Письма в ЖЭТФ, том 48, вып. 2, стр. 54 – 57 25 июля 1988 г.

# КВАНТОВЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В ОПТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ГАЗОВ $H\downarrow$ И $D\downarrow$

Ю.Каган, Б.В.Свистунов, Г.В.Шляпников

Показано, что в оптических характеристиках низкотемпературных газов спин-поляризованного водорода (H↓) и дейтерия (D ↓) должны проявляться нелокальные квантовые корреляции. Для этого достаточно достигнутых экспериментально температур $T \sim$ $\sim$ 0,1 К, когда газ еще остается больцмановским.

1. Создание газов спин-поляризованного атомарного водорода (H ↓) и дейтерия (D↓) при низких $T$, которым отвечает условие $kR_0 \ll 1$ ($k$ – тепловой импульс частиц, $R_0 \approx$ $\approx$ 3,5 Å – эффективный радиус межатомного взаимодействия) открывает возможность выявления квантовых корреляций (КК) в таких газах. Ранее стало ясно, что локальные КК должны существенно сказываться на вероятности процессов рекомбинации и релаксации, и, соответственно, проявляться в кинетике распада газа (см. [1, 2]). В сущности с локальными КК связаны и наблюдаемые в газе H↓ специфические спиновые волны [3 – 5].

В настоящей работе показано, что нелокальные КК должны проявляться в оптических характеристиках достаточно плотных газов H↓ и D↓. Поглощение фотонов в крыльях спектральных линий атомных переходов происходит при сближении пары частиц на расстояние $r_*$, где резонансное взаимодействие атом – возбужденный атом совпадает с расстройкой частоты $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ ($\omega$ – частота фотона, $\omega_0$ – частота атомного перехода). Расстояние $r_*$ может существенно превышать $R_0$, оставаясь гораздо меньше среднего расстояния между частицами. Возможность проявления нелокальных КК в частотной и температурной зависимости коэффициента поглощения (КП) оказывается связанной с условием $kr_* \lesssim$ $\lesssim 1$, которое выполняется уже в больцмановских газах H↓ и D↓ в широкой области значений $\Delta\omega$.

2. Рассмотрим взаимодействие атомарного газа плотности $n$ с резонансным электромагнитным излучением длины волны $\lambdabar$ при условии

$$n\lambdabar^3 \gg 1. \tag{1}$$

В этом случае уширение спектральной линии за счет резонансного взаимодействия возбужденного атома с невозбужденным $U(r) \sim d^2/r^3$ ($d$ – приведенный дипольный момент атомного перехода) превалирует над естественным уширением. Пусть

$$|\Delta\omega| \gg nd^2 \tag{2}$$

(используем атомные единицы). Тогда процесс поглощения фотона происходит при парном взаимодействии частиц на расстояниях $r \ll n^{-1/3}$. При этом относительное движение атомов в начальном состоянии является свободным ($r > R_0$), а в конечном состоянии диктуется их резонансным взаимодействием. Гамильтониан взаимодействия, ответственный за процесс поглощения, запишем в виде

$$H' = -\frac{1}{2}\tilde{d}\omega_0 \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2\, \hat{\psi}(\mathbf{r}_1)\hat{\psi}(\mathbf{r}_2)\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{R})\hat{\mathbf{D}}^+(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) + \text{э. с.} \tag{3}$$

Здесь $\tilde{d} = \sqrt{2}d$ – приведенный дипольный момент перехода в квазимолекуле, $\hat{\psi}$ – полевой оператор газа невозбужденных атомов, $\hat{\mathbf{A}}$ – оператор электромагнитного поля. В длинноволновом пределе $\lambdabar \gg r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$, который заведомо имеет место при условии (1) и $r \ll n^{-1/3}$, можно положить аргумент этого оператора равным $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$.

Полевой оператор возбужденных квазимолекул имеет вид

$$\hat{\mathbf{D}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{\mathbf{q}\alpha s} e^{i\mathbf{q}\mathbf{R}}\, \mathbf{e}_\alpha(\mathbf{r})\chi_{\alpha s}(\mathbf{r})\hat{b}_{\mathbf{q}\alpha s}, \tag{4}$$

где $\hat{b}_{\mathbf{q}\alpha s}$ – оператор уничтожения квазимолекулы с импульсом центра инерции $\mathbf{q}$, $\mathbf{e}_\alpha(\mathbf{r})$ – вектор поляризации ($\alpha = 1, 2, 3$), $\chi_{\alpha s}(\mathbf{r})$ – волновая функция относительного движения атомов, являющаяся решением уравнения Шредингера в потенциале $U_\alpha(\mathbf{r})$.

Выражение для вероятности поглощения фотона в единицу времени мы запишем в форме

$$W = 2\pi \sum_{i,f} \rho_i |\langle f|\hat{H}'|i\rangle|^2\, \delta(E_i - E_f) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \sum_i \rho_i \langle i|\hat{H}'(0)\, \hat{H}'(t)|i\rangle, \tag{5}$$

где $\rho_i$ – равновесная матрица плотности. Используя явный вид операторов $\hat{\mathbf{A}}$ и $\hat{\mathbf{D}}$, для коэффициента поглощения $K_\omega = W/c$ имеем

$$K_\omega = \frac{\pi\omega_0 d^2}{c} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int d\mathbf{r}d\mathbf{r}'d\mathbf{R}d\mathbf{R}' \sum_{\mathbf{q}\alpha s} e^{-i(\Delta\omega - q^2/4m - \epsilon_{\alpha s})t} \times$$

$$\times\, e^{i(\mathbf{p}-\mathbf{q})(\mathbf{R}-\mathbf{R}')}(\mathbf{e}_\alpha(\mathbf{r}')\mathbf{e}^*_{\mathbf{p}\lambda})(\mathbf{e}^*_\alpha(\mathbf{r})\mathbf{e}_{\mathbf{p}\lambda})\chi_{\alpha s}(\mathbf{r}')\chi^*_{\alpha s}(\mathbf{r}) \times$$

$$\times \langle \hat{\psi}^+(\mathbf{R}' + \frac{\mathbf{r}'}{2}, 0)\, \hat{\psi}^+(\mathbf{R}' - \frac{\mathbf{r}'}{2}, 0)\, \hat{\psi}(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{r}}{2}, t)\, \hat{\psi}(\mathbf{R} - \frac{\mathbf{r}}{2}, t)\rangle, \tag{6}$$

где $\mathbf{p}$ – импульс фотона, $\mathbf{e}_{\mathbf{p}\lambda}$ – его вектор поляризации, $\epsilon_{\alpha s}$ – энергия конечного состояния квазимолекулы в системе центра инерции.

Характерный временной масштаб, на котором меняется коррелятор в (6) в случае идеального газа есть $1/T$. Интересуясь областью низких температур, примем условие

$$|\Delta\omega| \gg T. \tag{7}$$

Это позволяет положить $t = 0$ в корреляторе, а также пренебречь членом $q^2/4m \sim T$ в показателе экспоненты. Суммирование в (6) по $\mathbf{q}$ дает возможность положить $\mathbf{R}' = \mathbf{R} = 0$ в корреляторе, а интегрирование по $dt$ переводит зависящую от $t$ экспоненту в $\delta(\Delta\omega - \epsilon_{\alpha s})$. В области низких начальных импульсов (заведомо при $k \lesssim 1/r_*$) зависимость коррелятора в (6) от координат $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}'$ является плавной. В то же время при достаточно большой величине $\epsilon_{\alpha s}$

$$|\epsilon_{\alpha s}| \approx |\Delta\omega| \sim d^2/r_*^3 \gg 1/(mr_*^2) \tag{8}$$

для волновой функции конечного состояния $\chi_{\alpha s}(\mathbf{r})$ справедливо квазиклассическое приближение и основной вклад в интеграл по $d\mathbf{r}$ и $d\mathbf{r}'$ будет набираться в окрестности каустики – поверхности, на которой $\epsilon_{\alpha s} = U_\alpha(\mathbf{r})$. Эффективно в интеграле (6) работают интервалы $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_*|$, $|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_*| \ll r_*$ (функция $\chi_{\alpha s}$ начинает сильно осциллировать при отходе от каустики на масштаб порядка $r_*\left(\frac{1}{mr_*^2} / \frac{d^2}{r_*^3}\right)^{1/3} \ll r_*$). Тогда в случае переходов в состояния непрерывного спектра мы можем приближенно заменить в аргументе $\delta$-функции $\epsilon_{\alpha s}$ на $U_\alpha(\mathbf{r})$ и просуммировать по $s$. Воспользовавшись соотношением полноты $\sum_s \chi^*_{\alpha s}(\mathbf{r})\chi_{\alpha s}(\mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ и интегрируя по $d\mathbf{r}'$, окончательно находим

$$K_\omega = \frac{2\pi^2 d^2 \omega_0 n^2}{c} \sum_\alpha \int d\mathbf{r}\, |\mathbf{e}_\alpha(\mathbf{r})\mathbf{e}^*_{\mathbf{p}\lambda}|^2 Z(\mathbf{r})\delta(\Delta\omega - U_\alpha(\mathbf{r})); \tag{9}$$

$$Z(\mathbf{r}) = \frac{1}{n^2} < \hat{\psi}^+(\mathbf{r})\,\hat{\psi}^+(0)\,\hat{\psi}(\mathbf{r})\,\hat{\psi}(0) >. \qquad (10)$$

Критерий (8) обеспечивает также адиабатическое разделение относительного движения атомов и вращения вектора поляризации, принятое в (4).

При $kr_* \gg 1$ коррелятор $Z(r_*) = 1$ и (9) переходит в результат обычной квазистатической теории (см., например, [6]), в которой условие (7) не является обязательным.

Рассматривая достаточно далекое крыло линии, где $|\Delta\omega| \sim (d^2/r_*^3) \gg (\mu_B \mathcal{H})$ можно пренебречь наличием внешнего магнитного поля $\mathcal{H}$ в газах H↓ и D↓, необходимого для поддержания поляризации спинов. В этом случае $U_\alpha(\mathbf{r}) = (1 - 3\delta_{\alpha 1})(d^2/r^3)$ (один из векторов поляризации параллелен оси квазимолекулы, а два других перпендикулярны ей). При этом условие (7) предопределяет резкую асимметрию контура линии. В области частот $\Delta\omega > 0$, отвечающей переходам только в состояния непрерывного спектра по относительному движению квазимолекулы, из (9), (10) имеем

$$K_\omega = \breve{K}(\Delta\omega) Z(r_*); \qquad d^2/r_*^3 = \Delta\omega, \qquad (11)$$

где $\widetilde{K}(\Delta\omega) = (16\pi^3\omega_0/9c)\,(nd^2/\Delta\omega)^2$ – известное выражение квазистатической теории для коэффициента поглощения в крыле линии (см., например, [7]). При $\Delta\omega < 0$ могут быть только резкие пики, соответствующие переходам в связанные состояния возбужденной молекулы.

3. При $kr_* \gg 1$ мы, естественно, имеем классический результат $K_\omega = \widetilde{K}(\Delta\omega)$. В бозе-газе с понижением $T$ КП в крыле линии (11) монотонно возрастает и выходит при $kr_* \ll 1$ на значение $2\widetilde{K}(\Delta\omega)$. В ферми-газе $K_\omega$ монотонно убывает с уменьшением $T$. При $kr_* \ll 1$ мы имеем $K_\omega \sim T$. Таким образом КК четко проявляются в температурной зависимости КП в чисто больцмановском газе (ср. [3–5]).

В газах H↓ и D↓ условие (1) выполняется при обычных плотностях $n \sim 10^{16} - 10^{17}$ см$^{-3}$. При этом в интервале температур $T \sim 0{,}1 - 0{,}8$ К, характерном для современных экспериментов [8, 9], можно соответствующим выбором $\Delta\omega$ перекрыть диапазон от $kr_* \gtrsim 1$ до $kr_* \lesssim 1$.

Формирование бозе-конденсата в газе H↓ принципиально отразится на величине КП. В области бозе-конденсации мы заведомо имеем условие $kr_* \ll 1$. Полагая в силу этого $r_* = 0$ в корреляторе (10), в приближении идеального газа имеем:

$$Z(0) = 2 - (n_0/n)^2, \qquad (12)$$

где $n_0$ – плотность конденсата. Отсюда видно, что $K_\omega$ начинает плавно убывать от значения $2\widetilde{K}(\Delta\omega)$ с ростом доли конденсатных частиц, возвращаясь при $n = n_0$ к классическому значению $\widetilde{K}(\Delta\omega)$. Этот эффект указывает на возможность оптического детектирования появления конденсата в системе, что особенно привлекательно, если иметь в виду нетривиальные условия достижения области бозе-конденсации.

**Литература**


1. *Каган Ю., Свистунов Б.В., Шляпников Г.В.* Письма в ЖЭТФ, 1985, **42**, 169.
2. *Каган Ю., Свистунов Б.В., Шляпников Г.В.* ЖЭТФ, 1987, **93**, 552.
3. *Башкин Е.П.* Письма в ЖЭТФ, 1981, **33**, 11.
4. *Lhuillier C., Laloë F.*, J. de Phys., 1982, **43**, p. 197, 225.
5. *Johnson B.R., Denker J.S., Bigelow N. et al.* Phys. Rev. Lett., 1984, **52**, 1508; **53**, 302.
6. *Собельман И.И.* Введение в теорию атомных спектров. М.: Физматгиз, 1963.
7. *Вдовин Ю.А., Галицкий В.М.* ЖЭТФ, 1967, **52**, 1345.
8. *Greytak T.J., Kleppner D.* Lectures on Spin-Polarized Hydrogen. In New Trends in Atomic Physics, v. 2, edited by G.Grynberg and R.Stora, North-Holland, Amsterdam, 1984, p. 1125.

9. *Silvera I.F., Walraven J.T.M.* Spin-Polarized Atomic Hydrogen. In Progress in Low Temperature Physics, v. 10, edited by D.F.Brewer, North-Holland, Amsterdam, 1986, p. 139.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
25 мая 1988 г.