполне естественно, если в ряде случаев имеет место когерентное рождение пионов.

Теоретическая оценка вероятности рождения классического поля в конечном объеме при столкновении тяжелых ядер требует особого рассмотрения. Можно, однако, грубо оценить эту вероятность из эксперимента. Пусть вероятность события когерентного рождения есть w , а некогерентного, соответственно, $1 - w$. Мы можем записать тогда вместо (14):

$$\frac{d^2 n}{d^3 p_1 d^3 p_2} = w \left(\frac{dn}{d^3 p} \right)_{coh}^2 + R(1-w) \left(\frac{dn}{d^3 p} \right)_{non-coh}^2, \quad (15)$$

где $dn/d^3 p$ — одиночастичные инклузивные распределения, соответственно, для когерентного и некогерентного случаев, а величина $R = 2$ для $\Delta p a \ll 1$ и $R = 1$ при $\Delta p a \gg 1$, где a — размер источника. Для величины R в когерентном случае мы подставили $R = 1$. (В функциях $dn/d^3 p_{1,2}$ можно пренебречь тем что $p_1 \neq p_2$). Отношение дважды инклузивных спектров (15) для $\Delta p a \ll 1$ и $\Delta p a \gg 1$ измеряется на опыте:

$$1 + \lambda \equiv \frac{(d^2 n / d^3 p_1 d^3 p_2)_{\Delta p = 0}}{(d^2 n / d^3 p_1 d^3 p_2)_{\Delta p = \infty}} = \frac{w \xi + 2(1-w)}{w \xi + (1-w)} \quad (16)$$

где $\xi = (dn / d^3 p)_{coh}^2 / (dn / d^3 p)_{non-coh}^2$. Отсюда:

$$w = \frac{1 - \lambda}{1 - \lambda + \lambda \xi}. \quad (17)$$

Экспериментально для величины λ имеем $\lambda \approx 0,77^2$. Множественность в когерентных событиях может быть несколько больше, чем в некогерентных (см., например, случай "кентавров", в которых сильно нарушается изотопическая инвариантность⁴). При $\xi \approx 1 - 10$ вероятность когерентного рождения есть $w \approx 0,2 - 0,03$.

Я благодарен Д.И.Дьяконову, М.В.Полякову, Н.Г.Уральцеву, Ю.М.Шабельскому, и, особенно М.Г.Рыскину за полезные обсуждения.

Литература

1. Albrecht R. et al. Phys. Lett., B, 1987, 199, 297.

2. *Pugh H.* XVIII Int. Symp. on Multiparticle Dynamics, Tashkent, 1987.
3. *Enikova M.M., Karloukovski V.I., Velchev C.I.* Nucl. Phys. B, 1979, **151**, 172.
4. *Lattes C.M.G. et al.* Phys. Rep., 1980, **65**, 151; *Borisov A.S. et al.* Phys. Lett., B, 1987, **190**, 226.
5. *McLerran L.* Int. Conf. on Physics and Astrophysics of Quark-Gluon Plasma, Bombay, 8-12 Feb. 1988 (to be published by World Scientific Pub.).

Институт ядерной физики им. Б.П.Константинова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
18 мая 1988 г.
